

## Michał PORZEZIŃSKI

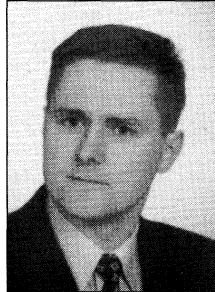
POLITECHNIKA GDAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI, KATEDRA AUTOMATYKI,

# Algorytm regulacji DMC z pomiarem wartości wielkości sterującej

Dr inż. Michał PORZEZIŃSKI

Ukończył studia na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej w 1992 r. Tam też uzyskał stopień doktora nauk technicznych w 2001 r. Za interesowania badawcze: technika mikroprocesorowa, komputerowe systemy sterowania oraz regulacja predykcyjna. Aktualnie pracuje jako adiunkt.

mporz@ely.pg.gda.pl



### Streszczenie

W artykule zaprezentowano prostą modyfikację algorytmu regulacji DMC (Dynamic Matrix Control). Polega ona na uwzględnieniu w regulatorze rzeczywistej wartości sygnału sterującego bezpośrednio oddziałującego na obiekt. Przedstawiono specyficzne właściwości zmodyfikowanego algorytmu oraz obszar jego potencjalnych zastosowań.

### Abstract

In the article a simple modification of DMC control algorithm (Dynamic Matrix Control) is described. The modification is based on using in a controller a real value of control signal directly affecting the plant. Special properties of modified algorithm and it's possible application area are presented.

**Słowa kluczowe:** regulacja predykcyjna, algorytm DMC

**Keywords:** predictive control, DMC algorithm

## 1. Wprowadzenie

W ostatnich latach coraz większą popularnością cieszą się algorytmy regulacji predykcyjnej. Jest to szeroka klasa algorytmów sterowania dyskretnego, w których do sterowania jest bezpośrednio wykorzystywany model matematyczny sterowanego obiektu. Większość z tych algorytmów opiera się na podobnej zasadzie działania. Wyznaczanie ciągu optymalnych wartości sygnału sterującego odbywa się w czasie rzeczywistym na podstawie modelu matematycznego obiektu, pomiaru wielkości regulowanej, zakłóceń mierzalnych oraz zapamiętanych wcześniejszych wartości zmian sygnału sterującego. Kryterium optymalności stanowi odpowiedni wskaźnik jakości regulacji, np. kwadrat odległości pomiędzy trajektorią zadaną i przewidywaną trajektorią wielkości regulowanej. Dzięki wprowadzeniu repetycji, z wyznaczonego ciągu przyszłych wartości sygnału sterującego jest wykorzystywany tylko pierwszy element, a całość obliczeń powtarzana jest w kolejnym kroku, z uwzględnieniem różnic pomiędzy obliczoną i rzeczywistą wartością wielkości regulowanej.

Przegląd podstawowych algorytmów wraz z ich opisem można znaleźć w literaturze [1, 2, 3]. Opierają się one w większości na prostych, liniowych modelach obiektu, lecz dzięki wspomnianemu mechanizmowi repetycji, w wielu układach sterowania mogą poprawnie pracować również z obiektami nieliniowymi. W przypadku obiektów silnie nieliniowych jakość działania regulatora z liniowym modelem może się jednak okazać niezadowalająca. Jednym z rozwiązań problemu jest zastosowanie regulatora z modelem nieliniowym. Niestety, uniwersalne, nieliniowe algorytmy regulacji predykcyjnej wciąż znajdują się w fazie opracowywania i są dość skomplikowane. Trudność stanowi brak odpowiednich modeli nieliniowych oraz złożoność obliczeniowa, wynikająca z konieczności rozwiązywania w czasie rzeczywistym nieliniowych problemów optymalizacyjnych.

Okazuje się jednak, że w przypadku niektórych obiektów sterowania, zadowalającą jakość regulacji można uzyskać poprzez niewielką modyfikację prostego algorytmu regulacji z modelem liniowym. Jednym z takich przypadków jest obiekt o charakterystyce zbliżonej do liniowej, sterowany elementem wykonawczym w postaci serwomechanizmu. Ele-

ment wykonawczy wprowadza zwykle nieliniowość związaną z fizycznymi ograniczeniami wielkości sterującej (maksymalną i minimalną wartością sygnału oraz ograniczoną szybkością jego zmian). Spotkać się można również z nieliniowością wynikającą z obecności strefy martwej serwomechanizmu i luzów w mechanizmie wykonawczym. Jeżeli wpływ tych czynników jest znaczący, uwzględnienie ich w algorytmie sterowania może się okazać konieczne. W dalszej części artykułu przedstawiono prostą modyfikację algorytmu DMC (Dynamic Matrix Control), umożliwiającą poprawną pracę układu regulacji w przypadku obiektów tej klasy.

## 2. Klasyczny algorytm DMC

Algorytm sterowania DMC został opracowany pod koniec lat 70-tych, dla potrzeb przemysłu chemicznego. Autorzy algorytmu, C.R. Cutler i B.L. Ramarker, przedstawili go w swojej publikacji [4], która zapoczątkowała szereg opracowań prezentujących kolejne udoskonalenia algorytmu. Ciekawe wyprowadzenie algorytmu DMC, na którym oparto się w dalszej części artykułu, można znaleźć w pracy [5].

W algorytmie tym zakłada się, że model matematyczny obiektu sterowania jest opisany liniową zależnością

$$y_k = (a_1 \cdot q^{-1} + a_2 \cdot q^{-2} + \dots + a_N \cdot q^{-N} + a_N \cdot q^{-N-1} + \dots) \cdot q^{-f} \cdot \Delta u_k \quad (1)$$

gdzie:  $y_k$  - wartość wielkości regulowanej w chwili  $k$ ,  $\Delta u_k$  - przyrost wielkości sterującej pomiędzy chwilami  $k-1$  i  $k$ ,  $a_i$  - wartości współczynników odpowiedzi skokowej obiektu,  $N$  - liczba współczynników modelu,  $q^{-i}$  - operator opóźnienia o  $i \cdot T_p$  ( $T_p$  - okres próbkowania),  $f$  - liczba kroków opóźnienia występującego w obiekcie,  $k$  - chwila bieżąca, określona dyskretyzacją.

Wartości współczynników tego modelu można otrzymać w wyniku eksperymentu identyfikacyjnego lub na podstawie znajomości charakterystyki dynamicznej obiektu.

Zadaniem algorytmu jest wyznaczenie ciągu zmian wielkości sterującej, zapewniającego minimalizację wskaźnika jakości sterowania  $J$  wyrażonego następująco

$$J = \sum_{i=1}^P (y_{k+i}^{zad} - y_{k+i}^{pred})^2 + \lambda \cdot \sum_{i=0}^{M-1} (\Delta u_{k+i})^2 \quad (2)$$

gdzie:  $y_{k+i}^{zad}$  - wartość zadana w chwili  $k+i$ ,  $y_{k+i}^{pred}$  - wartość wielkości regulowanej przewidywana w chwili  $k+i$ ,  $\Delta u_{k+i}$  - przyrost wielkości sterującej pomiędzy chwilami  $k+i-1$  i  $k+i$ ,  $P$  - horyzont predykcji,  $M$  - horyzont sterowania,  $\lambda$  - współczynnik wagowy,  $k$  - chwila bieżąca określona dyskretyzacją.

Horyzont predykcji  $P$  określa liczbę dyskretnych chwil czasu, w których analizowane jest zachowanie się wielkości regulowanej. Horyzont sterowania  $M$  jest zakładaną liczbą zmian wielkości sterującej. Wartości tych parametrów oraz współczynnika wagowego  $\lambda$  wpływają na przebieg procesu regulacji i najczęściej przyjmuje się je za parametry strojenia regulatora.

W pracy [5] pokazano, że rozwiązaniem tak postawionego problemu jest wektor przyrostów wielkości sterującej  $\Delta u$  określony wyrażeniem

$$\Delta u = B \cdot (e - w) \quad (3)$$

gdzie:

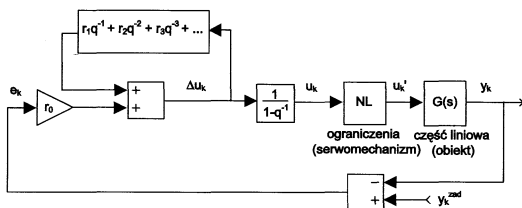
$$B = (A^T \cdot A + \lambda \cdot I)^{-1} \cdot A^T \quad (4)$$

$$\Delta u = \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \vdots \\ \Delta u_{k+M-1} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M & a_{M-1} & \dots & a_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_P & a_{P-1} & \dots & a_{P-M+1} \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_k \\ \vdots \\ e_k \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix}, \quad w_i = \sum_{j=1}^N (a_{j+i} - a_{j-f}) \cdot \Delta u_{k-j} \quad (6)$$

Macierz  $A$  jest nazywana macierzą dynamiczną,  $e$  jest wektorem błędów regulacji w chwili  $k$ , natomiast  $\mathbf{w}$  jest wektorem współczynników zależnych od poprzednich przyrostów wielkości sterującej. Wartość macierzy  $B$  przy ustalonej wartości współczynnika  $\lambda$  jest również stała, co znacznie upraszcza obliczenia dokonywane w czasie rzeczywistym.

Jak pokazano w pracy [6], algorytm można przekształcić do tak zwanej postaci zwartej, przedstawionej w formie graficznej na rys. 1. Sygnały  $e_k$ ,  $u_k$ ,  $y_k$  są odpowiednio: uchybem sterowania, wielkością sterującą i wielkością regulowaną w chwili  $k$ . Liczba współczynników:  $r_0, r_1, r_2, \dots$  oraz ich wartości wynikają z przekształcenia zależności od (3) do (6).



Rys. 1. Algorytm DMC przed modyfikacją  
Fig. 1. DMC algorithm before modification

### 3. Modyfikacja algorytmu DMC

Przy syntezy regulatora przedstawionego na rys. 1 opierano się wyłącznie na liniowym modelu obiektu, bez uwzględnienia efektów nieliniowych związanych z działaniem serwomechanizmu (tak jakby człon NL nie istniał). Rzeczywista wartość sygnału sterującego  $u_k'$  może się jednak różnić od sygnału  $u_k$  na wyjściu regulatora. Przyczyną różnic są najczęściej: napotkanie ograniczeń sygnału sterującego, strefa martwa serwomechanizmu, luz mechanizmu nastawnika itp. W klasycznym algorytmie regulacji pojawia się wówczas rozbieżność pomiędzy zapamiętanymi wartościami zmian sygnału sterującego, a rzeczywistymi wartościami sygnału oddziaływującego na obiekt, którego model wprowadzono do algorytmu. W efekcie może dochodzić do znacznego pogorszenia jakości regulacji, gdyż do obliczeń wykorzystywane są wówczas nieprawdziwe wartości zmian sygnału sterującego. Aby tego uniknąć, do algorytmu można wprowadzić równania nieliniowe kształtujące sygnał tak, aby uniknąć wpływu ograniczeń [6]. Realizuje się to wstawiając odpowiedni człon nieliniowy ograniczający wartość sygnału  $\Delta u_k$ . Człon ten dobierany jest tak, aby wartość  $u_k$  nie przekraczała fizycznych ograniczeń sygnału sterującego. Dzięki temu zapamiętywane w algorytmie zmiany wielkości sterującej odpowiadają rzeczywistym.

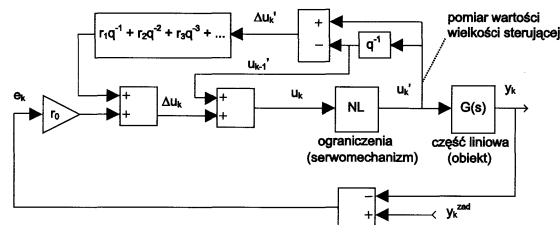
W zaproponowanym algorytmie z pomiarem wartości wielkości sterującej przyjęto nieco inne rozwiązanie. Zostało ono pokazane na rys. 2. Wprowadzono w nim bezpośredni pomiar rzeczywistej wartości sygnału sterującego  $u_k'$  oddziaływującego na obiekt. Wówczas, w kolejnym kroku obliczeń, zamiast wcześniej obliczonej wartości  $\Delta u_k$  jest przyjmowana wartość  $\Delta u_k' = u_k' - u_{k-1}'$ . Dzięki takiemu rozwiązaniu zapamiętywane wartości przyrostów wielkości sterującej odpowiadają wartościom rzeczywistym. Ponadto zmierzona wartość sygnału  $u_k'$  z poprzedniego kroku jest również wykorzystywana do obliczenia sygnału sterującego poprzez zsumowanie z  $\Delta u_k$ . Mechanizm ten działa na zasadzie „pętli anti-wind-up” przedstawionej w [7].

W rzeczywistości czas pozycjonowania elementu wykonawczego jest większy od zera, dlatego w praktycznym rozwiązaniu regulatora wartość sygnału  $u_k'$  najlepiej odczytywać bezpośrednio przed każdym kolejnym krokiem obliczeń. Zakłada się przy tym, że czas pozycjonowania jest dużo krótszy od okresu próbkowania.

Należy także pamiętać, że obliczona wartość  $u_k$  nie zawsze będzie wartością optymalną z punktu widzenia wyrażenia (2). Wynika to z tego, że ograniczenia nie są uwzględniane podczas rozwiązywania zagadnienia optymalizacyjnego, jak to ma miejsce np. w algorytmie QDMC [8].

Zmodyfikowany algorytm został zaimplementowany w postaci programu komputerowego napisanego w języku C++ i wykorzystany do sterowania rzeczywistym obiektem. Był nim blok wymienników ciepła wraz z zaworem regulacyjnym i serwomechanizmem, w którym istotną

rolę odgrywały ograniczenia sygnału i obecność strefy martwej (nieczułości). W programie wykorzystano zależności od (3) do (6) oraz wartości  $u_k$  wyznaczone według przedstawionej metody.



Rys. 2. Algorytm DMC po modyfikacji  
Fig. 2. DMC algorithm after modification

Doświadczenia potwierdziły poprawne działanie układu regulacji. Dzięki pomiarowi wartości wielkości sterującej uzyskano odporność układu regulacji na obecność ograniczeń serwomechanizmu. Wyeliminowano również niepożądane zmiany wielkości sterującej na wyjściu serwomechanizmu będące efektem istnienia strefy nieczułości serwomechanizmu i działania członu dyskretnego całkowania w klasycznym algorytmie DMC. Pożądaną jakość regulacji osiągnięto bez konieczności wcześniejszego wprowadzenia nieliniowej charakterystyki elementu wykonawczego do regulatora, co stanowi istotną z praktycznego punktu widzenia właściwość algorytmu.

### 4. Podsumowanie

Przedstawiony algorytm DMC z pomiarem wartości wielkości sterującej może znaleźć zastosowanie w układach regulacji, w których obiekt o charakterystyce zbliżonej do liniowej jest sterowany poprzez element wykonawczy o nieliniowych właściwościach. Zakłada się przy tym, że wartość sygnału na wyjściu członu wykonawczego, oddziaływującego bezpośrednio na obiekt, jest dostępna w regulatorze oraz, że stała czasowa elementu wykonawczego jest pomijalnie mała w stosunku do stałej czasowej obiektu.

W zmodyfikowanym algorytmie, dzięki dodatkowemu pomiarowi, do obliczeń wykorzystywane są „prawdziwe” informacje o poprzednich zmianach wartości sygnału sterującego. Pozwala to na uwzględnienie takich czynników jak: ograniczenia sygnału i strefa nieczułości serwomechanizmu bez konieczności wprowadzania ich modelu do regulatora, a nawet bez ich wcześniejszej znajomości. W efekcie uzyskuje się poprawę jakości regulacji w sytuacjach, gdy z powodu ograniczeń i innych nieliniowości elementu wykonawczego sygnał sterujący oddziaływujący na obiekt różni się od sygnału sterującego na wyjściu regulatora.

Zaproponowana modyfikacja nie zwiększa w istotny sposób stopnia złożoności obliczeń algorytmu DMC. Dzięki temu łatwo można go zaimplementować w sterowniku programowalnym lub na komputerze przemysłowym.

### Literatura

- [1] Garcia C.E., Prett D.M., Morari M.: Model Predictive Control: Theory and practice - a Survey. Automatica, vol. 25, No 3, 335-348, 1989.
- [2] Niederliński A. Mościński J. Ogonowski. Z.: Regulacja adaptacyjna. PWN, Warszawa 1995.
- [3] Qin, S.J. and T.A. Badgwell: An overview of industrial model predictive control technology. Proceedings of the 5th International Conference on Chemical Process Control, Tahoe City, CA, 1996.
- [4] Cutler, C.R., Ramarker, B.L.: Dynamic matrix control - a computer control algorithm. AIChE National Mtg., Houston, 1979
- [5] Marusak P., Pułaczewski J.: Szczególne zalety algorytmu regulacji Dynamic Matrix Control (DMC). Automatisation '99 Warszawa, 21-24 marca 1999 ss. 98-105.
- [6] Marusak P., Pułaczewski J., Tatjewski P.: Algorytmy regulacji DMC z uwzględnieniem ograniczeń sterowania. XIII Krajowa Konferencja Automatyki, wrzesień 1999.
- [7] Tatjewski P.: Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych. Struktury i algorytmy. Akademia Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002.
- [8] Garcia, C.E., Morshedi, A.M.: Quadratic programming solution of Dynamic Matrix Control (QDMC). Chem. Eng. Comm., 46:73-87, 1986.

**Title:** DMC Control Algorithm with Control Signal Value Measurement

Artykuł recenzowany