



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI,  
TELEKOMUNIKACJI I INFORMATYKI



Imię i nazwisko studenta: Przemysław Kwapisiewicz  
Nr albumu: 143048  
Studia drugiego stopnia  
Forma studiów: stacjonarne  
Kierunek studiów: Elektronika i telekomunikacja  
Specjalność/profil: -

## PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA

Tytuł pracy w języku polskim: System wyznaczania kierunku nadejścia sygnału w pasmie ISM 2,4 GHz z wykorzystaniem anteny ESPAR oraz technologii SDR

Tytuł pracy w języku angielskim: A system for Direction-of-Arrival estimation in ISM 2.4 GHz frequency band based on ESPAR antenna and SDR technology.

|                               |   |
|-------------------------------|---|
| Potwierdzenie przyjęcia pracy |   |
| Opiekun pracy                 | Kierownik Katedry/Zakładu (pozostawić właściwe) |
| <i>podpis</i>                 | <i>podpis</i>                                   |
| dr inż. Łukasz Kulas          |   |

Data oddania pracy do dziekanatu:



**OŚWIADCZENIE dotyczące pracy dyplomowej zatytułowanej:  
System wyznaczania kierunku nadejścia sygnału w pasmie ISM 2,4 GHz z  
wykorzystaniem anteny ESPAR oraz technologii SDR**

Imię i nazwisko studenta: Przemysław Kwapisiewicz

Data i miejsce urodzenia: 14.07.1993, Gdańsk

Nr albumu: 143048

Wydział: Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki

Kierunek: elektronika i telekomunikacja

Poziom kształcenia: drugi

Forma studiów: stacjonarne

Świadomy(a) odpowiedzialności karnej z tytułu naruszenia przepisów ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz.U. z 2017 poz. 880 z późn. zm.) i konsekwencji dyscyplinarnych określonych w ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym (Dz.U. 2017 poz. 2183 z późn. zm.),<sup>1</sup> a także odpowiedzialności cywilnoprawnej oświadczam, że przedkładana praca dyplomowa została opracowana przeze mnie samodzielnie.

Niniejsza praca dyplomowa nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadaniem tytułu zawodowego.

Wszystkie informacje umieszczone w ww. pracy dyplomowej, uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami zgodnie z art. 34 ustawy o prawie autorskim i prawach pokrewnych.

Potwierdzam zgodność niniejszej wersji pracy dyplomowej z załączoną wersją elektroniczną.

Gdańsk, dnia .....

.....  
*podpis studenta*

<sup>1</sup> Ustawa z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym:

Art. 214 ustęp 4. W razie podejrzenia popełnienia przez studenta czynu podlegającego na przypisaniu sobie autorstwa istotnego fragmentu lub innych elementów cudzego utworu rektor niezwłocznie poleca przeprowadzenie postępowania wyjaśniającego.

Art. 214 ustęp 6. Jeżeli w wyniku postępowania wyjaśniającego zebrany materiał potwierdza popełnienie czynu, o którym mowa w ust. 4, rektor wstrzymuje postępowanie o nadanie tytułu zawodowego do czasu wydania orzeczenia przez komisję dyscyplinarną oraz składa zawiadomienie o popełnieniu przestępstwa.



## STRESZCZENIE

Tematem pracy jest system wyznaczania kierunku nadejścia sygnału (ang. *DOA*, *Direction-Of-Arrival*) w paśmie 2,4 GHz z wykorzystaniem anteny *ESPAR* (ang. *Electronically Steerable Parasitic Array Radiator*) oraz technologii *SDR* (ang. *Software Defined Radio*). W pracy przedstawiono podstawowe konfigurację szyków antenowych, w których elementy mogą być rozmieszczone w formie liniowej, prostokątnej lub kołowej. Omówiono podstawowe zjawiska i pojęcia związane z cyfrowym przetwarzaniem sygnałów dla szyków antenowych oraz założony model kanału propagacyjnego. Opisano wybrane algorytmy określania kierunku nadejścia sygnału dla szyków antenowych bazujące na konwencjonalnej technice formowania wiązki, zjawisku podprzestrzeni oraz maksymalnym prawdopodobieństwie. Przeprowadzono symulacje wybranych algorytmów w celu porównania skuteczności estymacji kąta, z jakiego nadeszła fala elektromagnetyczna. Algorytm *MUSIC* (ang. *Multiple Signal Classification*) zastosowano wraz z anteną z elektronicznie przełączaną wiązką (*ESPAR*). Przygotowano demonstrator prezentujący działanie algorytmu *MUSIC*, umożliwiający wczytanie z pliku tekstowego kierunkowych charakterystyk promieniowania anteny. W komorze bezdechowej przeprowadzono pomiary z wykorzystaniem anteny *ESPAR* oraz radia programowalnego. Porównano rezultaty symulacji z wynikami pomiarów. Zaproponowano modyfikację metody *MUSIC* bazującej na mocy sygnału. Porównano wyniki zmodyfikowanego algorytmu z algorytmem *PPCC* (ang. *Power Pattern Cross Correlation*), który również bazuje na mocy sygnału i został szeroko omówiony w literaturze.

Słowa kluczowe:

Kierunek nadejścia sygnału, antena z elektronicznie przełączaną wiązką promieniowania, algorytmy detekcji kierunku nadejścia sygnału, radio programowalne

## ABSTRACT

The subject of the work is a system for determining the direction of signal arrival (*DOA*) in the 2.4 GHz band using the *ESPAR* antenna (Electronically Steerable Parasitic Array Radiator) and *SDR* technology (Software Defined Radio).

The basic configurations of antenna array is presented, in which the elements can be arranged in a linear, rectangular or circular form. Basic phenomena and concepts related to digital signal processing for antenna arrays and assumed propagation channel model are discussed. The selected algorithms for estimation the direction of signal arrival are based on conventional beam forming technology, subspace phenomenon and maximally probability. Simulations of selected algorithms were performed in order to compare the effectiveness of estimating the angle of impinging signal. The *MUSIC* algorithm (Multiple Signal Classification) was used together with an electronically switchable antenna (*ESPAR*). A demonstrator presenting the operation of the *MUSIC* algorithm was prepared, enabling the reading of antenna radiation characteristics from a text file. In the anechoic chamber measurements were made using the *ESPAR* antenna and software defined radio. The results of the simulation were compared with the results of measurements. A modification of the *MUSIC* method based on signal strength has been proposed. The results of the modified algorithm were compared with the *PPCC* algorithm, which is also based on signal strengths and is presented widely in the literature.

Key words:

Direction-Of-Arrival (*DOA*), Electronically Steerable Parasitic Array Radiator (*ESPAR*), Algorithm of *DOA* detection, Software Defined Radio (*SDR*)

*SCOTT* ([www.scott-project.eu](http://www.scott-project.eu)) has received funding from the Electronic Component Systems for European Leadership Joint Undertaking under grant agreement No 737422. This Joint Undertaking receives support from the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme and Austria, Spain, Finland, Ireland, Sweden, Germany, Poland, Portugal, Netherlands, Belgium, Norway.



## SPIS TREŚCI

|  |    |
|--|----|
| Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów .....                                  | 7  |
| 1. Wstęp .....   | 8  |
| 1.1 Cel pracy .....  | 9  |
| 2. Podstawowe zjawiska i pojęcia .....                                       | 11 |
| 2.1 Szyki antenowe .....   | 11 |
| 2.1.1 Jednolity szyk liniowy (ULA – Uniform Linear Array) .....              | 12 |
| 2.1.2 Jednolity szyk prostokątny (URA – Uniform Rectangular Array) .....     | 13 |
| 2.1.3 Antena ESPAR jako jednolity szyk kołowy(UCA–Uniform Circular Array).15 |    |
| 2.2 Założone warunki pracy - środowisko propagacyjne .....                   | 15 |
| 2.2.1 Izotropowe i liniowe medium transmisyjne: .....                        | 15 |
| 2.2.2 Założenie pola dalekiego:.....   | 16 |
| 2.2.3 Źródło sygnału .....   | 16 |
| 2.2.4 Założenie wąskiego pasma .....   | 16 |
| 2.2.5 Kanał AWGN (ang. Additive White Gaussian Noise).....                   | 17 |
| 2.3 Podstawowe pojęcia cyfrowego przetwarzania sygnałów w technice DOA ...   | 17 |
| 2.3.1 Formowanie wiązki (ang. Beamforming) .....                             | 17 |
| 2.3.2 Operacja kowariancji .....   | 17 |
| 2.3.3 Pojęcie podprzestrzeni.....  | 18 |
| 2.3.4 Wektory i wartości własne .....  | 18 |
| 2.3.5 Sygnały kwadraturowe IQ .....  | 19 |
| 3. Przegląd wybranych metod estymacji kierunku nadejścia sygnału .....       | 20 |
| 3.1 Konwencjonalne techniki formowania wiązki .....                          | 20 |
| 3.2 Techniki maksymalnego prawdopodobieństwa.....                            | 21 |
| 3.3 Techniki oparte na podprzestrzeniach .....                               | 22 |
| 4. Symulacje algorytmów estymacji DOA sygnału w środowisku MATLAB.....       | 23 |
| 4.1 Algorytm Conventional Beamformer .....                                   | 23 |
| 4.2 Algorytm MVDR.....   | 26 |
| 4.3 Algorytm MUSIC.....  | 30 |
| 4.4 Statystyczne miary błędów estymacji DoA.....                             | 38 |



|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.4.1 | Błąd średni (mean).....   | 38 |
| 4.4.2 | Błąd średniokwadratowy (rms).....                                       | 38 |
| 4.4.3 | Standardowa dewiacja (std) .....  | 38 |
| 4.4.4 | Precyzja.....   | 38 |
| 4.4.5 | Procent błędów mniejszych lub równych odpowiednio 1, 2, 3 stopnie ..... | 39 |
| 5.    | Simulator algorytmu MUSIC w środowisku LabVIEW .....                    | 40 |
| 5.1   | Symulacja w środowisku LabVIEW .....                                    | 42 |
| 5.2   | Model kanału propagacyjnego .....                                       | 42 |
| 5.3   | Porównanie błędów estymacji dla algorytmu MUSIC .....                   | 42 |
| 5.4   | Wyniki symulacji .....  | 43 |
| 6.    | Implementacja sprzętowa systemu pomiarowego .....                       | 45 |
| 6.1   | Warunki pracy (środowisko propagacyjne) .....                           | 45 |
| 6.2   | Platforma NI PXI – radio programowalne.....                             | 45 |
| 6.2.1 | Źródło sygnału .....  | 46 |
| 6.2.2 | Odbiornik sygnału .....   | 46 |
| 6.3   | Testbed pomiarowy .....   | 47 |
| 6.4   | Aplikacja pomiarowa .....   | 47 |
| 6.4.1 | Opis przeprowadzonych pomiarów.....                                     | 48 |
| 7.    | Wyniki pomiarów .....   | 50 |
| 7.1   | Wyniki pomiarów - błędy estymacji DoA .....                             | 50 |
| 7.2   | Zestawienie wyników pomiarów z przeprowadzonymi symulacjami.....        | 51 |
| 7.3   | Algorytm Power - MUSIC .....  | 52 |
| 7.3.1 | Porównanie Power-MUSIC i PPCC .....                                     | 54 |
| 8.    | Podsumowanie.....   | 55 |
| 9.    | Wykaz literatury .....  | 56 |
| 10.   | Spis rysunków .....   | 58 |
| 11.   | Spis tabel.....   | 60 |
| A.    | Środowisko symulacyjne MATLAB .....                                     | 61 |
| A.1   | Implementacja algorytmu Conventional Beamformer, MVDR .....             | 61 |
| A.2   | Implementacja algorytmu MUSIC .....                                     | 63 |

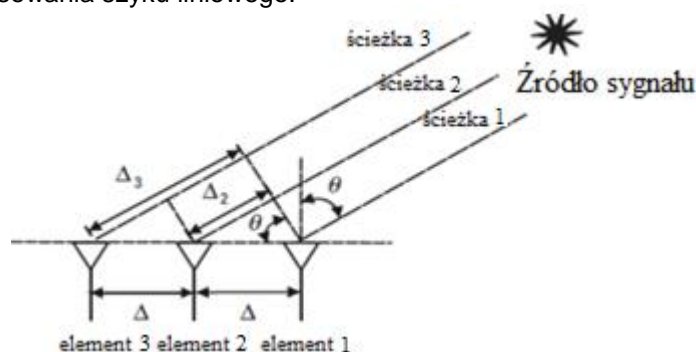
## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| $\theta$  | - | kąt pod jakim fala dociera do pojedynczego elementu sztyku antenowego   |
| $a(\mu)$  | - | wektor sterujący anteny   |
| $c$       | - | Prędkość światła w próżni, $3 * 10^8$ m/s   |
| DOA       | - | kierunek nadejścia sygnału (ang. <i>Direction of arrival</i> )  |
| ESPAR     | - | antenna z elektronicznie sterowaną wiązką promieniowania (ang. <i>Electronically Steerable Parasitic Array Radiator</i> ) |
| LABVIEW   | - | środowisko programistyczne języka G   |
| MATLAB    | - | środowisko obliczeniowe   |
| Mean      | - | błąd średni   |
| MUSIC     | - | algorytm DOA (ang. <i>Multiple Signal Classification</i> )  |
| MSE       | - | minimalny błąd kwadratowy (ang. <i>Minimum square error</i> )   |
| MVDR      | - | algorytm DOA (ang. <i>Minimum Variance Distortion Ratio</i> )   |
| SNR       | - | parameter określający stosunek mocy sygnału do mocy szumu (ang. <i>Signal to Noise Ratio</i> )                            |
| PPCC      | - | algorytm DOA (ang. <i>Power Pattern Cross Corelation</i> )  |
| Precision | - | precyzja błędu estymacji  |
| RMS       | - | błąd średniokwadratowy (ang. <i>Root mean square</i> )  |
| RF        | - | częstotliwość radiowa (ang. <i>Radio frequency</i> )  |
| SDR       | - | radio programowalne (ang. <i>Software Defined Radio</i> )   |
| Snapshot  | - | jeden okres sygnału równy 8 próbkom sygnału   |
| Std       | - | standardowa dewiacja (ang. <i>Standard deviation</i> )  |
| Sygnal IQ | - | reprezentacja sygnału w postaci wartości w fazie i kwadraturze  |
| UCA       | - | jednorodny sztyk kołowy (ang. <i>Uniform Circular Array</i> )   |
| ULA       | - | jednorodny sztyk liniowy (ang. <i>Uniform Linear Array</i> )  |
| URA       | - | jednorodny sztyk prostokątny (ang. <i>Uniform Rectangular Array</i> )   |

## 1. Wstęp

Określenie kierunku nadejścia sygnału (ang. *DOA*, *Direction-Of-Arrival*) znajduje wielu zastosowań w różnych obszarach nauki i przemysłu. Znajomość *DOA* wykorzystywana jest m.in. do określenia położenia satelity o niskiej orbicie okołoziemskiej (ang. *LEO* - *Low Earth Orbit*) za pomocą inteligentnych anten [1]. Określenie kierunku nadejścia sygnału ma zastosowanie również w lokalizacji osób oraz rzeczy jak również w badaniach systemów komunikacji bezprzewodowej, np. określenie ilości źródeł sygnału w środowisku wielodrogowym [2], [3]. Zainteresowanie środowiska naukowego oraz przemysłu w zagadnienia *DOA* zyskuje na znaczeniu za sprawą technologii *5G*, gdzie określenie położenia źródła sygnału jest kluczowe w obszarach takich jak Internet rzeczy (ang. *IoT*, *Internet of Thing*) czy inteligentne miasta (ang. *Smart Cities*) [4].

Estymacja kierunku nadejścia sygnału [5], [6], [7] oznacza przybliżone określenie położenia źródła sygnału względem położenia odbiornika. Kierunek nadejścia sygnału można estymować w jednej lub dwóch płaszczyznach - horyzontalnej i/lub elewacyjnej. Najczęściej algorytmy estymacji kierunku nadejścia sygnału wykorzystują szyki anten, czyli konfigurację wielu elementów promieniujących, pozwalającą uzyskać kierunkową charakterystykę promieniowania. Szyki anten mogą być zbudowane w różnych konfiguracjach geometrycznych (rozdział 2.1). Na rysunku.1.1 przedstawiono ideę estymacji kierunku nadejścia sygnału uzyskanej przy zastosowaniu szyku liniowego.



Rys.1.1. Ilustracja szyku liniowego mającego zastosowanie w technice *DOA*, źródło: [5]

Rysunek 1.1 przedstawia trzy elementowy szyk, którego elementy są rozmieszczone wzdłuż linii prostej. Pierwszy element z prawej strony jest elementem referencyjnym. Odległość pomiędzy dwoma sąsiadującymi elementami wynosi  $\Delta$ . Źródło emitujące falę elektromagnetyczną jest w takiej odległości od szyku, że można założyć, że trzy propagujące ścieżki są równoległe względem siebie. Fale docierają do elementów anteny pod kątem  $\theta$ . W konsekwencji linie ścieżek drugiej i trzeciej są dłuższe od ścieżki poprowadzonej do elementu referencyjnego o odległość równą  $\Delta_m = (m - 1)\Delta * \sin\theta$ , gdzie  $m = 1, 2, 3$  oznacza pozycję poszczególnego elementu. Zakładając, że sygnał odebrany przez element referencyjny jest postaci  $x_1(t) = s(t)$ , możemy wyznaczyć sygnały odebrane przez kolejne elementy, które zgodnie z powyższym przyjmują postaci:



$$x_2(t) = s(t)e^{-j\beta\Delta_2} = s(t)e^{-j\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\sin\theta} \quad (1)$$

$$x_3(t) = s(t)e^{-j\beta\Delta_3} = s(t)e^{-j2\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\sin\theta} \quad (2)$$

gdzie,  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$  jest stałym przesunięciem fazy sygnału o długości fali  $\lambda$  emitowanego ze źródła.

Równania (1) i (2) dla przypadku szyku  $M$  elementowego można przedstawić w postaci macierzowej:

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\sin\theta} \\ \dots \\ e^{-j(M-1)\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\sin\theta} \end{bmatrix} s(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\mu} \\ \dots \\ e^{-j(M-1)\mu} \end{bmatrix} s(t) = a(\mu)s(t) \quad (3)$$

gdzie,  $\mu = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\sin\theta$ ,  $a(\mu) = [1 e^{-j\mu} \dots e^{-j(M-1)\mu}]^T$ , a  $a(\mu)$  jest nazywany wektorem sterującym.

Wyrażenie  $x = a(\mu)s(t)$  ma zastosowanie dla każdego rodzaju szyku antenowego.

Odebrany sygnał przez szyk anten wymaga przetworzenia w taki sposób aby uzyskać żądaną informację. Celem przetwarzania sygnałów [8] jest wydobywanie informacji z pomiarów, np. informacji o kącie nadejścia sygnału. Cyfrowe przetwarzanie sygnałów jest często oparte o pewien założony model danych. Opiera się on na przyjęciu pewnych założeń w odniesieniu do warunków rzeczywistych, które upraszczają analizę danych nie powodując znaczącego błędu estymacji. Zastosowanie techniki radia programowalnego do cyfrowego przetwarzania sygnałów pozwala na wykorzystanie możliwości operacyjnych platformy sprzętowej przy znajomości języków programowania wysokiego poziomu. Przedstawienie i opis wykorzystania radia programowalnego w niniejszej pracy został przedstawiony w rozdziale 6.

## 1.1 Cel pracy

Celem pracy jest opracowanie systemu wyznaczania kierunku nadejścia sygnału pracującego w paśmie 2,4 GHz z wykorzystaniem anteny *ESPAR* oraz technologii radia programowalnego. W pracy przedstawiono wybrane algorytmy określania kierunku nadejścia sygnału. Rozpoznanie każdej metody oparto o wytłumaczenie zasady działania oraz przeprowadzenie symulacji estymacji kierunku nadejścia sygnału. Porównano działanie omówionych algorytmów i wykazano potencjalnie najskuteczniejszy algorytm. Przeprowadzono pomiary estymacji kierunku nadejścia sygnału w komorze bezchowej z wykorzystaniem rzeczywistych urządzeń - układu radia programowalnego oraz anteny *ESPAR*. Przygotowano demonstrator w środowisku *LabVIEW* pokazujący działanie algorytmu *MUSIC*. Aplikacja

umożliwia wczytanie charakterystyk promieniowania anteny, uwzględnienie analitycznego modelu kanału propagacyjnego oraz wyliczenie błędów statystycznych estymacji kierunku nadejścia sygnału.

Niniejsza praca podzielona jest zgodnie z następującą logiką. W rozdziale 2 opisano podstawowe konfiguracje szyków antenowych oraz zjawiska i pojęcia związane z techniką estymacji kierunku nadejścia sygnału, w tym z zagadnieniami cyfrowego przetwarzania sygnałów. Opisano założenia środowiska propagacyjnego przyjęte w ramach przeprowadzonych symulacji. W rozdziale 3 przedstawiono wybrane metody estymacji kierunku nadejścia sygnału i sklasyfikowano je według metody działania. W rozdziale 4 opisano działanie poszczególnych algorytmów estymacji kierunku wraz z przedstawieniem wyników symulacji przeprowadzonych w środowisku *MATLAB*. Przedstawiono statystyczne miary błędów estymacji *DOA*. Rozdział 5 przedstawia symulator *DOA* dla algorytmu *MUSIC* umożliwiający estymację kierunku nadejścia sygnału na podstawie charakterystyk promieniowania anteny *ESPAR* wczytanych z pliku. W rozdziale 6 opisano przyjętą implementację sprzętową - technikę radia programowalnego oraz antenę *ESPAR*. Opisano przeprowadzone pomiary w komorze bezechowej i sprawdzono ich zgodność z przeprowadzonymi symulacjami. W rozdziale 7 znajdują się wyniki pomiarów oraz ich porównanie z rezultatami symulacji. Zaproponowano modyfikację algorytmu *MUSIC* upraszczającą sposób zbierania próbek sygnału. W rozdziale 8 podsumowano przeprowadzone prace i możliwości dalszego rozwoju wykorzystania estymatorów kierunku nadejścia sygnałów. W rozdziałach 9, 10, 11 przedstawiono odpowiednio wykaz literatury, spis rysunków i tablic. W dodatku A wylistowane zostały skrypty symulacyjne z programu *MATLAB*.



## 2. Podstawowe zjawiska i pojęcia

### 2.1 Szyki antenowe

Zastosowanie szyku antenowego (wielu elementów promieniujących) pozwala, w porównaniu do pojedynczej anteny (pojedynczego elementu promieniującego), zwiększyć wydajność przetwarzania odebranych danych, m.in. zapewnia większą rozdzielczość i zmniejszenie interferencji [9]. Podstawowe konfiguracje wykorzystywane w technice DOA to szyk liniowy ULA (ang. *Uniform Linear Array*), szyk prostokątny URA (ang. *Uniform Rectangular Array*) oraz szyk kołowy UCA (ang. *Uniform Circular Array*). W praktyce wykorzystuje się dwa rodzaje szyków: centro-hermitowski i centro-symetryczny. Szyki te opisywane są przez odpowiednio macierz centro-hermitowską (def. 1) i centro-symetryczną (def. 2).

Zakładając, że  $C^{p \times q}$  to zbiór, przestrzeń macierzy o wymiarach  $p \times q$ , możemy przyjąć dwie definicje.

#### Definicja 2.1

Zespolona macierz  $M_{p \times q} \in C^{p \times q}$  jest macierzą centro-symetryczną, jeżeli:

$$\Pi_p M \Pi_q = M \quad (4)$$

gdzie,  $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}$  jest to macierz jednostkowa przeciw-diagonalną.

Pomnożenie macierzy  $M$  z lewej strony przez  $\Pi$  skutkuje odwróceniem kolejności wierszy w tej macierzy. Mnożenie z prawej strony przez  $\Pi$ , skutkuje odwróceniem kolejności kolumn. Równanie (4) stanowi, że jeżeli obrócimy macierz  $M$  o  $180^\circ$  to będzie taka sama jak oryginalnie.

Zespolona macierz  $M \in C^{p \times q}$  jest to macierz centro-hermitowsko-symetryczna, jeżeli:

$$\Pi_p \bar{M} \Pi_q = M \quad (5)$$

gdzie  $\bar{M}$  jest sprzężoną macierzą  $M$ .

#### Definicja 2.2.

Szyk antenowy składający się z  $M$  elementów jest centro-symetryczny tak długo, jak jego elementy są położone symetrycznie z zachowaniem środka ciężkości oraz charakterystyki promieniowania par symetrycznych są identyczne, zachodzi wówczas zależność:

$$\Pi_M \bar{A} = A \Lambda \quad (6)$$

gdzie,  $\mathbf{A}$  jest jednostkową macierzą diagonalną.

Przykłady szyków, spełniających definicję 2.1 oraz 2.2, które są wymagane przez wiele algorytmów DOA zostały przedstawione w rozdziałach 2.1.1, 2.1.2 oraz 2.1.3.

### 2.1.1 Jednolity szyk liniowy (ULA – Uniform Linear Array)

Jednorodny szyk liniowy jest najbardziej podstawową konfiguracją, w której elementy promieniujące są ułożone wzdłuż linii prostej. W szyku planarnym elementy rozmieszczone są na pojedynczej płaszczyźnie. Charakterystyka promieniowania szyku jest definiowana poprzez charakterystyki promieniowania indywidualnych promienników, ich położenie względem siebie w przestrzeni oraz amplitudę i fazę prądów zasilających. W podstawowej konfiguracji używa się wiele jednakowych i równoodległych względem siebie promienników.

ULA jest szykiem centro-symetrycznym złożonym z  $M$  identycznych i dookólnych promienników równomiernie rozmieszczonych wzdłuż linii prostej (rys. 1.1). Odległość pomiędzy elementami wynosi  $\Delta$  a odległość między źródłem a elementem referencyjnym (pierwszym, do którego dochodzi fala) wynosi  $d$ . Kąt pod jakim fala płaska generowana przez źródło dociera na elementy w szyku ma wartość  $\theta$ , gdzie  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ . Sygnał odebrany na  $m$ -tym elemencie jest opóźniony w fazie względem fali odebranej na pierwszym elemencie (elemencie referencyjnym) o współczynnik przesunięcia fazowego, równy  $e^{j(m-1)\mu_i}$ , gdzie  $\mu_i = -\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\sin\theta$  (indeks  $i$  oznacza  $i$ -te źródło sygnału), zależny od położenia elementu w szyku oraz od częstotliwości przestrzennej (ang. *spatial frequency*)  $\mu_i$ .

$$-\pi \leq \mu_i \leq \pi \quad (7)$$

Dla jednoznacznego wyznaczenia  $\mu_i$  odległość między elementami w szyku musi spełniać zależność:

$$\Delta \leq \lambda/2 \quad (8)$$

Wektor sterujący ma następującą strukturę:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\mu_1) \ \mathbf{a}(\mu_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\mu_d)] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\mu_1} & e^{j\mu_2} & \dots & e^{j\mu_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{j(M-1)\mu_1} & e^{j(M-1)\mu_2} & \dots & e^{j(M-1)\mu_d} \end{bmatrix} \quad (9)$$

gdzie,  $\mathbf{a}(\mu_i) = [1 \ e^{j\mu_i} \ e^{j2\mu_i} \ \dots \ e^{j(M-1)\mu_i}]^T$  oraz  $1 \leq i \leq d$

Jednolity szyk liniowy ULA, jest centro-symetryczny, gdyż zachodzi zależność (6), gdzie,

$$\Lambda_d = \begin{bmatrix} e^{-j(M-1)\mu_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j(M-1)\mu_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j(M-1)\mu_d} \end{bmatrix}$$

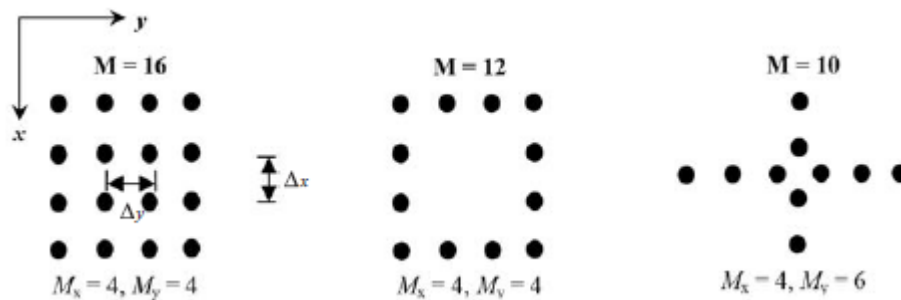
Jeżeli element środkowy  $A_c$  szyku antenowego jest wybrany jako punkt odniesienia fazy to macierz sterująca jest opisana wzorem (10) i  $A_c$  jest również macierzą centro-symetryczną.

$$A_c = A * \phi^{-\left(\frac{M-1}{2}\right)} \quad (10)$$

### 2.1.2 Jednolity szyk prostokątny (URA – Uniform Rectangular Array)

Jednolity szyk prostokątny URA, jest centro-symetryczny i może przyjmować różne konfiguracje, w których lokalizacja elementów jest symetryczna względem środka szyku.

Dwuwymiarowy szyk [10] może być używany, kiedy chcemy określić kąt zarówno w płaszczyźnie horyzontalnej jak i elewacyjnej [11]. Najczęściej wykorzystywane konfiguracje szyków prostokątnych przedstawione zostały na rys. 2.1. Wymiary szyku oznaczono jako  $M_x$  i  $M_y$ , numeracja elementów w szyku  $(k_x, k_y)$ , gdzie  $1 \leq k_x \leq M_x$  i  $1 \leq k_y \leq M_y$



Rys.2.1 Konfiguracje centro-symetrycznych dwuwymiarowych szyków. Źródło [5].

Emitowany sygnał z  $i$ -tego źródła pada na szyk pod kątem w azymucie  $\phi_i$  oraz w elewacji  $\theta_i$ . Przyjmując, że:

$$u_i = \cos\phi_i \sin\theta_i \quad (11)$$

$$v_i = \sin\phi_i \sin\theta_i \quad (12)$$

oraz

$$\xi_i = u_i + jv_i = \sin\theta_i e^{j\phi_i} \quad (13)$$

Można wyznaczyć kąt azymutu i elewacji z odpowiadających kierunków cosinusa  $u_i$  i  $v_i$  jako:

$$\phi_i = \arg(\xi_i) \quad (14)$$

$$\theta_i = \arcsin(\|\xi_i\|) \quad (15)$$

Macierz sterująca dla szyku dwuwymiarowego przedstawia się następująco:

$$A = [a(\mu_1, v_1) \ a(\mu_2, v_2) \ \dots \ a(\mu_d, v_d)] \quad (16)$$

gdzie,  $a(\mu_i, v_i) = a(v_i) \otimes a(\mu_i)^T$ ,  $1 \leq i \leq d$  zaś  $\otimes$  oznacza iloczyn Kroneckera.

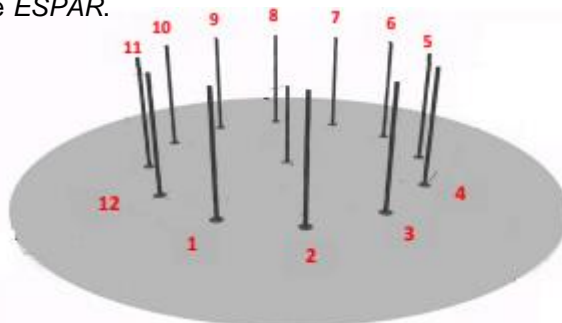
Dwie częstotliwości przestrzenne związane z kątem elewacji i azymutu nadejścia sygnału przedstawiają poniższe równania:

$$\mu_i = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_x u_i \quad (17)$$

$$v_i = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_y v_i \quad (18)$$

### 2.1.3 Antena ESPAR jako jednolity szyk kołowy (UCA – Uniform Circular Array)

Antenę ESPAR (ang. *Electronically Steerable Parasitic Array Radiator*) można przedstawić jako kołowy szyk antenowy zbudowany z anten monopolowych mogących stanowić direktory lub reflektory, co pozwala na zmianę charakterystyki promieniowania poprzez elektroniczne sterowanie elementami pasywnymi. Antena z elektronicznie sterowaną wiązką (rys 2.2) uzyskiwana jest za pomocą przełączania kluczy, tworzących wraz z elementem aktywnym konfigurację promieniującą w danym kierunku [12]. Główną zaletą anteny ESPAR jest to, że wymaga tylko jednego toru odbiorczego, co znacząco redukuje koszty, wymiary, złożoność i pobór energii. Kolejną cechą jest fakt, że następuje kombinacja sygnału w przestrzeni poprzez elektromagnetyczne sprzężenie pomiędzy elementami anteny. Cechy takiego typu anteny sprawiają, że antena ma zastosowanie w systemach z mobilnymi terminalami. Niemniej, ponieważ antena ma tylko jeden port wyjściowy [13], nie jest możliwe bezpośrednie zastosowanie algorytmów stosowanych w konwencjonalnych szykach antenowych, z tego względu niezbędne jest wytworzenie algorytmów przetwarzania sygnałów dedykowanych antenie ESPAR.



Rys.2.2 Schemat anteny ESPAR wraz z numeracją elementów pasywnych. Źródło [14].

W antenie *ESPAR* tylko jeden element jest podpięty do układu odbiorczego. Jest to element aktywny, który zlokalizowany jest w środku okrągłej płaszczyzny masy i symetrycznie otoczony przez elementy pasywne mogące być reflektorami lub direktorami.

W niniejszej pracy zastosowano realizację anteny *ESPAR* przedstawioną w [14]. Antenę zaprojektowano na 12 elementach pasywnych, do których wymagane zmienne obciążenie, a przy tym przełączanie wiązki promieniowania, zrealizowano w oparciu o przełączniki *RF*. Elementy pasywne zwierane do układu masy, stają się reflektorami a rozwierane direktorami. Wykazano [12], że w układzie 12 elementowym, wystarczy 5 elementów będących direktorami, aby uzyskać najlepsze działanie anteny. Zmieniając konfigurację direktorów, możemy kształtować wiązkę, uzyskując 12 kierunkowych charakterystyk promieniowania.

Konwencjonalne zastosowanie przetwarzania sygnału odebranego przez szyk antenowy zakłada obserwację sygnału na każdym elemencie szyku. Ponieważ antena *ESPAR* ma tylko pojedynczy port wyjściowy standardowe zastosowanie jest w takim przypadku niepraktyczne. Przetwarzanie sygnałów użyte do anteny *ESPAR* sprowadza się do wyznaczenia wektora sterującego anteny. W [15], [16] zaproponowano  $M$ -wymiarowy wektor, będący wektorem sterującym, zawierający  $M$  sygnałów wyjściowych, każdy otrzymany poprzez zmianę reaktancji na elementach pasywnych anteny *ESPAR*. Dla przypadku 12 elementowej anteny *ESPAR*, wektor zawiera 12 kierunkowych charakterystyk promieniowania anteny.

Wektor sterujący  $a(\theta_d)$  zależy od struktury anteny *ESPAR* i może być wyrażony, jako:

$$a(\theta_d) = \left[ 1, e^{j\frac{\pi}{2}\cos(\theta_d - \phi_1)}, \dots, e^{j\frac{\pi}{2}\cos(\theta_d - \phi_M)} \right]^T \quad (19)$$

gdzie,  $\phi_m = \left(\frac{2\pi}{M}\right)(m - 1)$ , a  $m = 1, \dots, M$  to numer konfiguracji kluczy odpowiadający danej kierunkowej charakterystyce promieniowania, zaś  $\theta_d$  to kierunek nadejścia sygnału ze źródła  $d$ .

## 2.2 Założone warunki pracy - środowisko propagacyjne

### 2.2.1 Izotropowe i liniowe medium transmisyjne:

W niniejszej pracy przyjęto założenie występowania  $i$  źródeł, każde emitujące jeden sygnał, przechodzący przez medium transmisyjne i padające na  $M$ -elementowy szyk antenowy. Medium transmisyjne pomiędzy źródłem i szykiem zostało przyjęte, jako izotropowe i liniowe, oznacza to, że właściwości fizyczne medium transmisyjnego są takie same we wszystkich kierunkach oraz fale elektromagnetyczne w każdym punkcie stanowią superpozycję fal. Takie założenie zapewnia, że:

- właściwości propagacyjne fali są niezależne od kierunku nadejścia sygnału,
- odebrane sygnały stanowią liniową superpozycję fal generowanych przez  $i$  źródeł. Dodatkowo założono, że wzmocnienie na każdym elemencie szyku antenowego jest jednostkowe.



### 2.2.2 Założenie pola dalekiego:

Wszystkie źródła są wystarczająco odległe od anteny odbiorczej, tak, że odbierane fale są płaskie. Zachowana zostaje odległość  $L$  (20). Dodatkowo przyjęto, że ścieżki propagacji fal elektromagnetycznych docierających do elementów szyku antenowego są względem siebie równoległe.

$$L \geq 2D^2/\lambda \quad (20)$$

gdzie,  $D$  to wymiar szyku antenowego, a  $\lambda$  oznacza długość fali sygnału.

### 2.2.3 Źródło sygnału

Zakładając, że wysyłanych jest  $i$  sygnałów  $u_i(t)$  z kierunków  $\theta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$  oraz, że  $s_m(t)$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$  oznacza sygnał odbierany przez  $m$ -ty element anteny, sygnały odebrane przez wszystkie elementy zawarte są w wektorze  $s(t)$ , który przyjmuje postać:

$$s(t) = \sum_{i=1}^I a(\theta_i) u_i(t) \quad (21)$$

### 2.2.4 Założenie wąskiego pasma

Każdy emitowany sygnał może zostać wyrażony wzorem (22). W niniejszej pracy przyjęto, że sygnały są wąskopasmowe, jeśli ich amplitudy  $\alpha_i(t)$  i zawierające informację fazy  $\beta_i(t)$  zmieniają się powoli w odniesieniu do  $\tau$ , czyli czasu potrzebnego sygnałom na przebycie drogi od jednego do kolejnego elementu w szyku. Prezentuje to wyrażenie (23) oraz (24).

$$s_i^r(t) = \alpha_i(t) \cos[2\pi f_c t + \beta_i(t)] \quad (22)$$

$$\alpha_i(t - \tau) \cong \alpha_i(t) \quad (23)$$

$$\beta_i(t - \tau) \cong \beta_i(t) \quad (24)$$

Małe zmiany amplitudy i fazy zapewniają, że sygnał (22) po transformacji Fouriera ma większość składowych częstotliwościowych w sąsiedztwie częstotliwości nośnej. Potwierdzające wyrażenie może zostać uzyskane poprzez zdefiniowanie obwiedni zespolonej sygnału :

$$s_i^{env}(t) = \alpha_i(t) e^{j\beta_i(t)} \quad (25)$$

Co z kolei oznacza, że sygnał w dziedzinie czasu może zostać zapisany jako:

$$s_i^r(t) = \text{Re}\{s_i^{env}(t) e^{j2\pi f_c(t)}\} \quad (26)$$



Zapis w formie zespolonej (rozdział 2.3.5) jest wspierany przez większość odbiorników, które dekomponują odebrany sygnał na część rzeczywistą (w fazie) i urojoną (w kwadraturze).

W praktyce, aby móc estymować wiele kierunków, źródła sygnałów powinny być nieskorelowane ze sobą, co najłatwiej uzyskać, gdy częstotliwości nośne sygnałów nie są jednakowe.

### 2.2.5 Kanał AWGN (ang. Additive White Gaussian Noise)

Zakładamy, że szum przyjmuje postać addytywnego białego szumu Gaussowskiego. Dodawany szum ma zerową wartość średnią i jest nieskorelowany z sygnałami. Szumy mają taką samą wariancję  $\sigma_N^2$  na każdym elemencie szyku i są nieskorelowaną względem siebie. Stosunek poziomu mocy szumu do sygnału jest określany za pomocą parametru *SNR* (ang. *Signal to Noise Ratio*).

## 2.3 Podstawowe pojęcia cyfrowego przetwarzania sygnałów w technice DOA

Operacje omówione w tym podrozdziale są wykorzystywane w estymatorach kierunku nadejścia sygnału [5], [6], omówionych w rozdziałach 3 i 4.

### 2.3.1 Formowanie wiązki (ang. Beamforming)

Formowanie wiązki oznacza syntezę wiązki lub wiązek promieniowania w szyku antenowym. Fala elektromagnetyczna promieniuje w pożądanym kierunku, ze wszystkich elementów szyku, na skutek konstruktywnej interferencji a w pozostałych kierunkach zanik promieniowania wynika z destruktywnej interferencji fal. Sterowanie wiązką najczęściej odbywa się za pomocą przesuwników fazy. Istnieje wiele architektur formowania wiązki. Formowanie wiązki może być m.in. analogowe, cyfrowe, hybrydowe czy optyczne

### 2.3.2 Operacja kowariancji

W rzeczywistych warunkach odebrany sygnał ulega zaszumieniu. Szumy są z reguły nieskorelowane, podczas gdy sygnały odbierane przez różne elementy szyku są skorelowane. Ta właściwość pozwala na wydobycie informacji o *DOA*. W tym celu wykorzystuje się koncepcję kowariancji skrośnej. Macierz kowariancji skrośnej zawiera informację o sygnale i szumie odbieranych przez cały szyk i określa stopień korelacji odbieranych sygnałów.

W praktyce wykorzystuje się estymację kowariancji skrośnej. Statystyczną wartość średnią zastępuje się średnią wartością uzyskaną z  $n$  przedziałów czasowych

$$R_{xx} \cong R_{xx} = \sum_{n=1}^N x(t_n)x^T(t_n) = \frac{1}{N}X^H X \quad (27)$$

gdzie,  $R_{xx}$  to estymata macierzy kowariancji skrośnej,  $X$  to odebrany sygnał,  $X = [x(t_1) \ x(t_2) \ x(t_N)]^T$ , zaś  $X^H$  – transpozycja hermitowska wektora  $X$  (transpozycja wektora sprzężonego do wektora  $X$ ).



### 2.3.3 Pojęcie podprzestrzeni

Kolumny (wiersze) macierzy  $X$  o wymiarach  $M \times N$  mogą być ortogonalne (niezależne) lub nieortogonalne zależne względem siebie. Jeżeli macierz  $X$  ma  $d$  niezależnych kolumn, gdzie  $d \leq M$  i  $d \leq N$ , to macierz  $X$  ma  $d$  wymiarowy rząd (przestrzeń kolumn), która jest podprzestrzenią  $M$ -wymiarowej przestrzeni euklidesowej  $C^M$ . Stopień macierzy jest wymiarem tej podprzestrzeni.

Macierz jednorodna  $U$  może być wybrana taka, że  $d$ -wymiarowa przestrzeń kolumn macierzy  $X$  jest zdefiniowana poprzez podzbiór  $d$  kolumn macierzy  $U$ . Zakładając, że pierwszych  $d$  kolumn tworzy macierz  $U_s$ , a pozostałe  $M - d$  kolumn tworzą macierz  $U_o$ , czyli  $U = [U_s \ U_o]$ . Ponieważ  $U$  jest macierzą jednorodną, można zaobserwować:

a) z właściwości  $U^H U = I_M$

$$U_s^H U_s = I_d \quad (28)$$

$$U_s^H U_o = 0 \quad (29)$$

$$U_o^H U_o = I_{M-d} \quad (30)$$

b) z właściwości  $U U^H = I_M$

$$U_s U_s^H + U_o U_o^H = I_M \quad (31)$$

gdzie,  $I_d$  jest macierzą jednostkową stopnia  $d$  oraz  $I_{M-d}$  jest macierzą jednostkową stopnia  $M-d$ .

Zależności (28-31) wskazują, że dowolny wektor  $u$  należący do  $C^M$  może ulec dekompozycji na dwie wzajemnie ortogonalne wektory  $u_s$  oraz  $u_o$  w przestrzeniach zdefiniowanych przez odpowiednio  $U_s$  oraz  $U_o$ . Te dwie przestrzenie są  $d$ -wymiarowe i  $M-d$  wymiarowe podprzestrzenie są ortogonalne w  $C^M$  a ich złożenie jest równe  $C^M$ .

W technice estymacji DOA, podprzestrzeń dominująca odpowiada sygnałom i nazywana jest podprzestrzenią sygnałów (*ang. signal subspace*), a odpowiadająca jej podprzestrzeń komplementarna odnosi się do podprzestrzeni szumu (*ang. noise subspace*). Jedną z metod dekompozycji na podprzestrzenie może być dekompozycja na wartości własne.

### 2.3.4 Wektory i wartości własne

Wartości własne  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_M\}$  macierzy kowariancji  $R_{xx}$ , spełniają zależność:

$$|R_{xx} - \lambda_i I_M| = 0 \quad (32)$$

Podstawiając definicję macierzy kowariancji (27) do (32) otrzymujemy:

$$|AR_{ss}A^H + \sigma_N^2 I_M - \lambda_i I_M| = 0 \quad (33)$$

Przyjmując, że  $AR_{ss}A^H$  ma wartości własne  $e_i$  dostajemy:

$$e_i = \lambda_i - \sigma_N^2 \quad (34)$$

### 2.3.5 Sygnały kwadraturowe IQ

Układy radia programowalnego reprezentują sygnał w paśmie podstawowym jako dwie wartości, poprzez podział sygnału na części rzeczywistą i urojoną, zwanymi próbkami I i Q. Próbka I odpowiada części rzeczywistej a próbka Q – urojonej, zwanej kwadraturowej.

Sygnał w paśmie podstawowym można przedstawić następująco.

$$\bar{s}(t) = a(t)e^{j\phi(t)} = I(t) + jQ(t) \quad (35)$$

gdzie,  $a(t)$  jest zmienną w czasie amplitudą, a  $\phi(t)$  fazą sygnału. W ogólności emitowany sygnał RF możemy zapisać jako:

$$s(t) = a(t)\cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = a(t)\cos(2\pi f_c t)\cos(\phi(t)) - a(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (36)$$

Z równania (36) można odseparować część będącą częstotliwością nośną i część stanowiącą sygnał w paśmie podstawowym, w formie próbek I i Q:

$$s(t) = I(t)\cos(2\pi f_c t) - Q(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (37)$$

Można zauważyć z równania (37), że próbki I i Q odpowiadają amplitudzie cosinusa i sinusa fazy sygnał, a więc różnią się między sobą o 90°. Zgadza się to z przyjętą definicją sygnału w pasmie podstawowym (35). Ponieważ próbki są odwrócone względem siebie o 90°, często odnoszą się do składowych sygnału, jako próbka w fazie  $I(t)$  (*ang. in-phase*) oraz w kwadraturze  $Q(t)$  (*ang. quadrature*)

Zastosowanie próbek I i Q pozwala na generowanie lub próbkowanie sygnału informacyjnego (w paśmie podstawowym) z dużo mniejszą szybkością próbkowania aniżeli część wysokiej częstotliwości będącej częstotliwością nośną. Systemy SDR wykorzystują tą cechę do generacji sygnału informacyjnego w wąskim paśmie i po modulacji, transmitowany jest sygnał za pomocą częstotliwości nośnej o wysokiej częstotliwości.

### 3. Przegląd wybranych metod estymacji kierunku nadejścia sygnału

Algorytmy estymacji DOA sygnału można podzielić, ze względu na metodę estymacji, na 3 grupy:

- a) konwencjonalne techniki formowania wiązki (ang. *conventional beamforming techniques*)
- b) techniki oparte na podprzestrzeniach (ang. *subspace-based techniques*)
- c) techniki maksymalnego prawdopodobieństwa (ang. *maximum likelihood techniques*)

Metody konwencjonalne (rozdział 3.1) bazują na klasycznej technice formowania wiązki i wymagają dużej liczby elementów w szyku do uzyskania wysokiej rozdzielczości pomiaru. Metody oparte na podprzestrzeni (rozdział 3.3) cechują się stosunkowo wysoką rozdzielczością. Wykorzystują dekompozycję macierzy kowariancji zbudowanej z odebranego sygnału na wartości i wektory własne. Techniki maksymalnego prawdopodobieństwa (rozdział 3.2) są wydajne nawet w warunkach niskiego stosunku sygnału do szumu, jednak wymagają dużych zasobów obliczeniowych.

#### 3.1 Konwencjonalne techniki formowania wiązki

Ideą formowania wiązki jest sterowanie szykiem w jednym kierunku w danym czasie i pomiar mocy wyjściowej. Kiedy dany kierunek zbiegnie się z kierunkiem nadejścia sygnału zaobserwujemy maksymalną moc wyjściową. Rozwój tej grupy metod estymacji DOA sprowadza się do zaprojektowania odpowiedniej formy mocy wyjściowej, która będzie silnie powiązana od kierunku nadejścia sygnału.

Szczegółowe techniki formowania wiązki zostały opracowane poprzez pomiar mocy wyjściowej (39) z różnymi formami wektora wag  $w$ . Wektor ten może służyć do liniowej kombinacji odbieranych sygnałów przez elementy szyku, tak aby otrzymać pojedynczej wyjście w postaci sygnału  $y(t)$ :

$$y(t) = w^H x(t) \quad (38)$$

Całkowita moc wyjściowa szyku anten dla  $N$  przedziałów czasowych może zostać wyrażona, jako:

$$P(w) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y(t_n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w^H x(t_n) x^H(t_n) w = w^H R_{xx} w \quad (39)$$

Przykłady metod estymacji poprzez konwencjonalne techniki formowania wiązki zostały szerzej omówione w rozdziałach 4.1 oraz 4.2. Odpowiednio, metoda konwencjonalna (metoda



opóźnień i dodawania) oraz metoda minimalnej wariancji (ang. *MVDR - Minimum Variance Distortion Ratio*)

### 3.2 Techniki maksymalnego prawdopodobieństwa

Jedne z pierwszych technik wykorzystywanych do estymacji kierunku nadejścia sygnału. Techniki te wymagają sporych zasobów komputerowych, dlatego są mniej popularne niż wcześniej wspomniane techniki konwencjonalne natomiast są bardziej wydajne dla niskiego poziomu współczynnika *SNR*.

Mając odebraną sekwencję danych  $x(t_n)$ , chcemy zrekonstruować komponenty danych tylko na podstawie pożądanego sygnału. Wartości parametru, dla którego rekonstrukcja aproksymuje odebrane dane z maksymalną dokładnością są brane jako estymacja *DOA* pożądanego sygnału. Metoda opiera się na odjęciu od  $x(t_n)$  estymaty  $A(\theta)s(t_n)$ . Estymata ta to zrekonstruowane składowe sygnału dla kąta padania  $\theta$ . Jeżeli estymacje  $\theta$  i  $s(t_n)$  są wystarczająco dokładne to residuum  $x(t_n) - A(\theta)s(t_n)$ , będzie się składało głównie z szumu i interferencji z najmniejszą energią. Innymi słowy, minimalizacja energii w  $(t_n) - A(\theta)s(t_n)$  przez odpowiedni dobór  $\theta$  i  $s(t_n)$  może powodować zwiększenie dokładności  $\theta_i \cong \theta$  i  $s(t_n) \cong s(t_n)$ .

Metoda może zostać wyrażona matematycznie w formie najmniejszych kwadratów, jako:

$$\min_{\theta, s(t_n)} \langle \|x(t_n) - A(\theta)s(t_n)\|^2 \rangle_N \quad (40)$$

dla którego poszukiwana jest różnica najmniejszych kwadratów pomiędzy odebranymi sygnałami i zrekonstruowanymi komponentami sygnału. Po przekształceniu wyrażenia (40) rozwiązanie  $s(t_n)$  w zależności od dowolnego  $\theta$  może zostać wyznaczone poprzez:

$$s(t_n) = (A^H(\theta)A(\theta))^{-1} A^H(\theta)x(t_n) = W^H x(t_n) \quad (41)$$

Zastępując estymatę sygnału przez residuum i minimalizując ją poprzez estymację *DOA*, kąt  $\theta$  może zostać wyrażony, jako równowartość maksymalizacji śladu macierzy:

$$\max_{\theta} \text{trace} \{P_A(\theta)R_{xx}\} \quad (42)$$

Gdzie,  $P_A(\theta)$  jest macierzą dla przestrzeni zdefiniowanej poprzez kolumny wektora sterującego anteny  $A(\theta)$ :

$$P_A(\theta) = A(\theta)(A^H(\theta)A(\theta))^{-1} A^H(\theta) \quad (43)$$

### 3.3 Techniki oparte na podprzestrzeniach

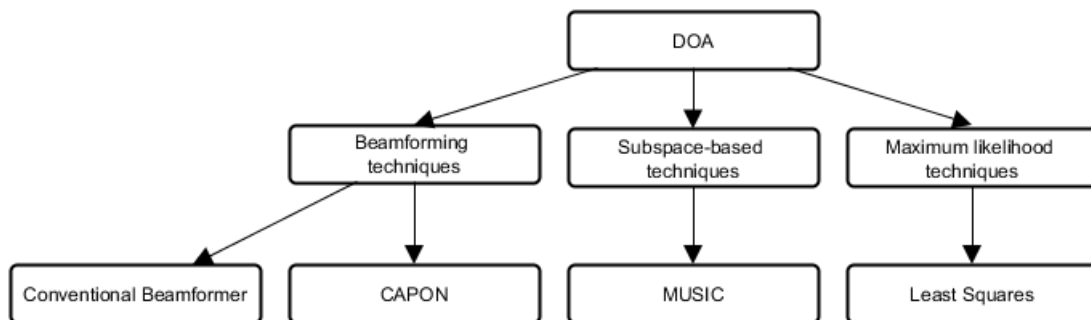
Techniki te bazują na poniższych właściwościach macierzy przestrzeni zdefiniowanej przez macierz kowariancji  $R_{xx}$  (rozdział 2.3.2):

- a) przestrzeń jest określona poprzez jej wektory własne i może zostać podzielona na dwie ortogonalne podprzestrzenie, nazwane podprzestrzenią sygnału oraz podprzestrzenią szumu,
- b) wektory sterujące odpowiadają podprzestrzeni sygnału,
- c) podprzestrzeń szumu jest określona poprzez wektory własne związane z najmniejszymi wartościami własnymi macierzy kowariancji,
- d) podprzestrzeń sygnałów jest określona poprzez wektory własne związane z największymi wartościami własnymi.
- e) rząd macierzy jest to maksymalna liczba liniowo niezależnych wektorów tworzących kolumny danej macierzy.

W ogólności metody oparte na podprzestrzeni polegają na szukaniu kierunku, dla którego wektory sterujące są ortogonalne do podprzestrzeni szumu i są zawarte w podprzestrzeni sygnału. W rozdziale 4.3 omówiony został algorytm MUSIC (ang. *Multiple Signal Classification*) należący do tej grupy technik DOA.

## 4. Symulacje algorytmów estymacji DOA sygnału w środowisku MATLAB.

Rodzina algorytmów zdefiniowana ze względu na metodę estymacji *DOA* rozważana w niniejszej pracy przedstawiona została na rysunku 4.1. Dla wybranych algorytmów *DOA* przeprowadzono symulacje w środowisku *MATLAB* z uwzględnieniem modelu danych opisanych w rozdziale 2.2 oraz ze stałymi danymi przedstawionymi w tabeli 4.1. Określono minimalną odległość kątową między dwoma źródłami, przebadano wpływ stosunku mocy sygnału do szumu (*SNR*) oraz ilości elementów w szyku (*M*). Oś *X* wskazuje kierunek nadejścia sygnału, oś *Y* natomiast poziom odebranej mocy.



Rys. 4.1: Podział algorytmów *DOA* według metody estymacji *DOA*.

Tabela 4.1. Parametry szyku antenowego typu *ULA* wykorzystywanego do symulacji algorytmów *DOA*

|                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| Częstotliwość środkowa      | $F_c = 2,484 \text{ GHz}$ |
| Odległość między elementami | $\lambda/2$               |
| Ilość źródeł sygnałów       | $i = 2$                   |

### 4.1 Algorytm *Conventional Beamformer*

W konwencjonalnym podejściu formowania wiązki wektor wag  $w = a(\theta)$ , gdzie  $\theta$  jest kątem skanowania całego interesującego regionu dla *ULA*, a  $a(\theta)$  jest wektorem sterującym. Wektor wag jest definiowany tak jak wektor sterujący, ale z arbitralnie dobranym kątem  $\theta$ .

$$a(\theta) = [1 \ e^{j\mu} \ e^{j2\mu} \ \dots \ e^{j(M-1)\mu}]^T \quad (44)$$

gdzie,  $\mu = -\frac{2\pi f_c}{c} \Delta \sin\theta = -\frac{2\pi}{\lambda} \Delta \sin\theta$ .

Dla każdego kierunku skanowania  $\theta$  średnia moc wyjściowa  $P(\theta)$  macierzy sterującej jest mierzona lub wyliczana z zależności (39). Można pokazać, że dla  $\theta = \theta_i$  będącego kątem padania sygnału ze źródła  $i$ , wyjściowa moc  $P(\theta)$  osiągnie maksymalną wartość. W takiej sytuacji  $w = a(\theta - \theta_i)$  rozkłada składowe sygnału odebranego przez wszystkie elementy w szyku, powodując ich dodanie i wytworzenie maksymalnej mocy.

W obliczeniach  $w = a(\theta)$  jest normalizowane do postaci

$$w = \frac{a(\theta)}{\sqrt{a^H(\theta)a(\theta)}} \quad (45)$$

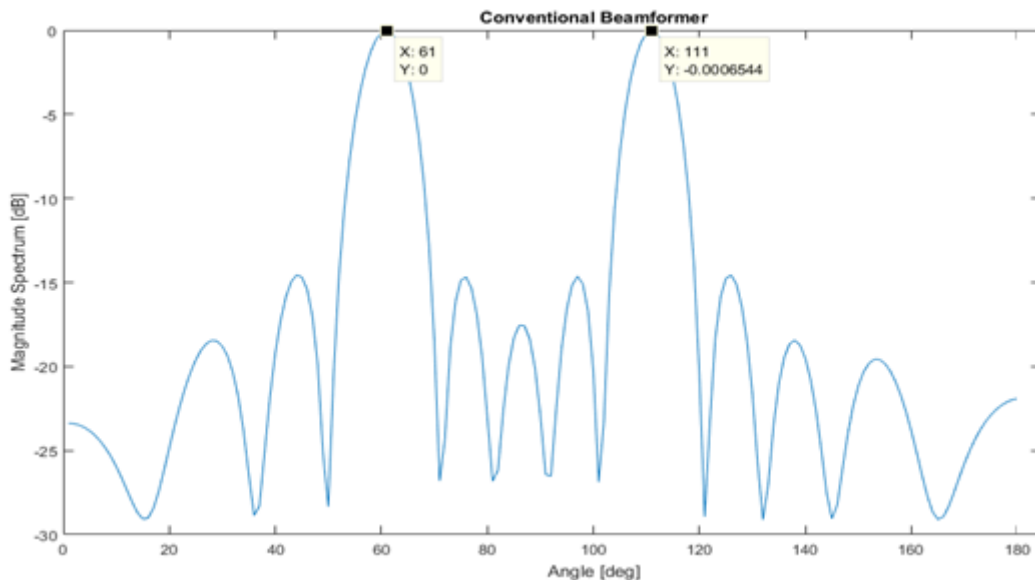
Wstawiając równanie wektora wag (45) do równania (39), moc wyjściowa w funkcji kąta nadejścia sygnału, określana jako widmo przestrzenne, przyjmuje postać:

$$P(\theta) = \frac{a^H(\theta)R_{xx}a(\theta)}{a^H(\theta)a(\theta)} \quad (46)$$

Wektor wag (45) jest interpretowany jako filtr przestrzenny dopasowany do kątów padania sygnałów przychodzących, tak aby wytworzyć maksimum mocy w danym kierunku oraz jednocześnie wytłumić moc wyjściową dla sygnałów nienadchodzących z kątów sygnałów przychodzących.

Omawiany algorytm wyrównuje opóźnienia sygnału występujące na elementach szyku i maksymalizują odpowiednie składowe mocy (46) występujące na elementach, tworząc maksimum mocy wyjściowej dla kierunku nadejścia pożądanych sygnałów.

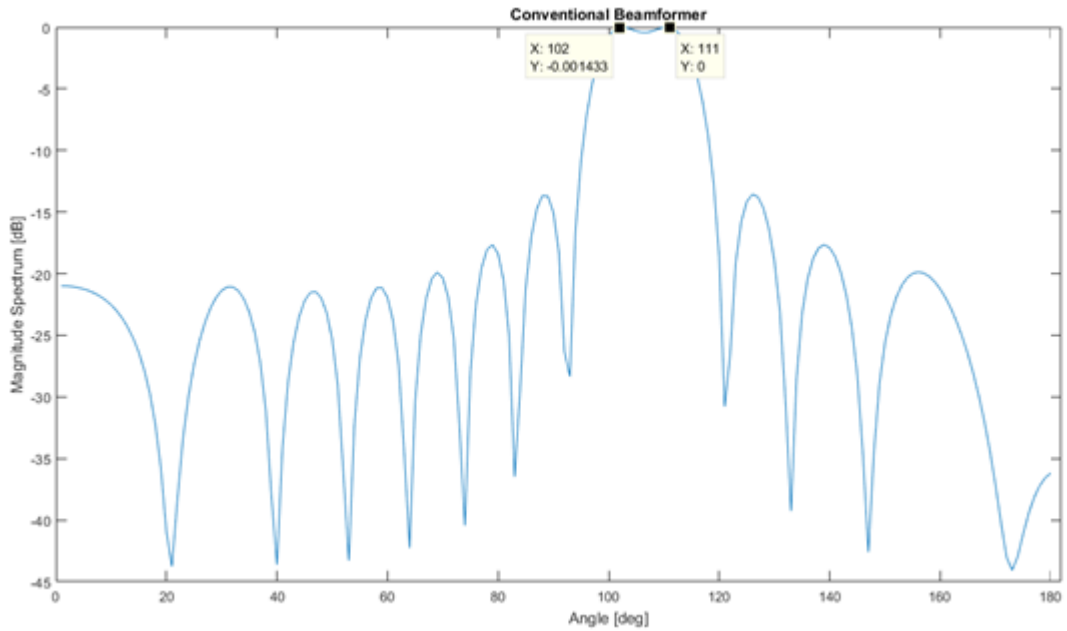
W przeprowadzonej symulacji estymowane kąty sygnałów nadchodzących z dwóch źródeł znajdujących się na kierunkach  $60^\circ$  i  $110^\circ$  przedstawiono na rys. 4.2. Wartość  $SNR = 50$  dB, ilość elementów w szyku jest równa 12.



Rys. 4.2: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu Conventional Beamformer



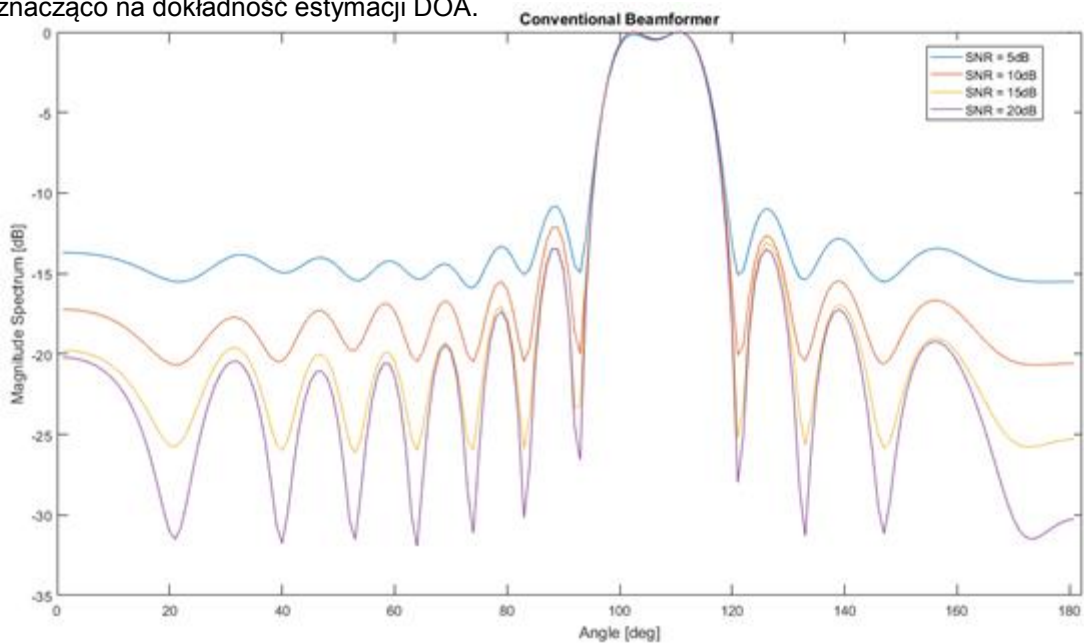
Sprawdzono minimalną różnicę między kierunkami nadejścia dwóch sygnałów (rys. 4.3), dla której jesteśmy w stanie rozróżnić dwa źródła, czyli w sytuacji, dla której jesteśmy w stanie wyróżnić maksima lokalne w przestrzennym widmie mocy.



Rys. 4.3: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu Conventional Beamformer

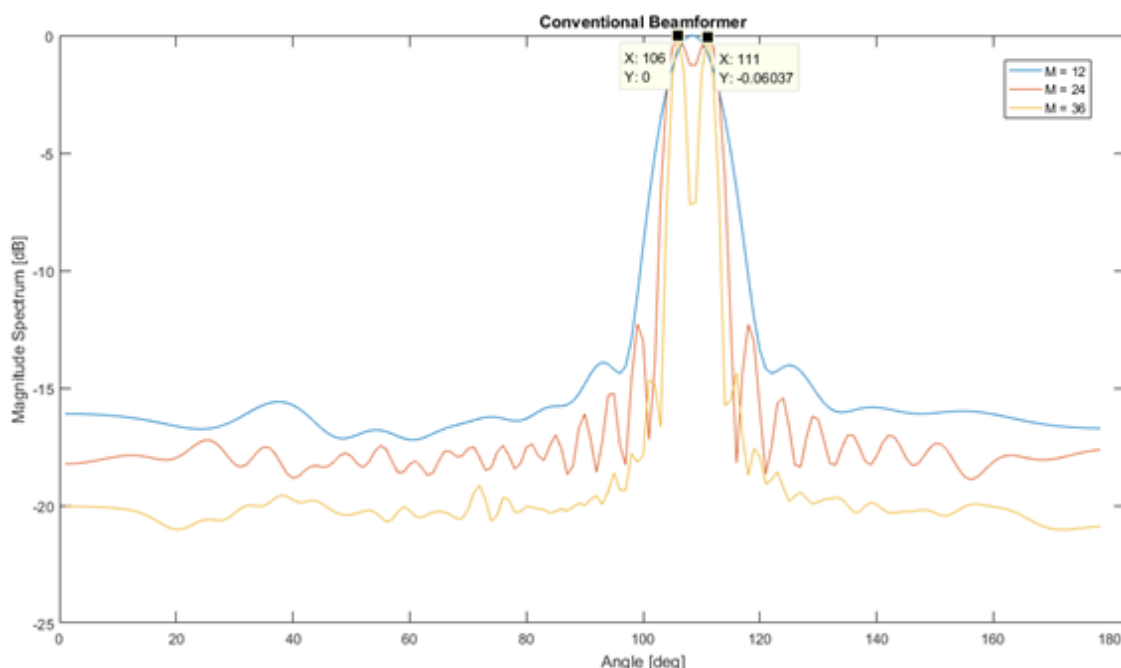
Minimalna odległość kątowa między dwoma sygnałami, dla  $SNR = 50$  dB i  $M=12$ , wynosi 9 stopni. Rzeczywiste kąty nadejścia sygnałów to odpowiednio: 101 i 110 stopni.

Na wykresie 4.4 przedstawiono wpływ parametru  $SNR$  na estymację DOA dla minimalnej odległości kątowej między dwoma źródłami. Malejąca moc szumu w stosunku do mocy sygnału wpływa na wyłumienie mocy na kierunkach niepożądanych, nie wpływa za to znacząco na dokładność estymacji DOA.



Rys. 4.4: Wpływ parametru  $SNR$  na estymację DOA konwencjonalną metodą formowania wiązki.

Na wykresie 4.5 został przedstawiony wpływ ilości elementów w szyku na dokładność estymacji DOA dla dwóch sygnałów padających odpowiednio pod kątem  $105^\circ$  i  $110^\circ$ , dla  $\text{SNR} = 5 \text{ dB}$  a ilość elementów w szyku wynosi odpowiednio  $M = 12, 24, 36$ .



Rys. 4.5: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu *Conventional Beamformer*

Zwiększając ilość elementów w szyku jesteśmy w stanie zmniejszyć minimalną odległość kątową dwóch sygnałów, zaś przy zachowaniu dużej różnicy pomiędzy kolejnymi kierunkami nadejścia sygnałów, jesteśmy w stanie określić większą ilość źródeł nieskorelowanych sygnałów.

Estymacja *DOA* sygnału na podstawie algorytmu *Conventional Beamformer* pozwala określić kierunki nadejścia sygnałów padających pod różnymi kątami. Ograniczeniem tego algorytmu jest mała rozdzielczość badanych kątów dla niewielkiej ilości elementów w szyku. Ograniczenie to można minimalizować zwiększając ilość elementów w szyku lub modyfikując algorytm estymacji *DOA* stosując dużo bardziej efektywną metodę. W kolejnym podrozdziale omówiono przykład zmodyfikowanego algorytmu, zwanego od jego twórcy, metodą *Capona*.

## 4.2 Algorytm MVDR

Metoda *Capona* (*MVDR*) jest modyfikacją konwencjonalnej techniki formowania wiązki. Większą rozdzielczość w porównaniu z konwencjonalną metodą jest możliwa do osiągnięcia poprzez użycie punktów swobody do formowania wiązki i jednocześnie zerowanie jej w innych kierunkach niż pożądanym w celu odrzucenia innych sygnałów.



Metoda *MVDR* (ang. *Minimum Variance Distortion-less Response*) używa tylko jednego punktu swobody do minimalizowania mocy wyjściowej szyku a pozostałe punkty swobody do ograniczenia wzmocnienia na kierunku pożądanym na poziomie jedności.

$$\min P(w) \text{ dla } w^H a(\theta) = 1 \quad (47)$$

Wektor wag (47) wybrany w ten sposób jest często określany, jako kształtowanie wiązki z nieznieskształconą odpowiedzią o minimalnej wariancji ponieważ, dla pożądanego kierunku przepuszcza sygnał bez znieskształceń a minimalizuje wariancję mocy wyjściowej (średniej mocy wyjściowej szyku anten) dla pozostałych kierunków.

Wynikowy wektor wag ma postać:

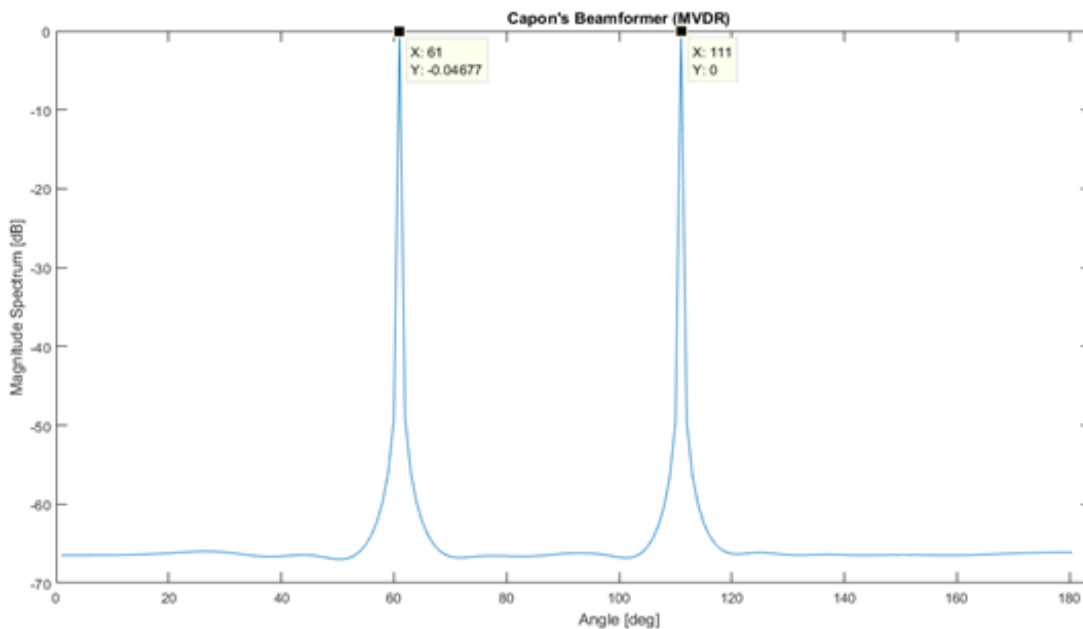
$$w = \frac{R_{xx}^{-1} a(\theta)}{a^H(\theta) R_{xx}^{-1} a(\theta)} \quad (48)$$

Podstawiając wektor wag (48) do mocy wyjściowej (39), otrzymujemy następującą postać przestrzennego widma mocy

$$P(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) R_{xx}^{-1} a(\theta)} \quad (49)$$

Algorytm *MVDR* rozwiązuje problem określenie kierunku nadejścia kilku sygnałów, w przypadku, gdy kąty ich padania różnią się o niewielką liczbę stopni. Zadaniem algorytmu jest zminimalizowanie wariancji odebranego sygnału. Ponieważ sygnały są nieskorelowane, wariancja odebranego sygnału jest sumą wariancji padających sygnałów i szumu. Algorytm *MVDR* stara się zminimalizować tę sumę, przyczyniając się do zmniejszenia wpływu szumu. Sprowadza się to do minimalizowania wariancji (średniej mocy) w określonych kierunkach i przepuszczanie sygnału padającego w pożądanym kierunkach bez żadnych znieskształceń.

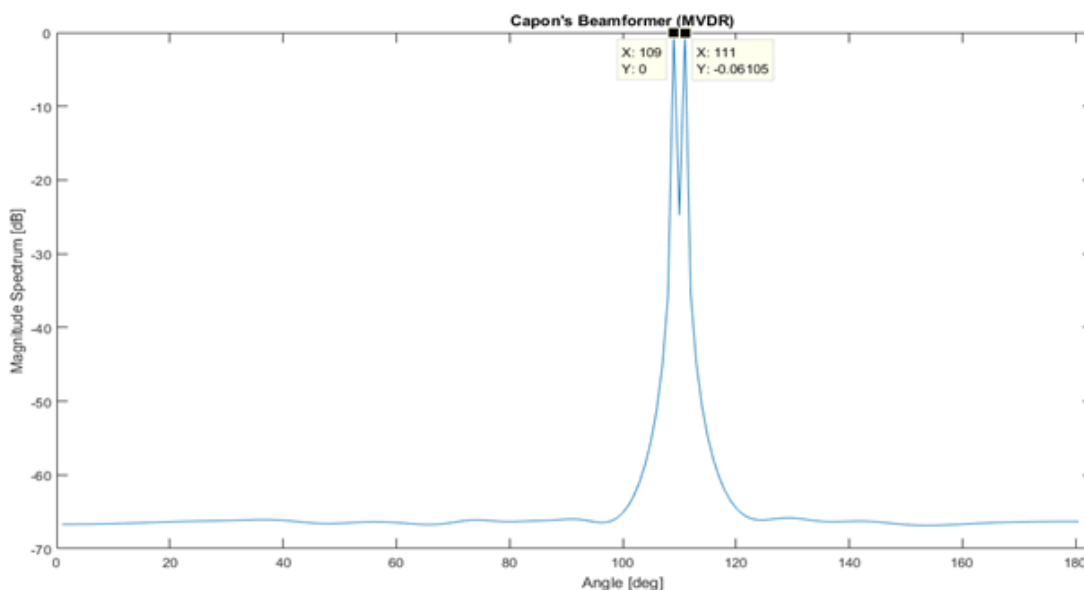
Symulacje przeprowadzono analogicznie jak dla algorytmu konwencjonalnej metody formowania wiązki. Estymowane kąty sygnałów nadchodzących z dwóch źródeł znajdujących się na kierunkach 60° i 110°. Wartość *SNR* = 50 dB, ilość elementów w szyku jest równa 12.



Rys. 4.6: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MVDR

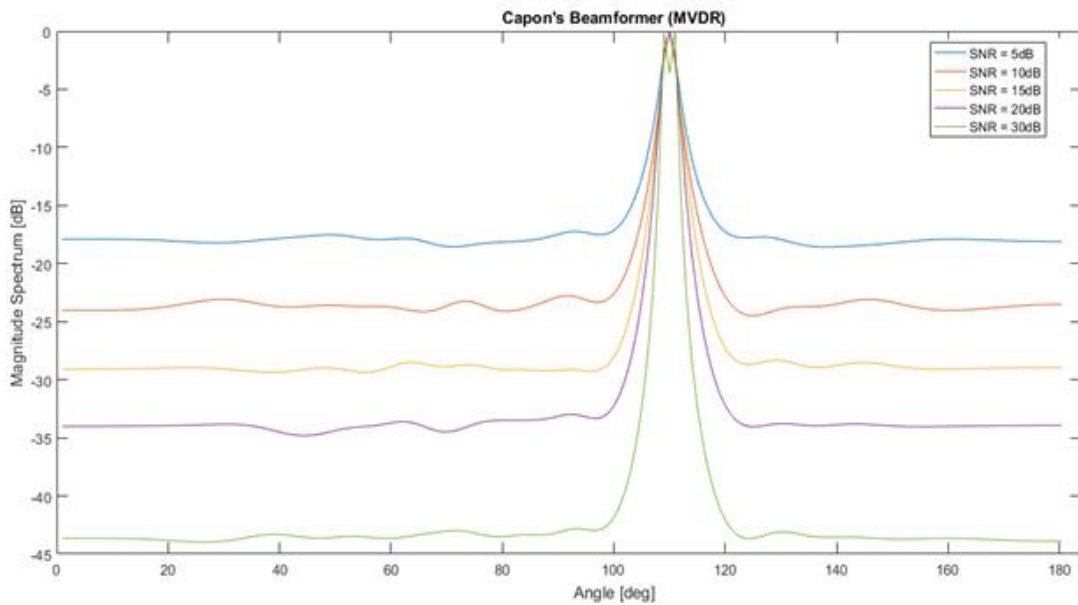
W porównaniu z konwencjonalną metodą (rys. 4.2) maksima mocy odpowiadające pożądanym kierunkom są znacznie bardziej odseparowane względem siebie.

Sprawdzono minimalną różnicę między kierunkami nadejścia dwóch sygnałów (rys. 4.7), dla której jesteśmy w stanie rozróżnić dwa źródła, czyli w sytuacji, dla której jesteśmy w stanie wyróżnić maksima lokalne w przestrzennym widmie mocy.



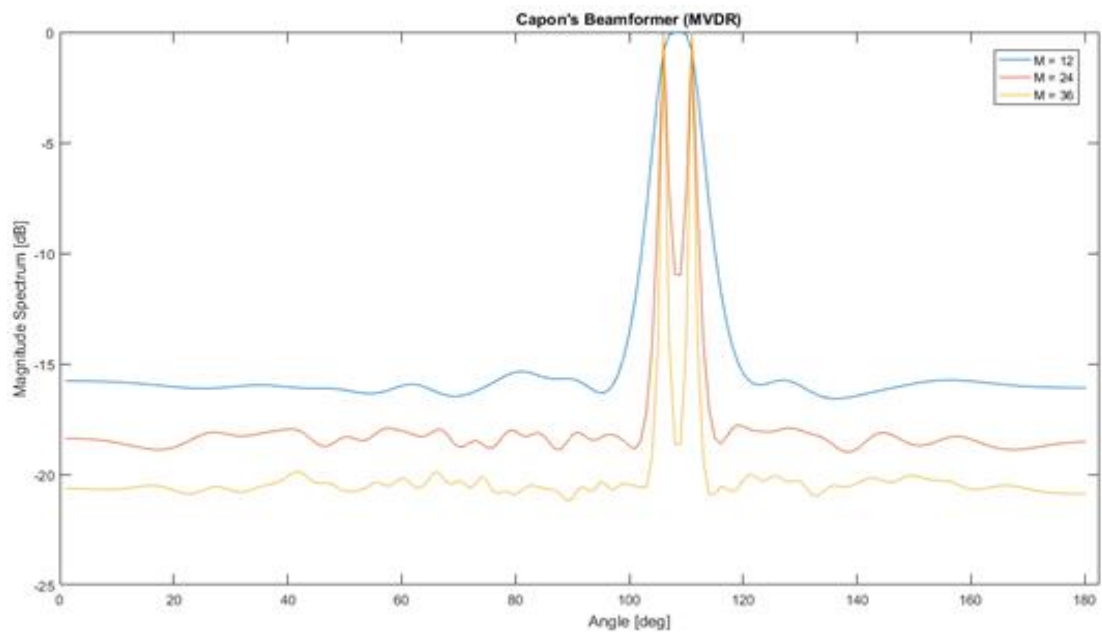
Rys. 4.7: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MVDR

Na wykresie 4.8 przedstawiono wpływ parametru  $SNR$  na estymację  $DOA$  dla minimalnej odległości kątowej między dwoma źródłami. Malejąca moc szumu w stosunku do mocy sygnału wpływa na wytlumienie mocy na kierunkach niepożądanych, na także na dokładność estymacji.



Rys. 4.8: Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MVDR.

Na wykresie 4.9 został przedstawiony wpływ ilości elementów w szyku na dokładność estymacji DOA dla dwóch sygnałów padających odpowiednio pod kątem  $105^\circ$  i  $110^\circ$ , dla SNR = 5 dB a ilość elementów w szyku wynosi odpowiednio  $M = 12, 24, 36$ .

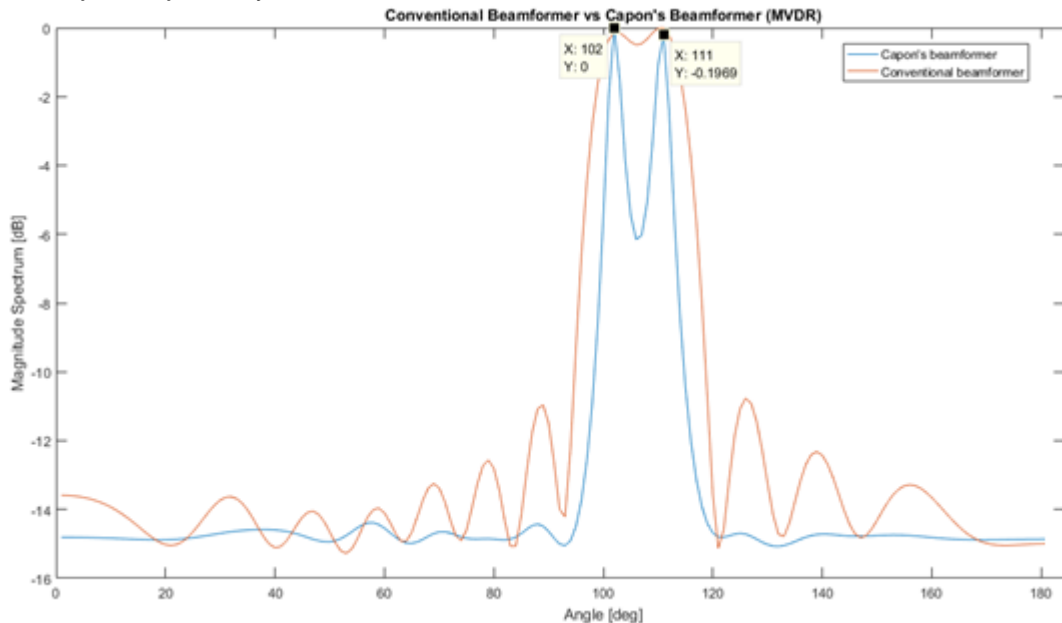


Rys. 4.9: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MVDR

Zwiększając ilość elementów w szyku jesteśmy w stanie zmniejszyć minimalną odległość kątową dwóch sygnałów.

Estymacja DOA sygnału na podstawie algorytmu MVDR pozwala na rozróżnienie sygnałów padających pod mniejszymi różnicami kątów w porównaniu z *Conventional Beamformer*., jednocześnie listki boczne (pofalowania) na kierunkach niepożądanych są zredukowane.

Wykres 4.10 przedstawia porównanie dwóch metod, dla  $SNR = 5$  dB i odległości kątowej między dwoma źródłami wynoszącej 9 stopni, czyli dla minimalnej różnicy dla konwencjonalnej metody.



4.10: Porównanie estymacji kierunków nadejścia sygnałów za pomocą algorytmu conventional beamformer oraz MVDR

Algorytm *MVDR* pozwala na zwiększenie rozdzielczości kątów padania sygnałów. Dla tej samej wartości  $SNR$ , w przypadku *MVDR*, widzimy bardziej strome maksima oraz większą różnicę poziomów mocy między mocą w pożądanym kierunku i pozostałymi kątami w porównaniu do poprzedniej metody.

Konwencjonalna metoda formowania wiązki sprawdza się dobrze w przypadku, gdy mamy do czynienia tylko z jednym sygnałem przychodzącym. Wszystkie dostępne punkty swobody są skoncentrowane na formowaniu wiązki w pożądanym kierunku. Jeżeli mamy do czynienia z więcej niż jednym sygnałem należy użyć metody *MVDR*.

### 4.3 Algorytm MUSIC

Jedną z popularnych metod estymacji DOA, o wysokiej rozdzielczości, do wyznaczania kierunków nadejścia sygnałów jest algorytm *MUSIC* (*ang. multiple signal classification*).

Algorytm *MUSIC* cechuje się dużą rozdzielczością znajdowania kierunków nadejścia sygnałów [20]. Zgodnie z modelem danych opisanym w rozdziale 2.2 macierz kowariancji danych wejściowych przyjmuje postać

$$R_{xx} = AR_{ss}A^H + \sigma_N^2 I_M \quad (50)$$

gdzie,  $R_{ss}$  jest macierzą kowariancji sygnału,  $\sigma_N^2$  to wariancja szumu, a  $I_M$  to macierz jednostkowa stopnia  $M$ .

Ponieważ macierz  $A$  składa się z wektorów sterujących, które są liniowo niezależne, macierz kowariancji sygnału  $R_{ss}$  jest niesymetryczna tak długo jak odbierane sygnały nie są skorelowane.

Można wykazać, że właściwości macierzy  $A$  i  $R_{xx}$  gwarantują, że jeśli liczba padających sygnałów  $d$  jest mniejsza od liczby elementów w szyku antenowym  $M$ , macierz  $AR_{ss}A^H$  jest macierzą dodatnio półokreśloną stopnia  $d$ . Powoduje to, że  $M - d$  wartości własnych  $\lambda$  macierzy  $AR_{ss}A^H$  jest równa zero. Oznacza to, że  $M - d$  wartości własnych macierzy  $R_{xx}$  jest równa wariancji szumu  $\sigma_N^2$  i przyjmują najmniejsze wartości z pośród wszystkich wartości własnych.

$$\lambda_{d+1} = \dots = \lambda_M = \lambda_{min} = \sigma_N^2 \quad (51)$$

Określenie wielokrotności liczby  $k$ , będącej liczbą najmniejszych wartości własnych, pozwala oszacować liczbę sygnałów  $d$ , z następującej zależności

$$d = M - k \quad (52)$$

W warunkach rzeczywistych, kiedy macierz kowariancji  $R_{xx}$  jest estymowana na podstawie skończonej liczby próbek sygnałów odebranych, wszystkie wektory własne odpowiadające przestrzeni szumu nie będą identyczne. Wariancja wektorów własnych będzie malała wraz ze wzrostem liczby próbek użytych do estymacji macierzy  $R_{xx}$ . Wektor własny związany z wartością własną  $\lambda_i$ , oznaczony jako  $q_i$ , spełnia zależność:

$$(R_{xx} - \lambda_i I_M)q_i = 0, \quad (53)$$

gdzie,  $i = d + 1, d + 2, \dots, M$

Dla wektorów własnych, powiązanych z  $M - d$  najmniejszymi wartościami własnymi, otrzymamy:

$$(R_{xx} - \sigma_N^2 I_M)q_i = AR_{ss}A^H q_i + \sigma_N^2 I_M q_i - \sigma_N^2 q_i = AR_{ss}A^H q_i = 0 \quad (54)$$

Ponieważ  $A$  jest macierzą całkowitego rzędu, co znaczy, że wszystkie kolumny tworzące macierz  $A$  są niezależne liniowo oraz  $R_{ss}$  jest macierzą niesymetryczną, spełniona jest zależność

$$A^H q_i = 0 \quad (55)$$

Oznacza to, że wektory własne powiązane z  $M - d$  najmniejszymi wartościami własnymi są ortogonalne do  $d$  wektorów sterujących tworzących macierz  $A$ .

$$\{a(\theta_1), \dots, a(\theta_d)\} \perp \{q_{d+1}, \dots, q_M\} \quad (56)$$

Zależność (56) jest podstawą prawie wszystkich algorytmów *DOA* opartych na metodzie podprzestrzeni. Oznacza to, że można estymować wektory sterujące powiązane z odebranymi sygnałami poprzez znalezienie wektorów sterujących ortogonalnych do  $M - d$  wektorów własnych związanych z wartościami własnymi macierzy  $R_{xx}$ , które są w przybliżeniu równe  $\sigma_N^2$ .

Powyższa analiza wskazuje, że wektory własne macierzy kowariancji  $R_{xx}$  należą do jednej z dwóch ortogonalnych podprzestrzeni – sygnału lub szumu. Wektory sterujące odpowiadające kierunkowi nadejścia sygnałów leżą w podprzestrzeni sygnału i są ortogonalne do podprzestrzeni szumu. Poprzez przeszukiwanie wszystkich możliwych wektorów sterujących, aby znaleźć te, które są prostopadłe do przestrzeni rozpiętej przez wektory własne podprzestrzeni szumu, można określić kierunki nadejścia sygnałów.

Do określenia podprzestrzeni szumu, należy zdefiniować postać macierzy zawierającej wektory własne szumu:

$$V_n = [q_{d+1}, \dots, q_M] \quad (57)$$

Ponieważ, wektory własne odpowiadające składowym sygnału są ortogonalne do wektorów własnych podprzestrzeni szumu (58) dla kąta  $\theta = \theta_i$  odpowiadającemu kierunkowi nadejścia sygnału, *pseudo* widmo sygnału dla algorytmu *MUSIC* jest tworzone poprzez odwrotność (58) dając zależność przedstawioną w (59)

$$a^H V_n V_n^H a(\theta) = 0 \quad (58)$$

$$P(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) V_n V_n^H a(\theta)} \quad (59)$$

Kierunki nadejścia sygnałów są wyznaczone poprzez lokalizację wartości szczytowych. Liczba  $d$  największych maksimum w *pseudo* widmie *MUSIC* odpowiada ilości sygnałów padających na szereg anten, a kąty, dla których osiągnięto maksima lokalne są estymowanym kierunkami nadejścia tych sygnałów.

Implementację algorytmu *MUSIC* można przeprowadzić w pięciu krokach:

1) Zebranie próbek wejściowych  $x(t_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  i estymowanie macierzy kowariancji:

$$R_{xx} \cong \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(t_n) x^H(t_n) \quad (60)$$



2) Przeprowadzenie dekompozycji na macierzy kowariancji  $R_{xx}$ :

$$R_{xx}V = V\Lambda \quad (61)$$

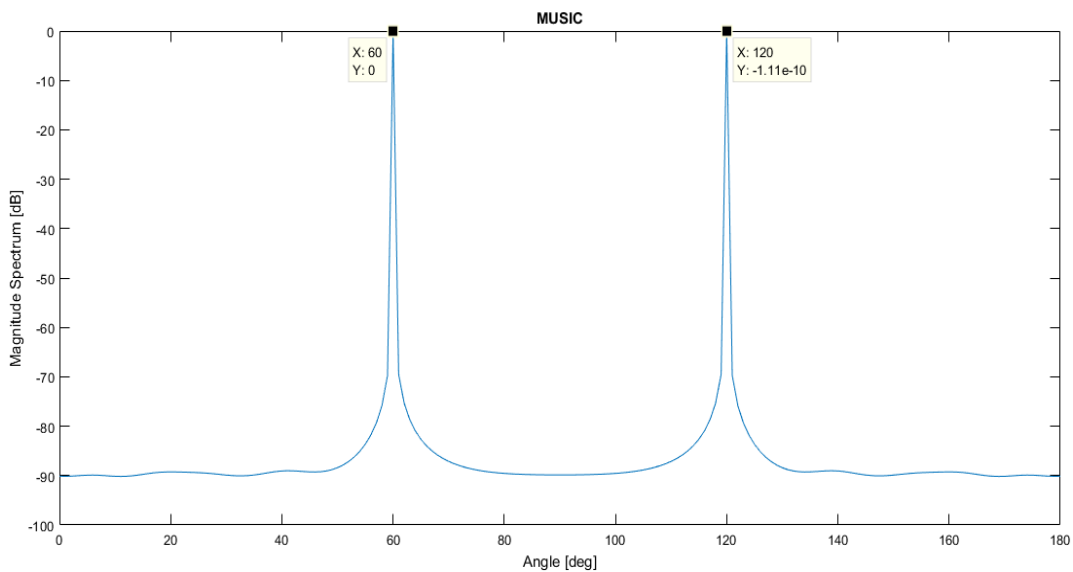
gdzie,  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$ ,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$  to wartości własne, a  $V$  zawiera wszystkie wektory własne  $R_{xx}$ .

3) Oszacowanie wielokrotności  $k$  najmniejszych wartości własnych  $\lambda_{min}$  oraz liczbę sygnałów  $d$  jako  $d = M - k$

4) Obliczenie *pseudo* widma MUSIC zgodnie ze wzorem (59), gdzie,  $V_n = [q_{d+1}, \dots, q_M]$ , a  $q$  to wektory własne odpowiadające najmniejszym wartościom własnym.

5) Znalezienie  $d$  największych wartości *pseudo* widma  $P_{MUSIC}(\theta)$  odpowiadającym estymacji kierunków nadejścia sygnałów.

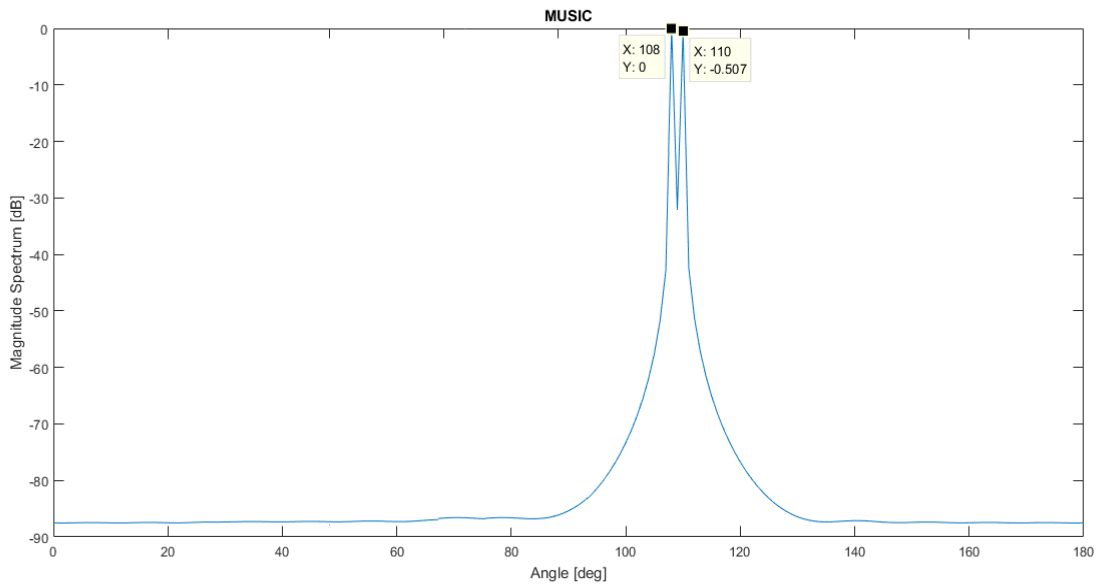
Symulacje przeprowadzone dla algorytmu MUSIC, analogicznie do dwóch poprzednich metod. Estymowane kąty sygnałów nadchodzących z dwóch źródeł znajdujących się na kierunkach  $60^\circ$  i  $120^\circ$ . Wartość  $SNR = 50\text{dB}$ , ilość elementów w szyku jest równa 12 (rys.4.11).



Rys. 4.11: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC

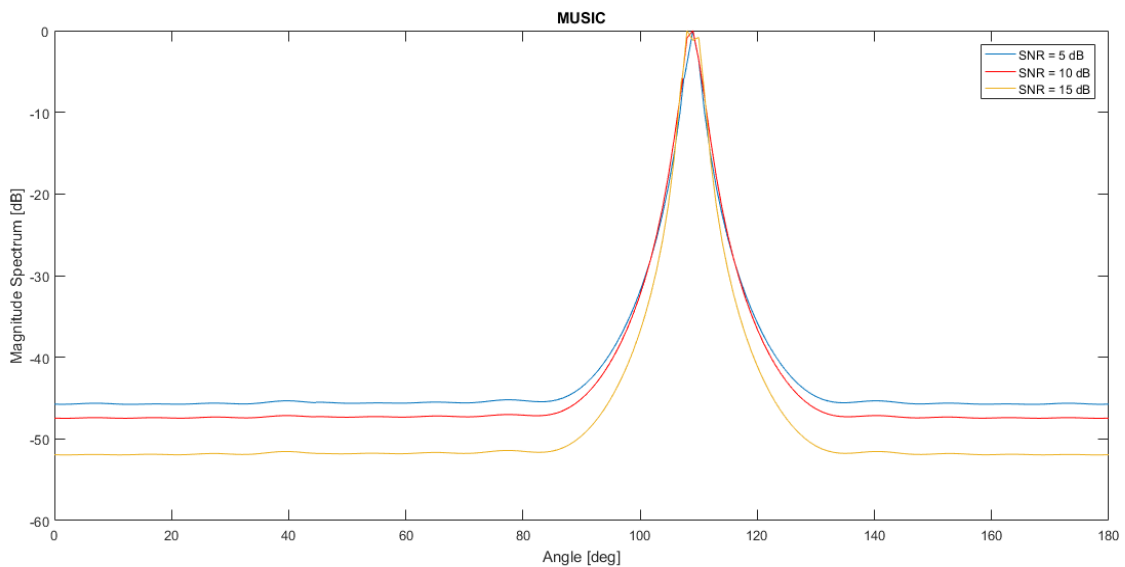
W porównaniu z konwencjonalną metodą (rys 4.2) oraz *MVDR* (rys. 4.6) maksima mocy odpowiadające pożądanym kierunkom są znacznie wyżej od poziomu szumu.

Sprawdzono minimalną różnicę między kierunkami nadejścia dwóch sygnałów (rys. 4.12), dla której jesteśmy w stanie rozróżnić dwa źródła, czyli w sytuacji, dla której jesteśmy w stanie wyróżnić maksima lokalne w przestrzennym widmie mocy.



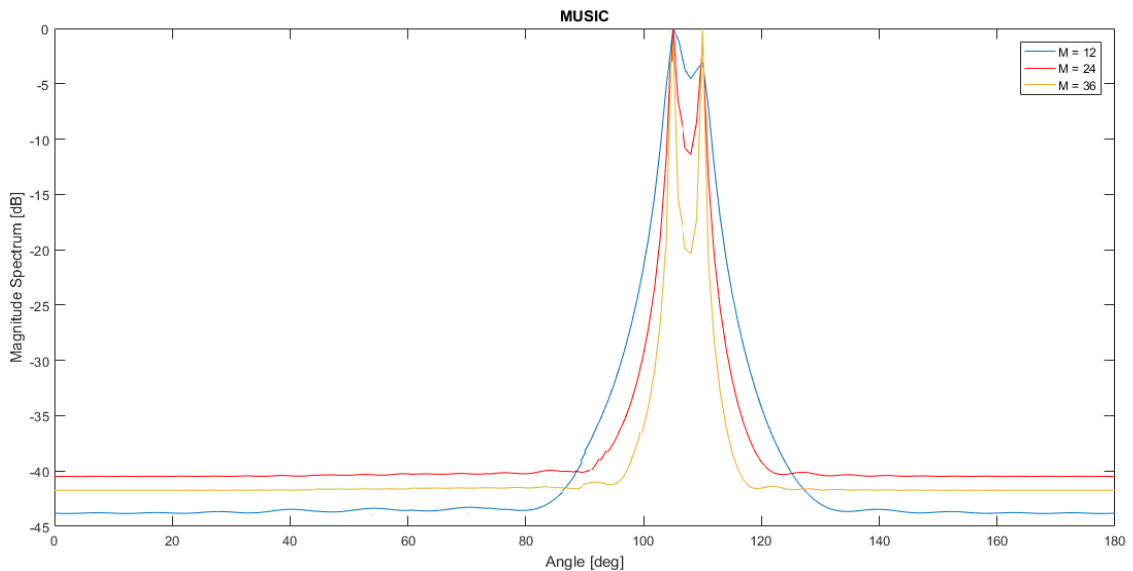
Rys. 4.12: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC

Na wykresie 4.13 przedstawiono wpływ parametru SNR na estymację DOA dla minimalnej odległości kątowej między dwoma źródłami. Malejąca moc szumu w stosunku do mocy sygnału wpływa na wytłumienie mocy na kierunkach niepożądanych, a także na dokładność estymacji.



Rys. 4.13 Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MUSIC.

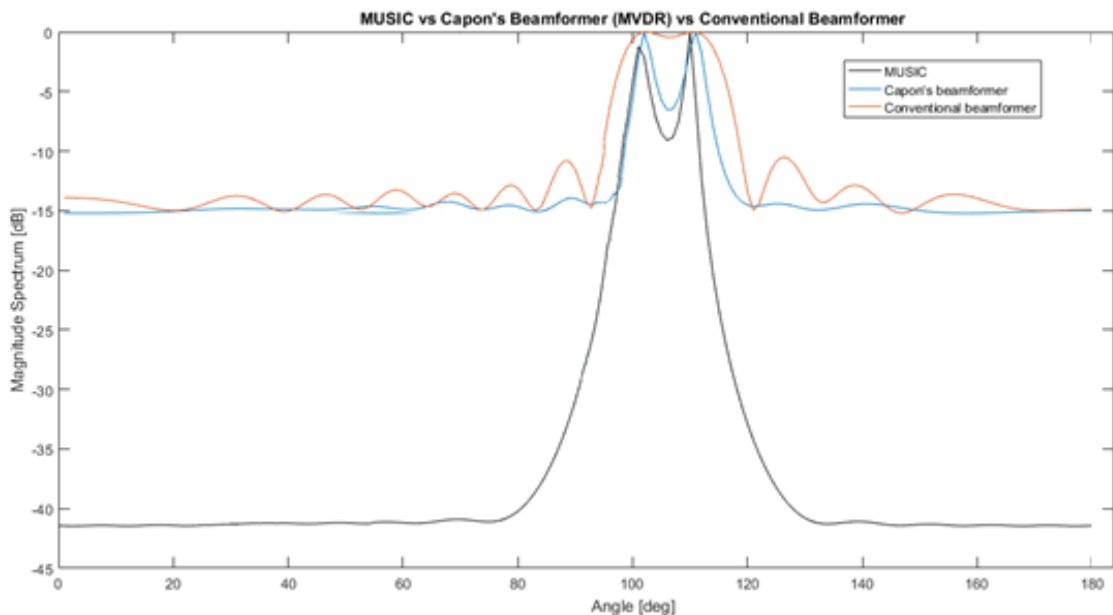
Na wykresie 4.14 został przedstawiony wpływ ilości elementów w szyku na dokładność estymacji DOA dla dwóch sygnałów padających odpowiednio pod kątem  $105^\circ$  i  $110^\circ$ , dla  $SNR = 5$  dB a ilość elementów w szyku wynosi odpowiednio  $M = 12, 24, 36$ .



Rys. 4.14: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MUSIC

Zwiększając ilość elementów w szyku antenowym jesteśmy w stanie znacznie poprawić rozdzielczość estymacji DOA [17], [18].

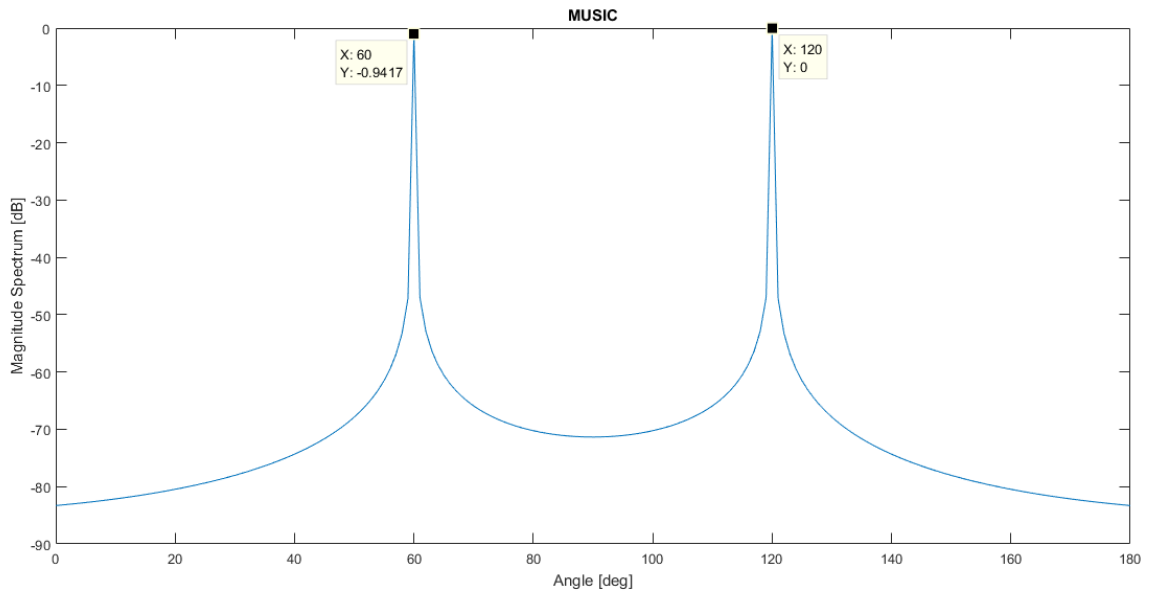
Wykres 4.15 przedstawia porównanie trzech metod, dla SNR =5 dB i odległości kątowej między dwoma źródłami wynoszącej 9 stopni, czyli dla minimalnej różnicy dla konwencjonalnej metody.



4.15. Porównanie estymacji kierunków nadejścia sygnałów za pomocą algorytmów Conventional Beamformer, MVDR oraz MUSIC

Tematem pracy jest system do wyznaczania kierunku nadejścia sygnału z wykorzystaniem anteny ESPAR (rozdział 2.1.3). Do zasymulowania działania anteny niezbędne jest zaimplementowanie wektora sterującego anteny (19). Symulacje przeprowadzone analogicznie z trzema poprzednimi przypadkami.

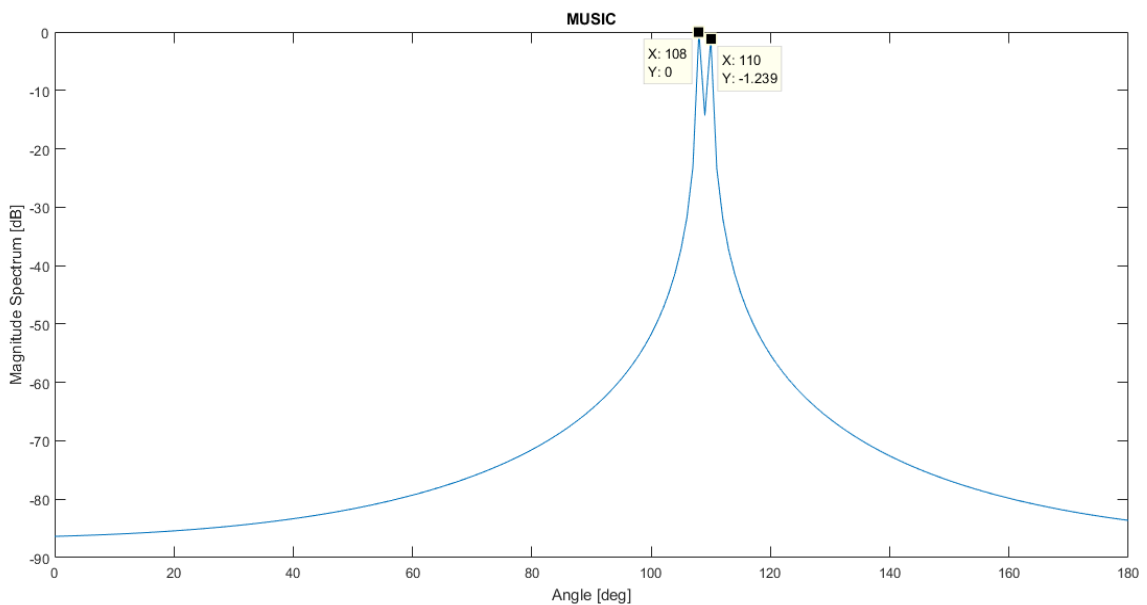
Estymowane kąty sygnałów nadchodzących z dwóch źródeł znajdujących się na kierunkach  $60^\circ$  i  $120^\circ$ . Wartość  $SNR = 50$  dB, ilość elementów w szyku jest równa 12 (rys.4.16).



Rys. 4.16: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC z anteną ESPAR

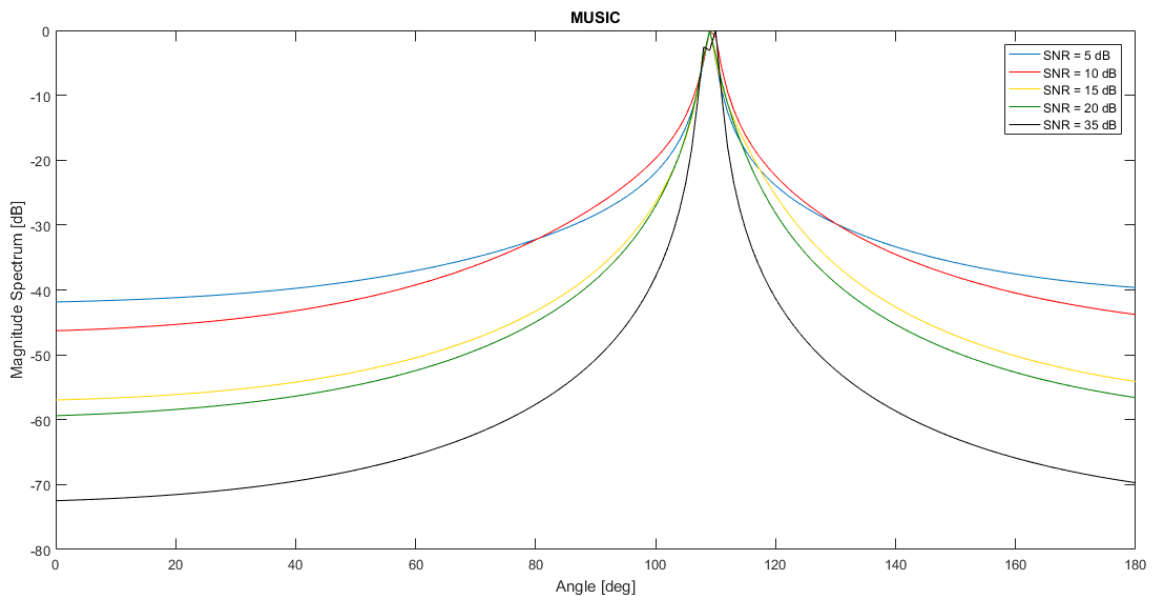
W porównaniu z konwencjonalną metodą (rys 4.2) oraz *MVDR* (rys. 4.6) maksima mocy odpowiadające pożądanym kierunkom są znacznie wyższe od poziomu szumu. Algorytm MUSIC dla szyku *ULA* i *ESPAR* wykazuje podobne działanie, co świadczy o poprawnej implementacji algorytmu wykorzystującego antenę *ESPAR*.

Sprawdzono minimalną różnicę między kierunkami nadejścia dwóch sygnałów (rys. 4.17), dla której jesteśmy w stanie rozróżnić dwa źródła, czyli w sytuacji, dla której jesteśmy w stanie wyróżnić maksima lokalne w przestrzennym widmie mocy.



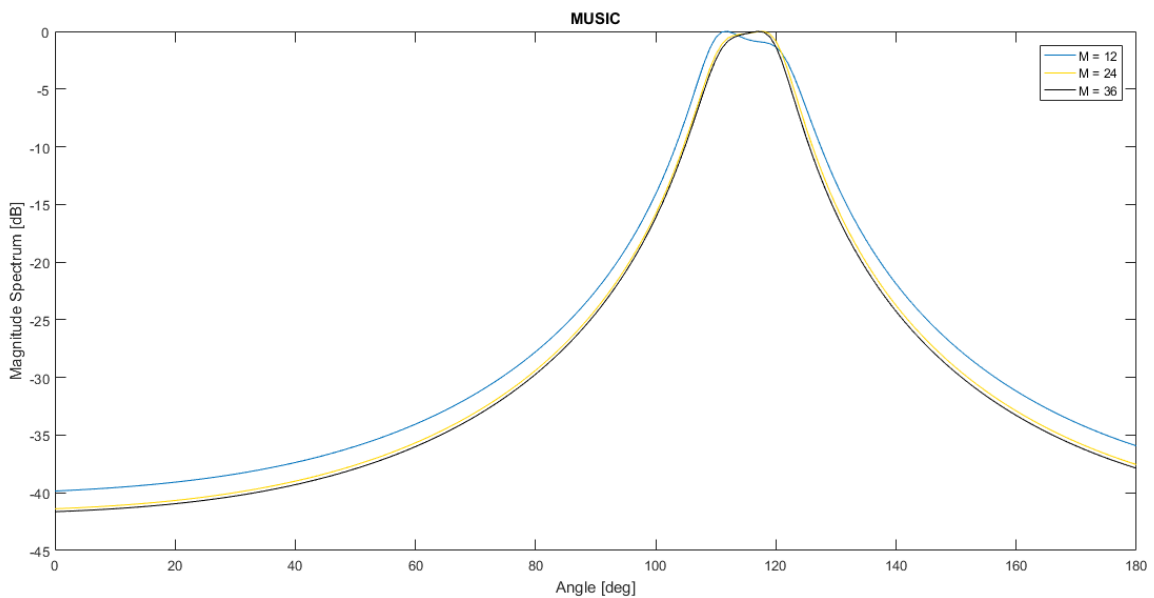
Rys. 4.17: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC z anteną ESPAR

Na wykresie 4.18 przedstawiono wpływ parametru SNR na estymację DOA dla minimalnej odległości kątowej między dwoma źródłami. Malejąca moc szumu w stosunku do mocy sygnału wpływa na wytlumienie mocy na kierunkach niepożądanych, na także na dokładność estymacji.



Rys. 4.18 Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MUSIC z anteną ESPAR.

Na wykresie 4.19 został przedstawiony wpływ ilości elementów w szyku na dokładność estymacji DOA dla dwóch sygnałów padających odpowiednio pod kątem  $105^\circ$  i  $110^\circ$ , dla SNR = 5dB a ilość elementów w szyku wynosi odpowiednio  $M = 12, 24, 36$ .



Rys. 4.19: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MUSIC z anteną ESPAR.

Jak można zauważyć ilość elementów nie wpływa na dokładność estymacji, co wynika z budowy anteny ESPAR (rozdział 2.1.3).

Dalsza część prac została poświęcona algorytmowi MUSIC z wykorzystaniem rzeczywistej anteny ESPAR. Do zdefiniowania skuteczności algorytmu przyjęto miary błędu estymacji zdefiniowane w rozdziale 4.4.

#### 4.4 Statystyczne miary błędów estymacji DoA

W celu weryfikacji dokładności estymacji kierunku nadejścia sygnału przebadano błąd estymacji kierunku i poddano go miarom statystycznym. Zbadano skuteczność estymacji kierunku nadejścia sygnału dla algorytmu MUSIC przystosowanego do anteny ESPAR. Przyjęto, że  $y_i$  oznaczać będzie wartość estymowana, zaś  $x_i$  wartość prawdziwą.

##### 4.4.1 Błąd średni (mean)

Obliczany jako suma wartości bezwzględnych różnic między kierunkiem estymowanym a prawdziwym, podzielona przez ilość prób  $n$ :

$$mean = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - x_i|}{n} \quad (62)$$

##### 4.4.2 Błąd średniokwadratowy (rms)

Obliczany, jako pierwiastek sumy kwadratów różnic między kierunkiem estymowanym a prawdziwym, podzielona przez ilość prób  $n$ :

$$rms = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}{n}} \quad (63)$$

##### 4.4.3 Standardowa dewiacja (std)

Obliczana, jako pierwiastek sumy kwadratów różnic między kierunkiem estymowanym a wartością średnią błędu wszystkich estymowanych wartości, podzieloną przez ilość prób  $n-1$ :

$$std = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2}{n-1}} \quad (64)$$

gdzie,  $x_i$  to błąd estymacji jednego kąta, zaś  $\bar{x}_i$  oznacza wartość średnią błędu wszystkich estymowanych wartości.

##### 4.4.4 Precyzja

Precyzja (*ang. precision*) – wyznaczona, jako maksymalny błąd estymacji pośród wszystkich estymowanych kątów.

$$precision = \max(y_i - x_i) \quad (65)$$

gdzie,  $i = 0, 1, 2, \dots, 359$

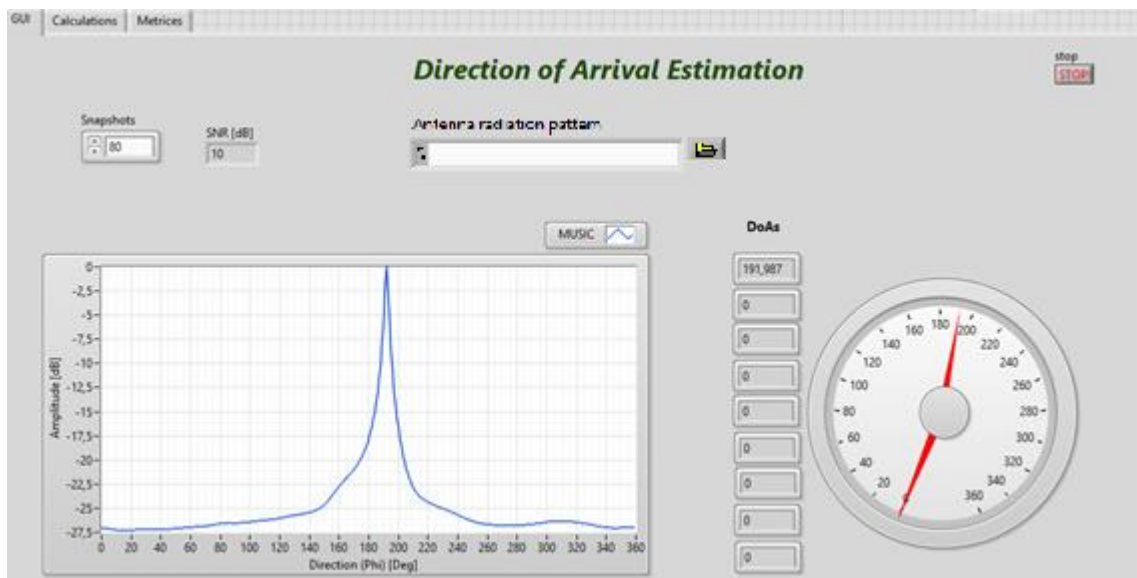
#### 4.4.5 Procent błędów mniejszych lub równych odpowiednio 1, 2, 3 stopnie

Określany, jako procent błędów estymacji mniejszych od przyjętej granicy błędu.

$$\frac{\text{liczba błędów estymacji} < 0^{\circ}, 1^{\circ}, 2^{\circ}, 3^{\circ}}{\text{liczba wszystkich błędów}} * 100[\%] \quad (66)$$

## 5. Symulator algorytmu MUSIC w środowisku LabVIEW

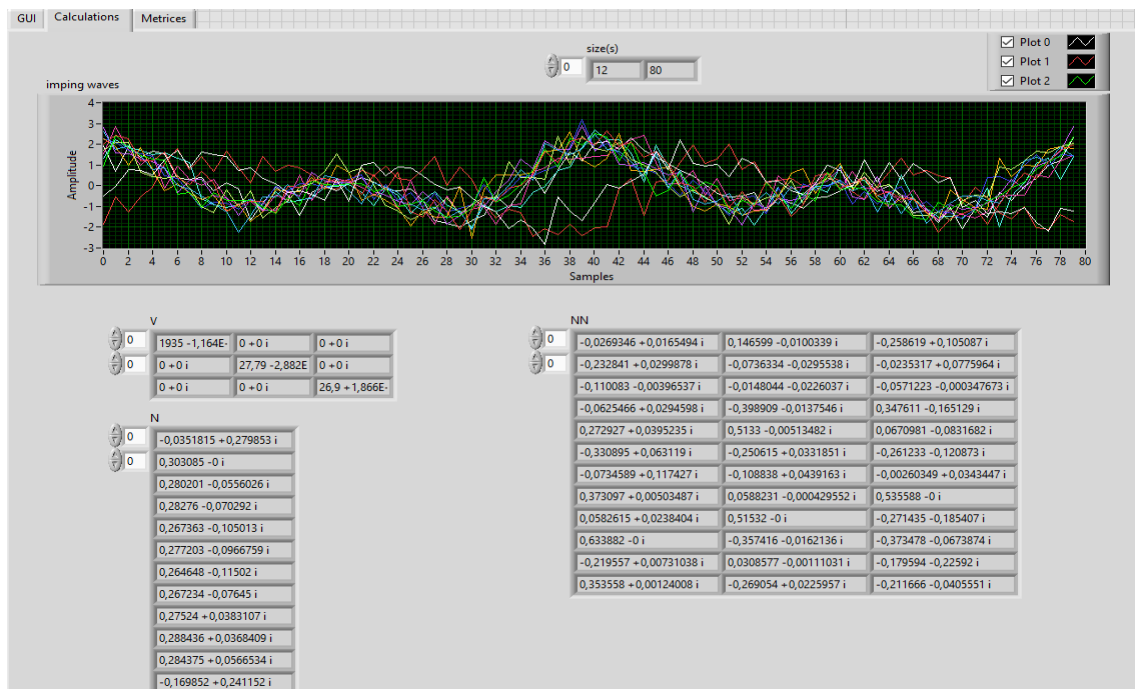
Na potrzeby niniejszej pracy przygotowano symulator z graficznym interfejsem użytkownika (rys. 5.1 a, b, c) pozwalający na przeprowadzenie symulacji DOA zgodnie z modelem przedstawionym w rozdziale 2.2. Na rys. 5.1a przedstawiono główne okno programu, pozwalające na wczytanie z pliku charakterystyk promieniowania anteny *ESPAR*, wybranie liczby *snapshots* symulowanego sygnału odbieranego przez antenę. Symulator wykreśla charakterystykę algorytmu *MUSIC* w zależności od parametru *SNR* dla każdego kąta padania sygnału z przedziału 0-360° w płaszczyźnie horyzontalnej. Estymowany kierunek nadejścia sygnału odpowiada kątowi, dla którego otrzymujemy maksymalny poziom amplitudy sygnału.



Rys.5.1a: Główne okno symulatora DOA

Okno aplikacji przedstawione na rys. 5.1b przedstawia wykresy sygnału padającego na antenę dla jej 12 różnych konfiguracji odpowiadających różnym kierunkowym charakterystyk promieniowania. Okno przedstawia również wyliczoną macierz kowariancji z odebranych sygnałów, oraz jej wektory i wartości własne.





Rys.5.1b: Drugie okno aplikacji przedstawiające sygnał padający na antenę ESPAR oraz macierz kowariancji odebranych sygnałów

Kolejne okno aplikacji (rys. 5.1c) przedstawia tablicę estymowanych kierunków oraz wykres błędu obliczonego jako różnicę między kierunkiem rzeczywistym a estymowanym. Dodatkowo w formie tablicy przedstawiono wyliczone miary błędów opisane w rozdziale 4.4.



Rys.5.1c: Trzecie okno aplikacji przedstawiające wyniki przeprowadzonych symulacji

### 5.1 Symulacja w środowisku LabVIEW

Symulator DOA (rys.5.1) przygotowano środowisko LabVIEW, które umożliwia tworzenie aplikacji sterująco-pomiarowych oraz w stosunkowo łatwy sposób zaprojektowanie graficznego interfejsu użytkownika pozwalającego na zmianę parametrów w trakcie działania programu i wykreślanie zbioru danych wraz z wynikami ich przetwarzania.

### 5.2 Model kanału propagacyjnego

Symulacja kanału propagacyjnego uwzględnia addytywny biały szum gaussowski oraz charakterystyki promieniowania anteny ESPAR, które mogą być wczytane z pliku. Charakterystyki ESPARA mogą zostać dostarczone z symulatora elektromagnetycznego (np. FEKO), pomiarów w komorze bezdechowej lub uzyskane analitycznie (19). Dane będące charakterystykami promieniowania anteny mogą zostać wczytane z pliku tekstowego w formacie przedstawionym na rysunku 5.1.

| Plik     | Edycja | Format   | Widok    | Pomoc    |          |
|----------|--------|----------|----------|----------|----------|
| 0.452864 |        | 0.396534 | 0.215802 | 0.232847 | 0.454258 |
| 0.452864 |        | 0.409320 | 0.224263 | 0.229817 | 0.454258 |
| 0.452864 |        | 0.422836 | 0.233217 | 0.227152 | 0.454258 |
| 0.452864 |        | 0.437131 | 0.242698 | 0.224863 | 0.454258 |
| 0.452864 |        | 0.452255 | 0.252743 | 0.222961 | 0.454258 |

Rys.5.1: Format danych pliku tekstowego z charakterystykami promieniowania anteny ESPAR

Każda kolumna oznacza charakterystykę dla jednej konfiguracji anteny. W wierszach zawarta jest moc promieniowania dla zakresu 0-360 stopni z krokiem, co 1 stopień.

### 5.3 Porównanie błędów estymacji dla algorytmu MUSIC

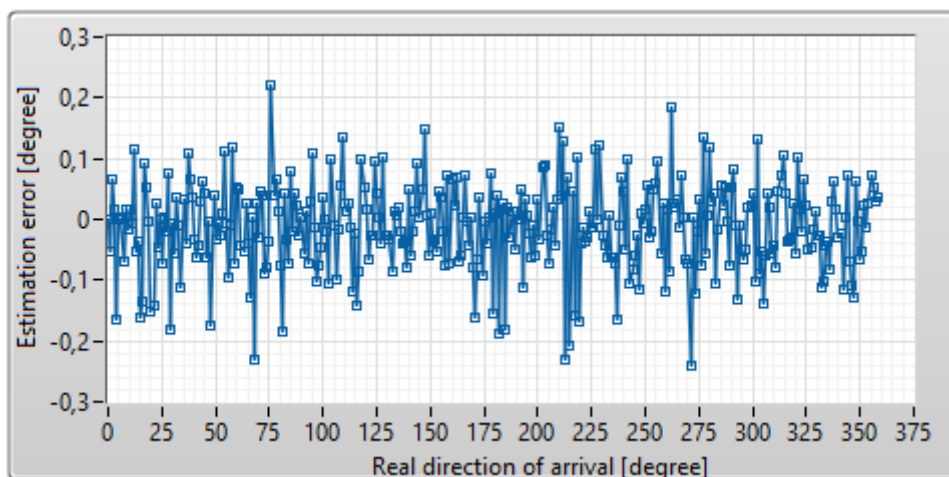
W rozdziale określono dokładność algorytmu MUSIC dla analitycznego modelu anteny ESPAR zgodnie z przyjętymi miarami błędów (rozdział 4.4). W tabeli 5.1 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od parametru SNR dla 10 *snapshotów*.

Tabela 5.1. Błędy estymacji MUSIC w zależności od SNR dla analitycznego modelu anteny ESPAR

| SNR [dB] | MEAN [°] | RMS [°] | STD [°] | PRECISION [%] |
|----------|----------|---------|---------|---------------|
| 5        | 0,56     | 0,69    | 0,77    | 2,15          |
| 10       | 0,31     | 0,39    | 0,23    | 1,52          |
| 15       | 0,13     | 0,18    | 0,05    | 0,92          |
| 20       | 0,06     | 0,07    | 0,01    | 0,24          |

Wykres 5.2 przedstawia błąd estymacji (różnicę między wartością estymowaną a rzeczywistą) dla wartości parametru SNR = 20 dB i długości sygnału równej 10 *snapshotów*, zaś w tabeli 5.2 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od ilości *snapshotów* dla SNR = 15 dB.





Rys. 5.2: Wykres błęd estymacji dla algorytmu MUSIC z analitycznym modelem anteny ESPAR.

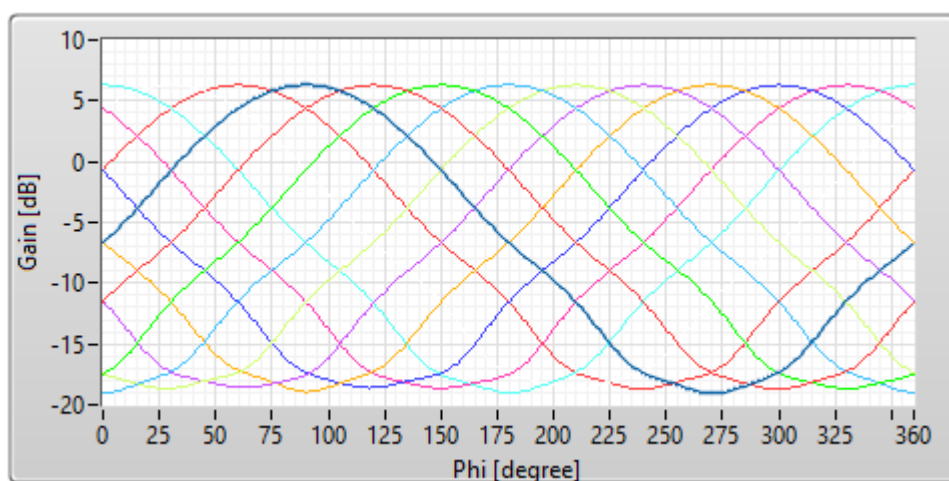
Tabela 5.2. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla analitycznego modelu anteny ESPAR

| <b>N [q-ty]</b> | <b>MEAN [°]</b> | <b>RMS [°]</b> | <b>STD [°]</b> | <b>PRECISION [%]</b> |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------------|
| <b>1</b>        | 0,57            | 0,73           | 0,83           | 2,29                 |
| <b>5</b>        | 0,24            | 0,32           | 0,16           | 0,99                 |
| <b>10</b>       | 0,14            | 0,19           | 0,06           | 0,72                 |
| <b>50</b>       | 0,04            | 0,05           | 0              | 0,15                 |
| <b>100</b>      | 0,02            | 0,03           | 0              | 0,1                  |

Jak łatwo można zauważyć, błędy estymacji *DOA* maleją wraz ze wzrostem wartości parametru *SNR* oraz liczby *snapshotów*.

#### 5.4 Wyniki symulacji

Na wykresie 5.3 przedstawiono charakterystyki promieniowania anteny ESPAR uzyskane z symulacji modelu anteny w symulatorze *FEKO*.

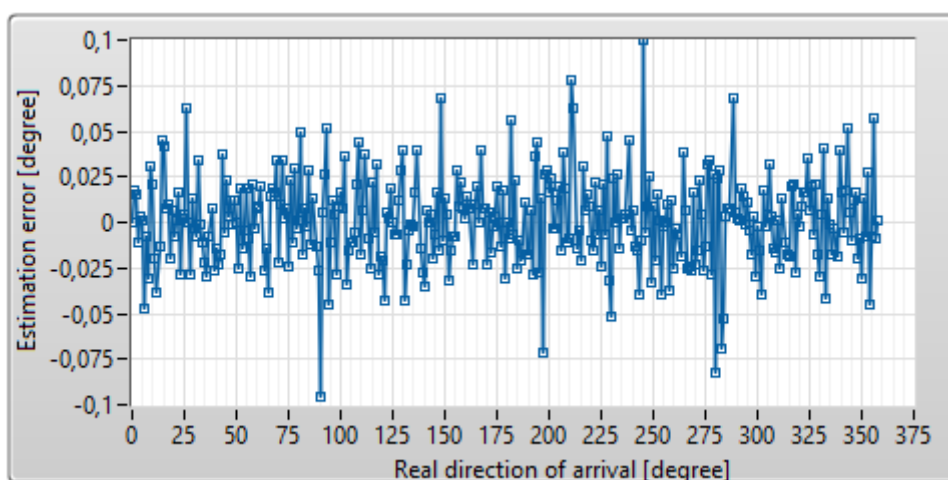


Rys.5.3: Charakterystyki promieniowania anteny ESPAR uzyskane ze środowiska FEKO

W tabeli 5.3 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od wartości parametru SNR dla 10 *snapshotów*. Wykres 5.4 przedstawia błąd estymacji dla wartości parametru SNR = 20 dB i długości sygnału równej 10 *snapshotów*.

Tabela 5.3. Błędy estymacji MUSIC w zależności od SNR dla symulowanego modelu anteny ESPAR

| SNR [dB] | MEAN [°] | RMS [°] | STD [°] | PRECISION [%] |
|----------|----------|---------|---------|---------------|
| 5        | 0,3      | 0,38    | 0,25    | 1,35          |
| 10       | 0,13     | 0,18    | 0,05    | 0,91          |
| 15       | 0,06     | 0,07    | 0,01    | 0,31          |
| 20       | 0,02     | 0,02    | 0       | 0,1           |



Rys. 5.4.: Wykres błęd estymacji dla algorytmu MUSIC z symulowanym modelem anteny ESPAR.

W tabeli 5.4 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od ilości *snapshotów* dla SNR=15dB. Jak łatwo zauważyć, zwiększenie długości odebranego sygnału, znacząco poprawia precyzję estymacji kierunku nadejścia sygnału.

Tabela 5.4. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby *snapshotów* dla symulowanego modelu anteny ESPAR

| N [q-ty] | MEAN [°] | RMS [°] | STD [°] | PRECISION [%] |
|----------|----------|---------|---------|---------------|
| 1        | 0,3      | 0,4     | 0,26    | 1,52          |
| 5        | 0,09     | 0,12    | 0,02    | 0,54          |
| 10       | 0,05     | 0,07    | 0,01    | 0,38          |
| 50       | 0,01     | 0,02    | 0       | 0,09          |
| 100      | 0,01     | 0,01    | 0       | 0,04          |

## 6. IMPLEMENTACJA SPRZĘTOWA SYSTEMU POMIAROWEGO

W celu weryfikacji poprawności przeprowadzonych symulacji przygotowano system pomiarowy umożliwiający estymację kierunku nadejścia sygnału z wykorzystaniem rzeczywistych urządzeń. Pomiary wykonano w komorze bezdechowej stosując układ radia programowalnego oraz antenę ESPAR. Antena oraz aplikacja pomiarowa w komorze bezdechowej zostały przygotowane przez pracowników katedry Inżynierii Mikrofalowej i Antenowej (*KIMIA*) Politechniki Gdańskiej.

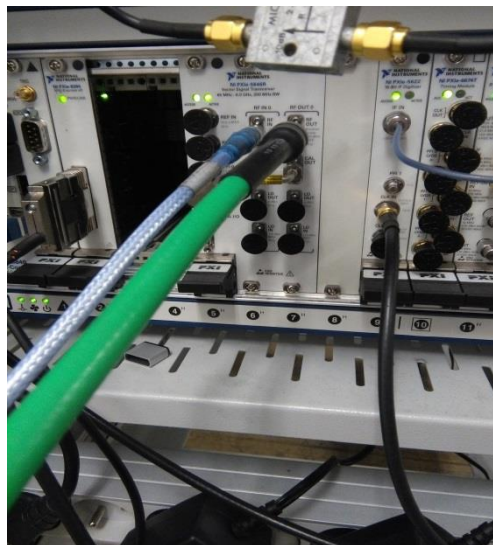
### 6.1 Warunki pracy (środowisko propagacyjne)

Środowisko propagacyjne jest zdefiniowane poprzez właściwości komory bezdechowej. Wymiary komory bezdechowej mierzone po wewnętrznych krawędziach ścian ( $L \times W \times H$ ): 12 m x 5.6 m x 5.65 m. Komora bezdechowa pozwala na wykonanie pomiarów w warunkach wolnej przestrzeni.

### 6.2 Platforma NI PXI – radio programowalne

Platforma *PXI* [19], [20] jest to modułowe narzędzie pozwalające na generację i detekcję sygnałów radiowych w szerokim zakresie częstotliwości. W systemie *PXI* od *National Instruments*, obudowa zapewnia zasilanie, chłodzenie i magistralę komunikacyjną dla narzędzi modułowych i układów wejścia/wyjścia. System modułowy pozwala na pracę z różnymi urządzeniami podłączonymi do magistrali. Głównym elementem realizacji sprzętowej do realizacji pomiarów *DOA* algorytmem *MUSIC* jest wektorowy *transceiver* sygnałowy *NI PXIe-5646R* (*ang. Vector Signal Transceiver, VST*) mogący pracować z maksymalnym pasmem 200 MHz w zakresie częstotliwości od 65 MHz do 6 GHz.

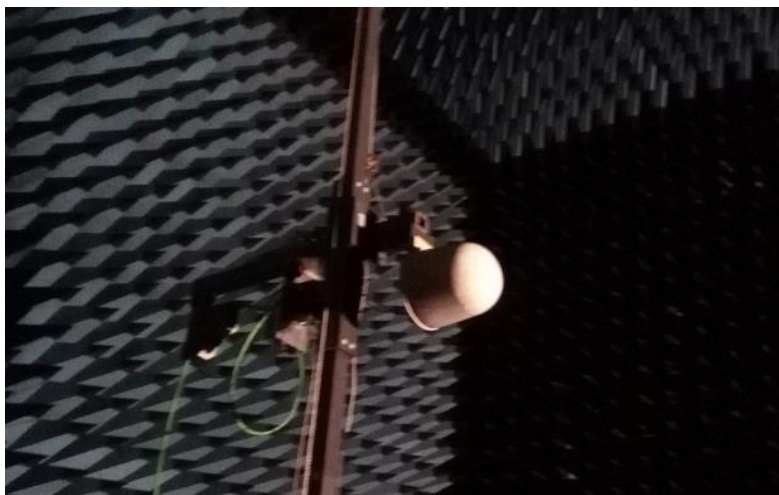
System *PXI* jest sterowany za pomocą środowiska *LaBVIEW* z dedykowanymi bibliotekami do obsługi modułów. Rysunek 6.1 przedstawia moduł *VST* z podłączonym wyjściem do źródła sygnału i wejściem do anteny *ESPAR*.



Rys. 6.1: Moduł *VST* z podłączonym wyjściem do źródła sygnału i wejściem do anteny *ESPAR*.

### 6.2.1 Źródło sygnału

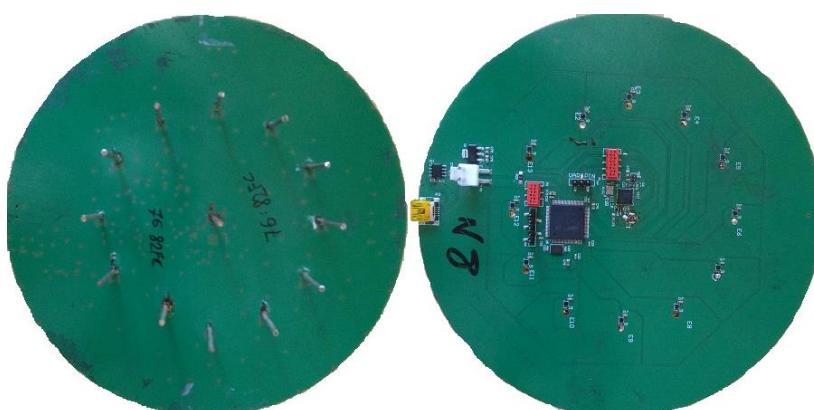
Źródłem sygnału jest antena referencyjna (rys 6.2) pracująca na paśmie ISM 2,4 GHz i podłączona do generatora sygnału. Generowany sygnał jest ciągły, postaci sinusoidy o mocy 10 dBm. Częstotliwość nośna sygnału ustawiona została na 2,484 GHz. Pomiar został wykonany kilkakrotnie, dla zmiennej liczby okresów sygnału (1 *snapshot* odpowiada 8 próbkom sygnału). Liczbę *snapshotów* ustawiono kolejno na 100, 50, 10, 5, 1.



Rys. 6.2: Referencyjna antena nadawcza zamontowana do pomiarów DOA.

### 6.2.2 Odbiornik sygnału

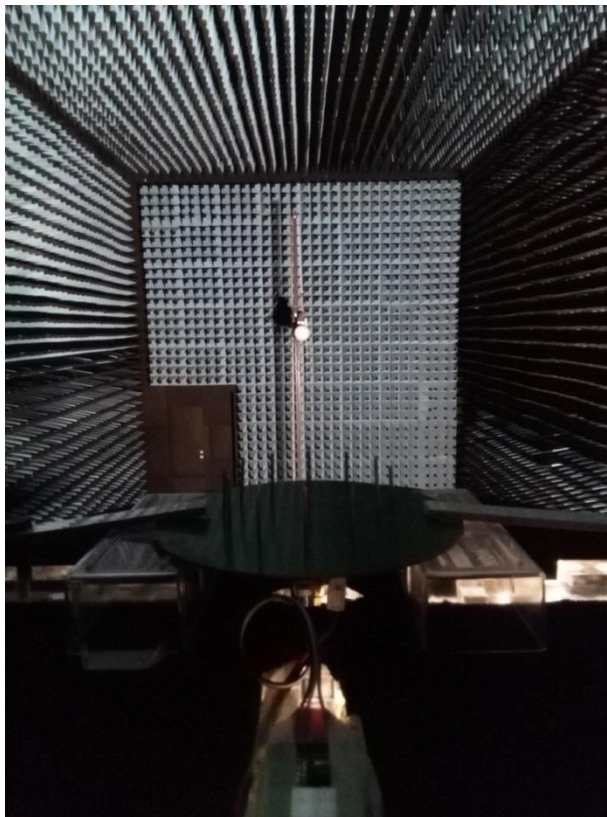
Antenę odbiorczą, *ESPAR* (rys. 6.3), zamontowano na stoliku obrotowym z ustawionym krokiem obrotu 1°. Ustawienie anteny na stoliku obrotowym umożliwiło symulację zmiany kąta położenia źródła sygnału.



Rys. 6.3: Odbiorcza antena ESPAR zamontowana do pomiarów DOA. Widok z dwóch stron (antena została zrealizowana w KIMIA)

### 6.3 Testbed pomiarowy

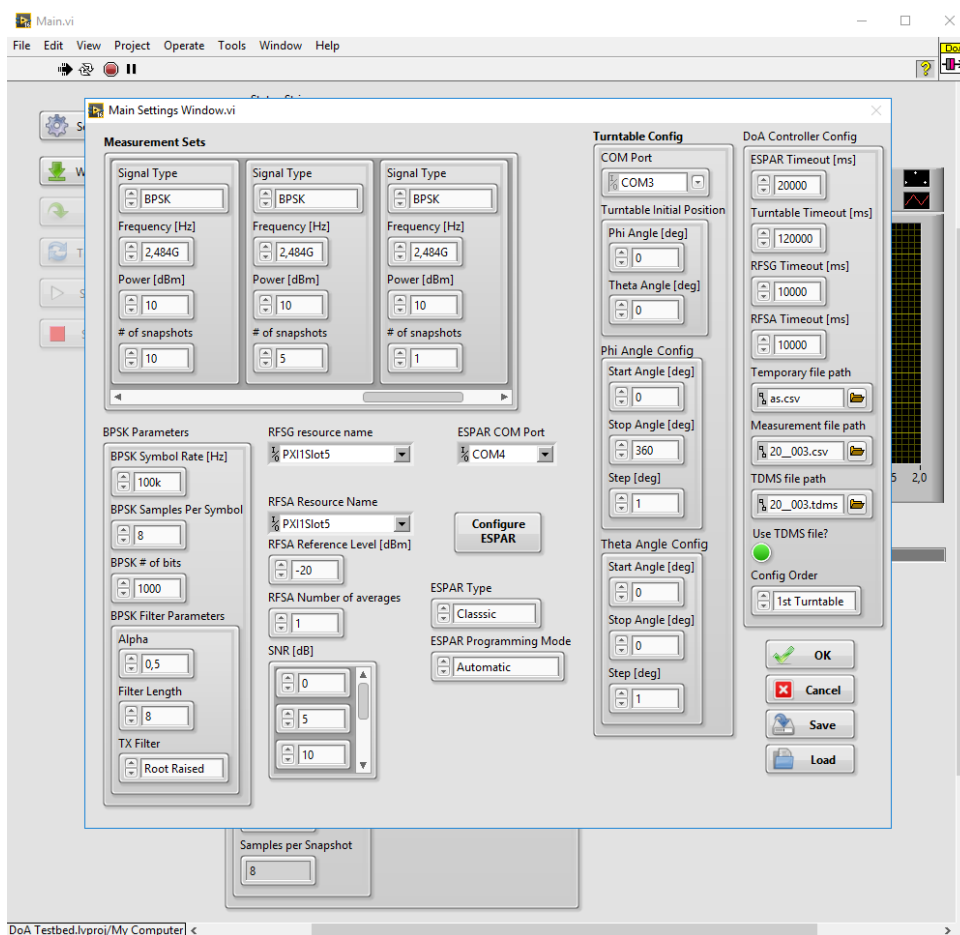
Układ pomiarowy zrealizowany w komorze bezechowej został przedstawiony na rysunku 6.4.



Rys. 6.4: Układ pomiarowy zrealizowany w komorze bezechowej.

### 6.4 Aplikacja pomiarowa

Aplikacja sterująco-pomiarowa obsługująca platformę *NI PXI* oraz antenę *ESPAR* umieszczoną na obrotowym stoliku, przygotowana została przez pracowników *KIMIA*. Aplikacja umożliwia wprowadzenie ustawień (rys. 6.5) pozwalających na pomiar charakterystyk promieniowania anteny jak również nadawanie i odbieranie sygnałów o zadanych parametrach. Dla przypadku algorytmu *MUSIC* przygotowano schemat pomiarowy niezbędny do przeprowadzenia pomiarów umożliwiających estymację *DOA*. Schemat uzgodniono i przetestowano z autorem aplikacji, co wprowadziło dodatkowe funkcjonalności pomiarowe. Kolejne kroki schematu pomiarowego przedstawiono na rysunku 6.6.

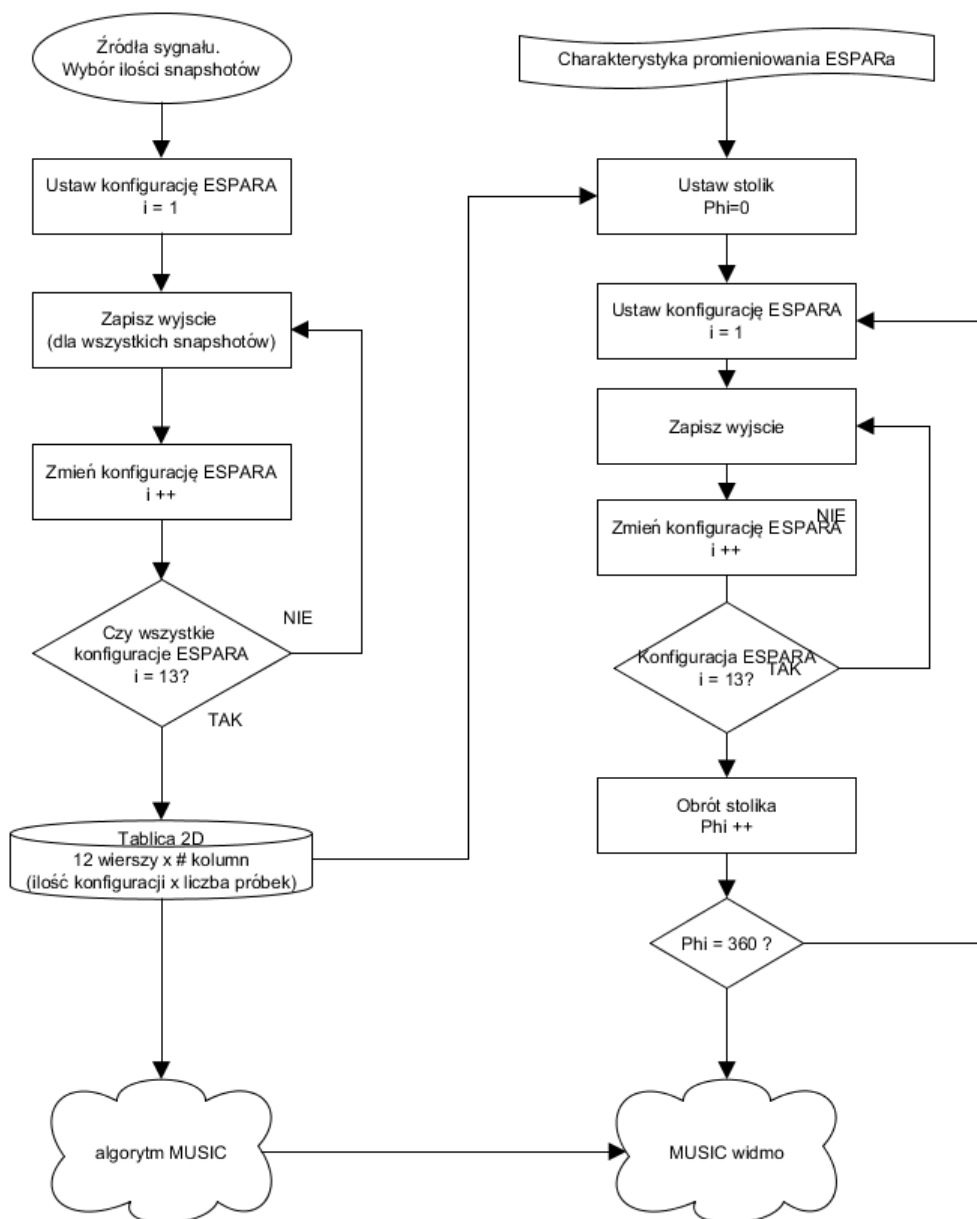


Rys. 6.6: Okno ustawień aplikacji sterująco-pomiarowej wykorzystywanej w komorze bezekowej Politechniki Gdańskiej

#### 6.4.1 Opis przeprowadzonych pomiarów

Schemat pomiarowy przedstawiono na rys. 6.6. Transmitowany sygnał o wybranej liczbie okresów, zostaje odebrany dla każdej konfiguracji anteny *ESPAR*, czyli na każdej z 12 kierunkowych charakterystyk promieniowania. W wyniku pomiaru utworzono tablicę 2-wymiarową, której kolumny odpowiadają ciągowi próbek sygnału. Pomiar powtórzono dla kroku obrotu stolika pomiarowego, co 1 stopień w zakresie od 0 do 359 stopni uzyskując tym samym zmianę kierunku padania sygnału. Dodanie poziomu szumu tak, aby uzyskać określony *SNR*, wykonuje się automatycznie na odebranych próbkach sygnału.

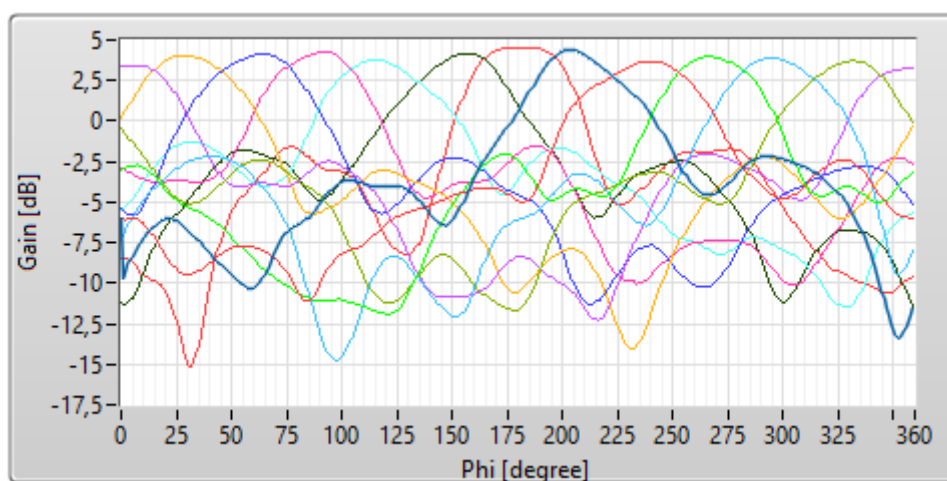




Rys. 6.6: Schemat pomiarowy DOA algorytmem MUSIC.

## 7. WYNIKI POMIARÓW

Przeprowadzono pomiary estymacji kierunku nadejścia sygnału w komorze bezekowej z wykorzystaniem rzeczywistych urządzeń - układu radia programowalnego oraz anteny *ESPAR*. W celu weryfikacji poprawności symulacji wyniki pomiarów zestawiono z wynikami symulacji i dokonano ich porównania. Na wykresie 7.1 przedstawiono pomierzone charakterystyki promieniowania anteny *ESPAR* przedstawionej na rys.6.3. Pomiar został przeprowadzony z wykorzystaniem aplikacji pomiarowej (rys.6.6) z ustawieniami do zapisu mocy odebranego sygnału i przeprowadzone zgodnie z częścią schematu przedstawionego na rys.6.6. Charakterystyki promieniowania określono dla 12 różnych konfiguracji anteny *ESPAR*.



Rys.7.1: Pomierzone charakterystyki promieniowania anteny *ESPAR*

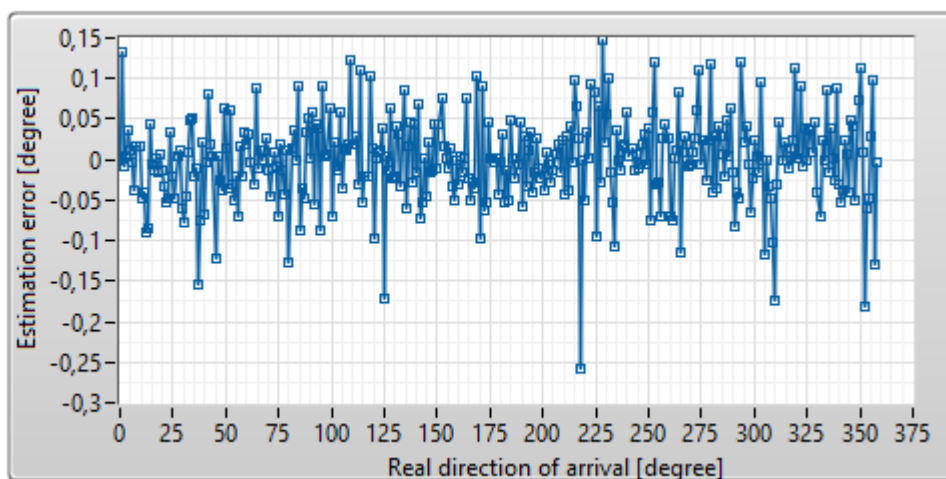
### 7.1 Wyniki pomiarów - błędy estymacji DoA

W tabeli 5.2 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od parametru *SNR* dla 10 *snapshotów*. Zgodnie z oczekiwaniami wynikającymi z symulacji, wzrost poziomu parametru *SNR* powoduje zwiększenie precyzji estymacji.

Tabela 7.1. Błędy estymacji MUSIC w zależności od *SNR* dla pomierzonego modelu anteny *ESPAR*

| <b>SNR [dB]</b> | <b>MEAN [°]</b> | <b>RMS [°]</b> | <b>STD [°]</b> | <b>PRECISION [%]</b> |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------------|
| <b>5</b>        | 0,64            | 0,82           | 1,05           | 3,04                 |
| <b>10</b>       | 0,32            | 0,42           | 0,29           | 1,52                 |
| <b>15</b>       | 0,14            | 0,19           | 0,05           | 0,59                 |
| <b>20</b>       | 0,07            | 0,09           | 0,01           | 0,26                 |

Wykres 7.2 przedstawia błąd estymacji dla wartości parametru *SNR* = 20 dB i długości sygnału równej 10 *snapshotów*. Błąd obliczono jako różnicę wartości rzeczywistej i estymowanej. Wpływ liczby *snapshotów* na wielkość błędów pokazano w tabeli 7.2. Przyjęto stałą wartość parametru *SNR* wynoszącą 15 dB. Można zauważyć, że wzrost liczby *snapshotów* powoduje zwiększenie precyzji estymacji.



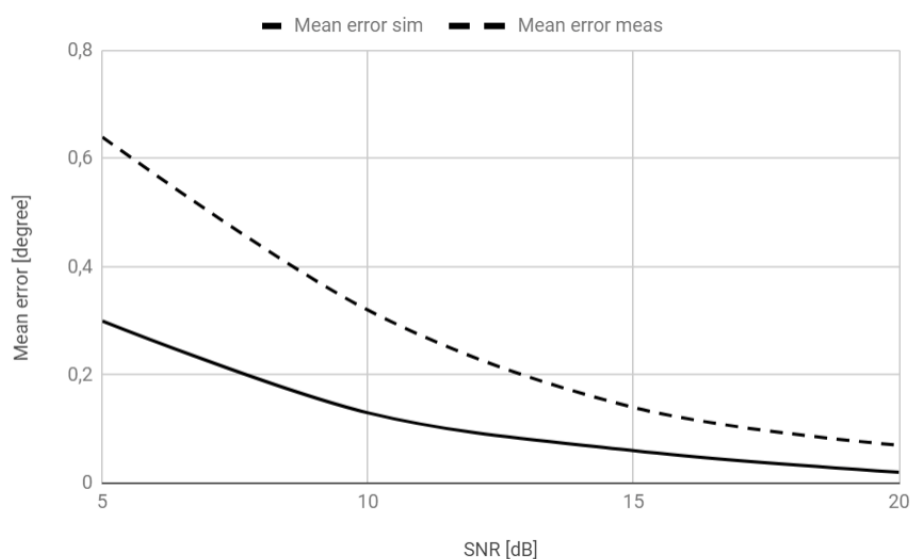
Rys. 7.2: Wykres błęd estymacji dla algorytmu MUSIC z rzeczywistym modelem anteny ESPAR

Tabela 7.2. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

| N [q-ty] | MEAN [°] | RMS [°] | STD [°] | PRECISION [%] |
|----------|----------|---------|---------|---------------|
| 1        | 0,4      | 0,54    | 0,48    | 1,88          |
| 5        | 0,16     | 0,22    | 0,07    | 0,78          |
| 10       | 0,1      | 0,14    | 0,03    | 0,62          |
| 50       | 0,03     | 0,04    | 0       | 0,12          |
| 100      | 0,02     | 0,03    | 0       | 0,12          |

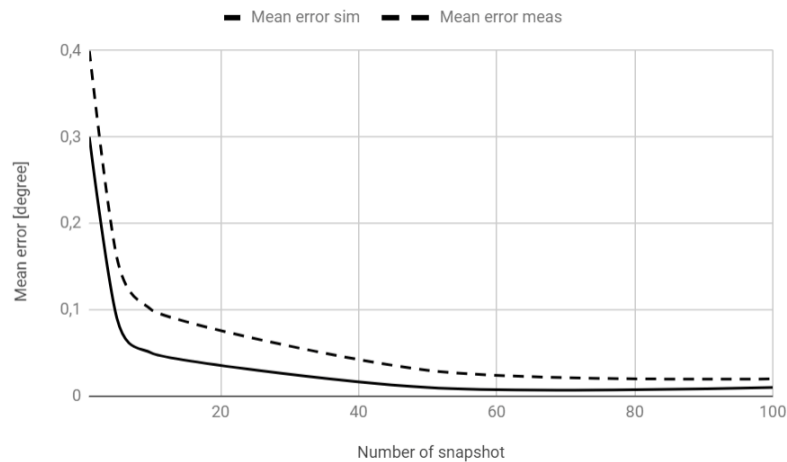
## 7.2 Zestawienie wyników pomiarów z przeprowadzonymi symulacjami

W podrozdziale porównano wyniki symulacji i pomiarów. Na wykresie 7.3 przedstawiono porównanie średniego błędu estymacji w zależności od parametru SNR dla anteny symulowanej i rzeczywistej. Średni błąd pomiarów jest większy od średniego błędu uzyskanego z symulacji, jednak w obu przypadkach błąd maleje ze wzrostem parametru SNR.



Rys. 7.3: Porównanie średniego błędu estymacji w zależności od SNR dla anteny symulowanej i rzeczywistej.

Na wykresie 7.4 przedstawiono porównanie średniego błędu estymacji w zależności od ilości *snapshotów* dla anteny symulowanej i rzeczywistej. W obu przypadkach zwiększenie liczby odbieranych próbek sygnału powoduje obniżenie wartości średniego błędu estymacji.



Rys. 7.4: Porównanie średniego błędu estymacji w zależności od ilości *snapshotów* dla anteny symulowanej i rzeczywistej

Jak można łatwo zauważyć wyniki przeprowadzonych pomiarów potwierdzają oczekiwane działanie algorytmu *MUSIC* przebadanego podczas symulacji.

### 7.3 Algorytm Power - MUSIC

W celu uproszczenia metody estymacji DOA zaproponowano modyfikację algorytmu *MUSIC* polegającą na operowaniu jedynie amplitudą próbki sygnału zamiast na amplitudzie i fazie. Zaproponowana zmiana polega na tym, że zamiast odbierać sygnał w postaci próbek zespolonych (*I* i *Q*), odbieramy moc chwilową. Dalszy proces przetwarzania sygnału jest taki sam jak dla przypadku standardowego algorytmu *MUSIC*.

Wszystkie zawarte w tym podrozdziale symulacje przeprowadzono w oparciu o rzeczywiste charakterystyki promieniowania. Natomiast próbki sygnału przetworzono zgodnie z poniższymi zależnościami.

Wiedząc, że amplituda odebranego sygnału w postaci kwadraturowej przyjmuje postać:

$$A = \sqrt{I^2 + Q^2} \quad (67)$$

Dla systemu *PXI* pracującego z biblioteką programowania *RFSA* (ang. *Radio Frequency Signal Analyzer*), z której korzystano w (6.2), amplituda jest równa napięciu szczytowemu (66), czyli

$$A = V_p \quad (68)$$

zaś, dla sygnału sinusoidalnego:

$$V_{RMS} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{I^2 + Q^2}}{\sqrt{2}} \quad (69)$$

Wiedząc, że:

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{R} \quad (70)$$

gdzie,  $R$  oznacza impedancję, zazwyczaj  $R = 50\Omega$ . Jawną postać mocy z odebranej próbki sygnału możemy przedstawić następująco:

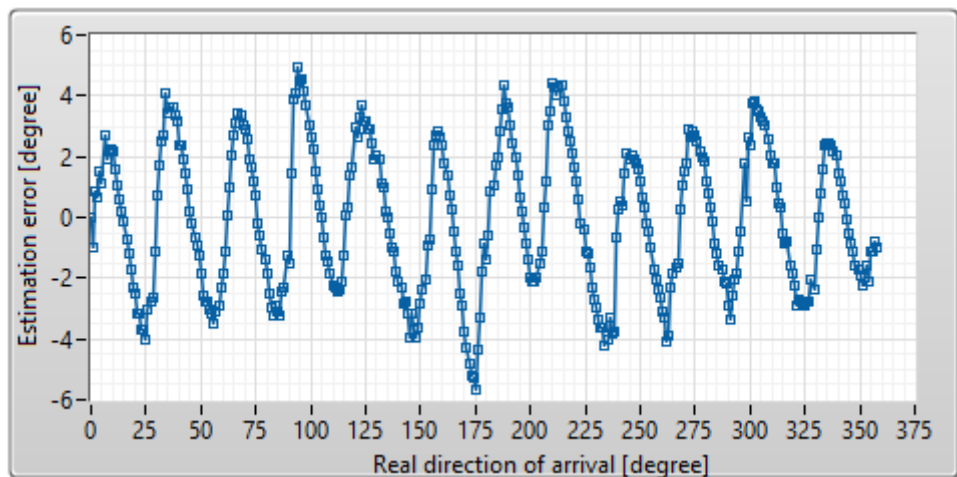
$$P = \frac{I^2 + Q^2}{2R} [W] \quad (71)$$

W tabeli 7.4 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od parametru  $SNR$  dla 10 *snapshotów*.

Tabela 7.4. Błędy estymacji Power-MUSIC w zależności od  $SNR$  dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

| SNR [dB] | MEAN [°] | RMS [°] | STD [°] | PRECISION [%] |
|----------|----------|---------|---------|---------------|
| 5        | 4,94     | 19,73   | 400,36  | 189,91        |
| 10       | 2,18     | 2,55    | 11,09   | 6,5           |
| 15       | 2,06     | 2,39    | 10,11   | 5,96          |
| 20       | 2,09     | 2,4     | 10,24   | 5,67          |

Wykres 7.5 przedstawia błąd estymacji dla wartości parametru  $SNR = 20\text{ dB}$  i długości sygnału równej 10 *snapshotów*.



Rys. 7.5: Wykres błęd estymacji dla algorytmu Power-MUSIC z rzeczywistym modelem anteny ESPAR

W tabeli 7.5 przedstawiono wartości miar błędów w zależności od ilości *snapshotów* dla  $SNR=15\text{dB}$

Tabela 7.5. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby *snapshotów* dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

| <b>N [q-ty]</b> | <b>MEAN [°]</b> | <b>RMS [°]</b> | <b>STD [°]</b> | <b>PRECISION [%]</b> |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------------|
| <b>1</b>        | 3,06            | 8,31           | 75,79          | 143,93               |
| <b>5</b>        | 2,14            | 2,5            | 11,25          | 6,29                 |
| <b>10</b>       | 2,09            | 2,42           | 10,35          | 5,5                  |
| <b>50</b>       | 2,08            | 2,4            | 10,26          | 5,9                  |
| <b>100</b>      | 2,08            | 2,39           | 10,2           | 5,79                 |

### 7.3.1 Porównanie Power-MUSIC i PPCC

Porównując zmodyfikowany algorytm z podobnym estymatorem korelacyjnym, opartym na mocy sygnału i antenie ESPAR – PPCC (*ang. Power Pattern Cross Correlation*) można stwierdzić, iż wprowadzona modyfikacja może być alternatywą dla omówionego w literaturze algorytmu PPCC [12], [14].

W tabeli 7.6 przedstawiono wyniki estymacji DOA uzyskaną metodą PPCC [14] a w tabeli 7.7 za pomocą Power – MUSIC dla 10 *snapshotów*.

Tabela 7.6. Błędy estymacji PPCC w zależności od SNR dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

| <b>SNR [dB]</b> | <b>Mean</b> | <b>Rms</b> | <b>Std</b> | <b>Precisi on</b> | <b>Percentage of errors equal or less than specified error value</b> |           |           |           |
|-----------------|-------------|------------|------------|-------------------|--|-----------|-----------|-----------|
|                 |             |            |            |                   | <b>0°</b>  | <b>1°</b> | <b>2°</b> | <b>3°</b> |
| <b>5</b>        | 1,27°       | 1,61°      | 0,99°      | 3°                | 28%  | 57%       | 89%       | 100 %     |
| <b>10</b>       | 0,57 °      | 0,85°      | 0,64°      | 2°                | 51%  | 85%       | 100%      | 100 %     |
| <b>15</b>       | 0,41°       | 0,64°      | 0,49°      | 1°                | 59%  | 100%      | 100%      | 100%      |
| <b>20</b>       | 0,06°       | 0,25°      | 0,24°      | 1°                | 94%  | 100%      | 100%      | 100%      |

Tabela 7.7. Błędy estymacji Power-MUSIC w zależności od SNR dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

| <b>SNR [dB]</b> | <b>Mean</b> | <b>Rms</b> | <b>Std</b> | <b>Precisi on</b> | <b>Percentage of errors equal or less than specified error value</b> |           |           |           |           |           |
|-----------------|-------------|------------|------------|-------------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                 |             |            |            |                   | <b>0°</b>  | <b>1°</b> | <b>2°</b> | <b>3°</b> | <b>5°</b> | <b>6°</b> |
| <b>5</b>        | 4,94°       | 19,73°     | 400,36°    | 189,91°           | 0%   | 0%        | 0%        | 0 %       | 0%        | 1%        |
| <b>10</b>       | 2,18°       | 2,55°      | 11,09°     | 6,5°              | 0%   | 0%        | 0,84%     | 1,67 %    | 15,6%     | 42%       |
| <b>15</b>       | 2,06°       | 2,39°      | 10,11°     | 5,96°             | 0%   | 0,28%     | 1,67%     | 8,91%     | 50,7%     | 100%      |
| <b>20</b>       | 2,09°       | 2, 4°      | 10,24°     | 5,67°             | 0%   | 0,56%     | 1,11%     | 14,21%    | 50,97%    | 100%      |

## 8. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono ideę estymacji kierunku nadejścia sygnału. Przedstawiono podstawową klasyfikację algorytmów ze względu na metodę estymacji. Zaimplementowano i omówiono wybrane algorytmy estymacji *DOA*. Symulacje estymacji kąta nadejścia sygnału przeprowadzono w środowisku *MATLAB* i porównano działanie w zależności od parametru *SNR*, liczby promienników w szyku antenowym czy długości odbieranego sygnału dla algorytmu *MUSIC*. Zestawiono na wykresach wyniki symulacji i wybrano algorytm *MUSIC*, jako potencjalnie najbardziej dokładny.

Przygotowano w środowisku *LabVIEW* symulator estymacji kierunku nadejścia sygnału dla algorytmu *MUSIC* wraz z anteną *ESPAR* pozwalający na wczytanie z pliku kierunkowych charakterystyk promieniowania anteny i przeprowadzenie badań dla różnych wartości parametru *SNR* oraz liczby *snapshotów*. Aplikacja może służyć nie tylko jako badanie estymacji symulowanych sygnałów ale również sygnałów odbieranych z wykorzystaniem rzeczywistego systemu i zapisanych w formie tablicowej jako kolejne próbki *IQ*.

Przygotowano i przeprowadzono pomiary w komorze bezekowej z wykorzystaniem technologii radia programowalnego na bazie opracowanego schematu pomiarowego. Opracowano uzyskane wyniki pomiarów potwierdzając poprawność symulacji. Zebrano miary błędów statystycznych pozwalających na określenie skuteczności estymatora kierunku nadejścia sygnału. Porównano ze sobą wyniki symulacji i pomiarów w zależności od parametru *SNR* i ilości *snapshotów* dla algorytmu *MUSIC*.

Ważnym oryginalnym osiągnięciem dyplomanta w niniejszej pracy jest opracowanie modyfikacji standardowej wersji algorytmu *MUSIC*. Modyfikacja polega na zbieraniu informacji tylko o amplitudzie sygnału. Pominięcie fazy sygnału znacząco upraszcza algorytm *MUSIC* powodując spadek dokładności estymacji, jednak rozszerza zastosowanie algorytmu umożliwiając jego użycie z wykorzystaniem prostych i niedrogich *transceiverów* odbierających jedynie moc sygnałów. Porównano zaproponowaną modyfikację algorytmu z metodą estymacji *PPCC* również bazującą na mocy sygnału.

Dalsze prace mogą być prowadzone w celu uzyskanie większej dokładności estymacji kierunku nadejścia sygnału dla zmodyfikowanej wersji algorytmu *MUSIC* oraz przeprowadzeniu dokładnych badań estymacji kierunku nadejścia sygnału w rzeczywistych warunkach propagacyjnych.

## 9. Wykaz literatury

- [1] B. Yang, F. He, J. Jin, H. Xiong, G. Xu, "DOA estimation for attitude determination on communication satellites", *Chinese Journal of Aeronautics* 27(3), pp.670–677, 2014
- [2] G. Mathai, A. Jakobsson, F. Gustafsson, "Direction of arrival estimation of unknown number of wideband signals in unattended ground sensor network", 16th International Conference on Information Fusion Istanbul, Turkey, July 9-12, 2013
- [3] L. Zhao, J. Xu, J. Ding, A. Liu, L. Li, "Direction-of-arrival estimation of multipath signals using independent component analysis and compressive sensing", *PLOS ONE*-journal.pone.0181838, 2017
- [4] E. Rastorgueva-Foi, M. Costa, M. Koivisto, K. Leppanen, M. Valkama. "User positioning in mmW 5G networks using beam-RSRP Measurements and Kalman filtering", 21st International Conference on Information Fusion, Mar. 2018
- [5] Z. Chen, G. Gokeda, Y. Yu, *Introduction to Direction-Of-Arrival Estimation*, Artech House, 2010
- [6] Sathish Chandran, *Advances in direction-of-Arrival estimation*, Artech House, London, 2005
- [7] R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, Mar. 1986
- [8] H. Krim, M. Viberg, "Two decades of array signal processing research, the parametric approach", *IEEE signal processing magazine* 13(4), pp.67 – 94, Aug. 1996
- [9] Osman, L., I. Sfar, and A. Gharsallah, "Comparative study of high-resolution direction-of-arrival estimation algorithms for array antenna system," Vol. 2, No. 1, pp.72–77, 2012
- [10] Zhang, Y., Z. Ye, X. Xu, and J. Cui, "Estimation of two-dimensional direction-of-arrival for uncorrelated and coherent signals with low complexity", *IET Radar, Sonar & Navigation*, Vol. 4, No. 4, pp.507, 2010
- [11] W. Nie, K. Xu, D. Feng, C. Q. Wu, A. Hou, X. Yin, "A Fast Algorithm for 2D DOA Estimation Using an Omnidirectional Sensor Array", *Sensors (Basel)* 17(3), pp.515, 2017
- [12] M. Sułkowska, K. Nyka, Ł. Kulas, "Localization in wireless sensor networks using switched parasitic antennas", 18<sup>th</sup> International Conference on Microwave Radar and Wireless Communications (MIKON 2010), pp1-4, Jun. 2010



- [13] C. Sun, N. C. Karmakar, "Direction of Arrival Estimation with Novel Single-Port Smart Antenna", *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, vol. 2004, pp.1364-1375
- [14] Ł. Kulas, "Direction-Of-Arrival Estimation Using an ESPAR Antenna with Simplified Beam Steering", *IEEE Antennas and Wireless Propagation letters*, vol. 16, pp. 2513-2516, 2016
- [15] C. Plapous, J. Cheng, E. Taillefer, A. Hirata, T. Ohira, "Reactance-Domain MUSIC algorithm for Electronically Steerable Parasitic Array Radiator", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 2, pp.678-684, Feb. 2005
- [16] E. Taillefer, C. Plapous, J. Cheng, K. Iigusa, T. Ohira. "Reactance-Domain MUSIC for ESPAR Antennas (Experiment)", *Wireless Communications and Networking*, vol.1, pp.98-102, Apr. 2003
- [17] Kim, Y.-S. and Y.-S. Kim, "Improved resolution capability via virtual expansion of array", *Electronics Letters*, Vol. 35, No. 19, pp.1596, 1999
- [18] Park, G.-M. and S.-Y. Hong, "Resolution enhancement of coherence sources impinge on a uniform circular array with array expansion", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 21, No. 15, pp.2205–2214, Jan. 2007.
- [19] N. Tayem, M. Omer, A. A. Hussain, "Hardware Implementation of MUSIC and ESPRIT on NI-PXI Platform", *IEEE Military Communications Conference*, pp. 329-332, Oct.2014
- [20] N. Tayem, "Real time implementation for DOA estimation methods on NI-PXI platform", *Progress in electromagnetics research B*, Vol. 59, pp.103-121, 2014

## 10. Spis rysunków

Rys.1.1. Ilustracja szyku liniowego mającego zastosowanie w technice DOA, źródło: [5]

Rys.2.1 Konfiguracje centro-symetrycznych dwuwymiarowych szyków. Źródło [5].

Rys.2.2 Schemat anteny ESPAR wraz z numeracją elementów pasywnych. Źródło [14].

Rys.4.1: Podział algorytmów DOA według metody estymacji DOA

Rys.4.2: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu Conventional Beamformer

Rys.4.3: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu Conventional Beamformer

Rys.4.4: Wpływ parametru SNR na estymację DOA konwencjonalną metodą formowania wiązki

Rys.4.5: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu Conventional Beamformer

Rys.4.6: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MVDR

Rys.4.7: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MVDR

Rys.4.8: Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MVDR

Rys.4.9: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MVDR

Rys.4.10.: Porównanie estymacji kierunków nadejścia sygnałów za pomocą algorytmu conventional beamformer oraz MVDR

Rys.4.11: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC

Rys.4.12: Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC

Rys.4.13 Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MUSIC

Rys.4.14: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MUSIC

Rys.4.15. Porównanie estymacji kierunków nadejścia sygnałów za pomocą algorytmów Conventional Beamformer, MVDR oraz MUSIC

Rys.4.16: Estymacja kierunków nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC z anteną ESPAR

Rys.4.17 Minimalna odległość kątowa między dwoma kierunkami nadejścia sygnałów dla algorytmu MUSIC z anteną ESPAR

Rys.4.18 Wpływ parametru SNR na estymację DOA metodą MUSIC z anteną ESPAR



Rys. 4.19: Porównanie wpływu ilości elementów w szyku na dokładność algorytmu MUSIC z anteną ESPAR

Rys.5.1a: Główne okno symulatora DOA

Rys.5.1b: Drugie okno aplikacji przedstawiające sygnał padający na antenę ESPAR oraz macierz kowariancji odebranych sygnałów

Rys.5.1c: Trzecie okno aplikacji przedstawiające wyniki przeprowadzonych symulacji

Rys.5.2: Wykres błędu estymacji dla algorytmu MUSIC z analitycznym modelem anteny ESPAR

Rys.5.3: Charakterystyki promieniowania anteny ESPAR uzyskane ze środowiska FEKO

Rys.5.4: Wykres błędu estymacji dla algorytmu MUSIC z symulowanym modelem anteny ESPAR .

Rys.6.1: Moduł VST z podłączonym wyjściem do źródła sygnału i wejściem do anteny ESPAR

Rys.6.2: Referencyjna antena nadawcza zamontowana do pomiarów DOA

Rys.6.3: Odbiorcza antena ESPAR zamontowana do pomiarów DOA. Widok z dwóch stron

Rys.6.4: Układ pomiarowy zrealizowany w komorze bezdechowej

Rys.6.5: Schemat pomiarowy DOA algorytmem MUSIC

Rys. 6.6: Okno ustawień aplikacji sterująco-pomiarowej wykorzystywanej w komorze bezdechowej Politechniki Gdańskiej

Rys.7.1: Pomierzone charakterystyki promieniowania anteny ESPAR

Rys.7.2: Wykres błędu estymacji dla algorytmu MUSIC z rzeczywistym modelem anteny ESPAR

Rys.7.3: Porównanie średniego błędu estymacji w zależności od SNR dla anteny symulowanej i rzeczywistej

Rys.7.4: Porównanie średniego błędu estymacji w zależności od ilości snapshotów dla anteny symulowanej i rzeczywistej

Rys.7.5: Wykres błędu estymacji dla algorytmu Power-MUSIC z rzeczywistym modelem anteny ESPAR

## 11. Spis tabel

Tabela 4.1. Parametry szyku antenowego typu ULA wykorzystywanego do symulacji algorytmów DOA

Tabela 5.1. Błędy estymacji MUSIC w zależności od SNR dla symulowanego modelu anteny ESPAR

Tabela 5.2. Błędy estymacji MUSIC w zależności od SNR dla analitycznego modelu anteny ESPAR

Tabela 5.3. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla analitycznego modelu anteny ESPAR

Tabela 5.4. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla symulowanego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.1. Błędy estymacji MUSIC w zależności od SNR dla pomierzonego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.2. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.4. Błędy estymacji Power-MUSIC w zależności od SNR dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.5. Błędy estymacji MUSIC w zależności od liczby snapshotów dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.6. Błędy estymacji PPCC w zależności od SNR dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR

Tabela 7.7. Błędy estymacji Power-MUSIC w zależności od SNR dla rzeczywistego modelu anteny ESPAR



## A. Środowisko symulacyjne MATLAB

W dodatku zamieszczono skrypty symulacji przeprowadzonych w programie *MATLAB*. Poniższy skrypt pozwala na zweryfikowanie dokładności estymacji wybranych algorytmów estymacji kierunku nadejścia sygnału i porównanie ich między sobą. Kod opatrzone licznymi komentarzami wyjaśniającymi działanie symulacji.

### A.1 Implementacja algorytmu *Conventional Beamformer, MVDR*

```
%skrypt 1 Conventional Beamformer, MVDR
%author: Przemysław Kwapisiewicz

%Symulacja przeprowadzona z zastosowaniem ULA (elementami są anteny
%izotropowe). Odleglosc miedzy elementami lambda/2.
%Dodano biały szum gaussowski, SNR = 10dB

%Dane:
%próbkowanie sygnału
fs = 1000; t = (0:1/fs:0.3).';
M=12; %liczba elementów w szyku
fc = 2.484e9;%częsotliwość nośnej
lambda = 0.125; %długość fali
delta = lambda/2; %odleglosc miedzy elementami w szyku

theta1 = 15; %kąt nadejścia pierwszwo sygnału x1
theta2 = 20; %kąt nadejścia drugiego sygnału x2

angs=[theta1 theta2];
M=size(angs,2); %liczba sygnałów

%sygnały testujące
x1 = cos(2*pi*t*30);
x2 = cos(2*pi*t*40);

%tworzenie szyku ULA, złożonego z M elementów oddalonych względem
%siebie o delta
arrayULA = phased.ULA('NumElements',M,'ElementSpacing',delta);
%opcjonalnie określenie pasma pracy elementów szyku
arrayULA.Element.FrequencyRange = [2.45e9 2.55e9];

%Tworzenie fali płaskiej dwóch sygnałów odbieranych przez macierz ULA,
%x1, x2 - indywidualny sygnał przychodzący w postaci fali płaskiej
%Kąty elewacji z założenia = 0.
x = collectPlaneWave(arrayULA,[x1 x2],angs,fc);
%Odebrany sygnał zostaje zaszumiony szumem gaussowskim,
SNR = 20; %dB
y=awgn(x,SNR);

%estymacja DOA
%hdoa - obiekt estymujący widmo przestrzenne sygnału odbieranego przez
%szyk ULA, wykorzystujący metodę tworzenia wąskopasmowej wiązki
%(narrowband conventional beamformer)

% ALGORYTM CONVENTIONAL BEAMFORMER
hdoa =
phased.BeamscanEstimator('SensorArray',arrayULA,'OperatingFrequency',f
c,'ScanAngles', -90:90,'DOAOutputPort',true,'NumSignals',M);
```

```

% ALGORYTM MVDR
hdoa =
phased.MVDREstimator('SensorArray',arrayULA,'OperatingFrequency',fc,'S
canAngles', -90:90,'DOAOutputPort',true,'NumSignals',M);

%doas -kierunek nadejścia sygnałów
[y,doas] = step(hdoa,y);
%Wykres widma przestrzennego(spatial spectrum)
figure(1);
y=y/max(y);
y=10*log(y);
plot(y);
title('Conventional Beamformer');
xlabel('Angle [deg]');ylabel('Magnitude Spectrum [dB]');
set(gcf,'color','white')

```



## A.2 Implementacja algorytmu MUSIC

```
%kierunek nadejścia sygnału - w tablicy może być do 12 kierunków,  
%zamiana stopni na radiany  
doa=[50 160]/180*pi;  
%Ilość próbek sygnału/ów, 1 snapshot = 8 próbek  
N=80;  
lambda=0.125;  
d=lambda/2;%Element spacing  
%Częstotliwość sygnału - do wykrycia kierunków kilku kierunków,  
%sygnały  
%padające muszą być nieskorelowane - np. mieć nieznacznie różne  
%częstotliwości  
w=[pi/2 pi/3]'; % dla większej liczby sygnałów powiększamy odpowiednio  
% tablicę  
% Ilość konfiguracji (charakterystyk promieniowania) anteny ESPAR  
M=12;  
%Ilość sygnałów padających na antenę  
P=length(w);  
%Dodanie AWGN w oparciu o SNR  
snr=10;  
%Tworzenie tablicy 'wektorów sterujących' anteny ESPAR. Wymiar  
% tablicy: dla każdego sygnału  
%(ilość wierszy) 12 konfiguracji antent (ilość kolumn)  
Sw=zeros(P,M); % dla anteny ESPAR  
  
for k=1:P  
%Wypełnienie tablicy odpowiednimi wartościami dla symulowanych  
%kierunków nadejścia sygnałów zgodnie ze wzorem analitycznym  
  
%WEKTOR STERUJĄCY DLA ESPAR  
Sw(k,:)=exp(-j*pi/2*cos(doa(k)-((2*pi/M)*[0:M-1])));  
  
%WEKTOR STERUJĄCY DLA ULA  
%Sw(k,:)=exp(-j*2*pi*d*sin(doa(k))/lambda*[0:M-1]);  
End  
  
Sw=Sw';  
% Tworzenie sygnałów padających na antenę.  
xx=2*exp(j*(w*[1:N])); %sygnały padające  
%Wymnożenie sygnału padającego przez 'wektor sterujący' anteny  
xe=Sw*xx;  
%Dodanie AWGN  
xe=awgn(xe,snr);  
% Przetwarzanie odebranych sygnałów, macierz kowariancji  
Re=xe*xe';  
%Rozkład otrzymanej macierzy na wartości i wektory własne  
[N,V]=eig(Re);  
%Estymacja podprzestrzeni szumu - wybór n ostatnich wektorów własnych,  
%gdzie n to różnica między liczbą wszystkich wektorów a tymi  
%odpowiadającymi sygnałom padającym  
NN=N(:,1:M-P);  
%Pętla wykreślająca 'widmo przestrzenne MUSIC' amplituda względem  
%DoA- szukanie maksimum  
theta=0:1:180; %Peak search  
  
for ii=1:length(theta)  
Sse=zeros(1,length(M));
```

```

for jj=0:M-1

%DLA ESPAR
    SSe(1+jj)=exp(-j*pi/2*cos(theta(ii)/180*pi-((2*pi/M)*jj)));

%DLA ULA
%SSe(jj+1)=exp(-j*2*jj*pi*d*sin(theta(ii)/180*pi)/lambda);
end
    PP=SSe*NN*NN'*SSe';
    Z(ii)=PP;
    Pmusic(ii)=abs(1/ PP);
end

%Przedstawienie 'widma MUSIC' w skali decybelowej
Pmusic=10*log10(Pmusic/max(Pmusic));
plot(theta,Pmusic,'-k')
xlabel('Angle [deg]')
ylabel('Magnitude Spectrum [dB]')
title('MUSIC')

```