

# Analiza konstrukcji ramy nośnej wyczynowego roweru wodnego Rektor na przykładzie wybranego węzła

Racing human powered boat Rektor frame stress analysis based on selected node

ZBIGNIEW MYSIAKOWSKI  
IGA MYSIAKOWSKA  
WOJCIECH LITWIN \*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.12.560

W pracy poruszono problem zmniejszenia masy wyczynowego roweru wodnego Rektor bez utraty jego wytrzymałości. W tym celu przeprowadzone zostały wieloetapowe obliczenia wybranego węzła konstrukcyjnego. Ponadto omówiono technologię wykonania rur kompozytowych. Podczas analizy sprawdzono trzy przypadki różniące się materiałem, z którego wykonano ramę, odpowiednio: z aluminium, laminatu zbrojonego włóknem szklanym oraz laminatu zbrojonego włóknem węglowym. W dalszej części, w celu zachowania odpowiedniej wytrzymałości, zaproponowana została sekwencja ułożenia poszczególnych warstw laminatu.

**SŁOWA KLUCZOWE:** analiza MES, kompozyty, analiza wytrzymałościowa

*The subject of the article is reducing weight of waterbike called Rektor without loss of its strength. In order to do it multistage calculations and research on producing composite tubes were done. During analysis three cases were taken into account: frame built of aluminium, laminate reinforced with glass fiber and laminate reinforced with carbon fiber. At the end to get the needed strength of the frame the sequence of layers was proposed.*

**KEYWORDS:** FEM analysis, composites, stress analysis

Rektor – wyczynowy rower wodny, katamaran, przedstawiony na zdjęciu (rys. 1) – od 2008 r. bierze udział w corocznych Międzynarodowych Regatach Rowerów Wodnych IWR (International Waterbike Regatta). Wobec rosnących wymagań dotyczących rozwiązań technicznych podjęto próbę oceny stanu obciążenia aluminiowej ramy nośnej i wykonania jej z materiałów kompozytowych. W tym celu została przeprowadzona analiza wytrzymałościowa i masowa wybranego węzła konstrukcyjnego oraz przegląd technologii wykonania ramy.



Rys. 1. Rower wodny Rektor podczas konkurencji uciążu

## Przegląd technologii

Rama roweru wodnego zostanie wykonana z rur o różnej średnicy. Dobór odpowiedniej technologii musi uwzględniać złożoność konstrukcji zbudowanej z odcinków prostych – rur (rys. 2) połączonych węzłami konstrukcyjnymi (rys. 3).



Rys. 2. Rury wykonane z materiału kompozytowego [8]



Rys. 3. Węzeł konstrukcyjny wykonany z materiału kompozytowego [6]

Wśród metod wykonania rur kompozytowych wyróżnia się takie, jak:

- Pultruzja – rury wykonywane są przy użyciu specjalnych kalibratorów, włókna utwardzają się po ich wcześniejszym nasyceniu żywicą. Orientacja włókien równa  $0^\circ$  zgodna z osią rury, które posiadają wysoką odporność na zginanie.
- Pullwinding – jest rozwinięciem technologii pultruzji o oplot krzyżowy na zewnętrznej powierzchni. Początkowo włókna są przeciągane przez formę, a następnie jej zewnętrzna powierzchnia jest owijana, tworząc oplot, co wpływa na poprawę wytrzymałości na zginanie oraz skręcanie.

\* Inż. Zbigniew Mysiakowski, mgr inż. Iga Mysiakowska, dr hab. inż. Wojciech Litwin (wlitwin@pg.gda.pl) – Politechnika Gdańska, Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa

- Filament Winding – pozwala na wykonywanie rur o dużej średnicy (powyżej 90 mm średnicy wewnętrznej). Włókna owijane są na obracającym się trzpieniu z jednoczesnym nasączeniem żywicą. Zaletą tej metody jest możliwość wykonywania rur z niemalże dowolną orientacją włókien.
- Owijanie tkaninami – cechą charakterystyczną tej technologii jest struktura tkaniny widoczna na powierzchni produktu. Wykorzystywane materiały są rękawami. Laminowanie polega na naciąganiu rękawa na rury wykonane innymi metodami lub bezpośrednio na formę. Metoda ta zapewnia estetykę gotowych elementów [5].

Węzły konstrukcyjne to miejsca, w których kilka rur zbiega się w jednym punkcie, np. miejsca mocowania siodełka lub suportu roweru. Wykonane zostaną w trzech etapach: KOPYTO -> FORMA -> WYRÓB. Odpowiednio wytoczone i pospawane rury będą pełniły funkcję kopyt, z których ściągnięte zostaną formy, a następnie wyroby. Węzły te zostaną posklejane razem z rurami, tworząc geometrię ramy nowego roweru wodnego, który wystartuje w IWR 2017.

### Analiza teoretyczna

Do analizy wybrano pokazany na rys. 3 mocno obciążony węzeł ramy, który został zamodelowany w sposób uproszczony (rys. 4).

Przeprowadzone obliczenia wstępne umożliwiły porównanie stanu naprężeń wybranego węzła konstrukcyjnego pod wpływem zadanego obciążenia. Analizowano trzy przypadki różniące się materiałem ramy, którą wykonano z:

- aluminium,
- materiału kompozytowego zbrojonego włóknem szklanym,
- materiału kompozytowego zbrojonego włóknem węglowym.

Materiał kompozytowy to według definicji „materiał utworzony z co najmniej 2 komponentów (faz) o różnych właściwościach w taki sposób, że ma właściwości lepsze i (lub) właściwości nowe (dodatkowe) w stosunku do komponentów użytych osobno lub wynikających z prostego sumowania tych właściwości – kompozyt jest materiałem zewnętrznym monolitycznym, jednakże z widocznymi granicami między komponentami” [1]. Głównymi składnikami kompozytu (laminatu) są:

- osnowa (lepiszcze),
- włókna (zbrojenie).

Wytrzymałość kompozytu rośnie wraz ze wzrostem zawartości włókien. Zależność ta jest prawdziwa jedynie do pewnej wartości, powyżej której należy uwzględnić dodatkowy czynnik, jakim jest stopień zwilżenia włókien przez osnowę. Zadaniem osnowy jest związanie poszczególnych włókien ze sobą. Przy dużej zawartości zbrojenia stopień zwilżenia jest zbyt mały, aby połączyć włókna, i wytrzymałość kompozytu zaczyna spadać [2, 3].

W obliczeniach zostały przyjęte własności materiałowe przedstawione w tabl. I.

Kolejnym etapem była analiza wybranego przypadku, polegająca na doborze grubości poszczególnych warstw laminatu oraz sposobu (kierunku) ich ułożenia w celu uzyskania pożądanej sztywności i wytrzymałości przy możliwie małej masie konstrukcji.

### Analiza wytrzymałościowa

W ramach badań przygotowano modele 3D rur, zdefiniowano właściwości materiałowe i warunki brzegowe oraz przeprowadzono obliczenia wytrzymałościowe zgodnie z kryterium Tsai-Wu. „U podstaw tego kryterium leżało dążenie do jak najlepszego dopasowania teoretycznych krzywych zniszczenia do wyników doświadczalnych. (...) Charakterystyki wytrzymałościowe związane są głównie ze współzależnościami naprężeń w wieloosiowych stanach naprężenia w formie tzw. tensorów wytrzymałości” [4]. Powierzchnia zniszczenia w przestrzeni naprężeń jest określona równaniem:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (1)$$

gdzie:  $i, j = 1, \dots, 6$ ;  $F_i, F_j$  – tensor wytrzymałości odpowiednio drugiego i czwartego rzędu  $\sigma_4 = \tau_{23}, \sigma_5 = \tau_{31}, \sigma_6 = \tau_{12}$ .

Wytrzymałość kompozytów zbrojonych włóknem ciągliwym w postaci tkanin ułożonych symetrycznie pod różnymi kątami może zostać wyznaczona na podstawie zależności:

$$\sigma_k = \eta[\sigma_w V_w + \sigma_0(1 - V_w)] \quad (2)$$

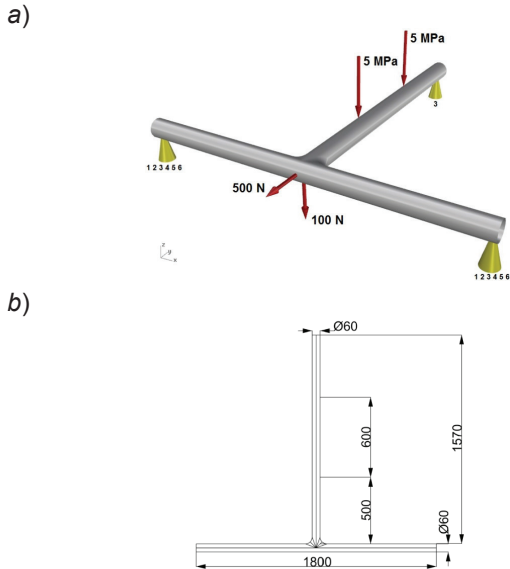
gdzie:  $\sigma_w$  – naprężenia we włóknach;  $\sigma_0$  – naprężenia w osnowie;  $V_w$  – objętość włókien;  $\eta$  – współczynnik efektywności wykorzystania włókien.

TABLICA I. Własności materiałów (struktur) użytych do analizy [4, 7]

Właściwości	Jedn.	Stop aluminium 6060 T5	UD szkło-epoksyd.	UD węglowo-epoksyd.
Udział objętościowy włókien w materiale, $V_f$	%	nie dotyczy	53	57
Wytrzymałość na rozciąganie w kierunku ułożenia włókien, $R_m(0^\circ)$	MPa	140	1200	2040
Wytrzymałość na rozciąganie w kierunku prostopadłym do kierunku ułożenia włókien, $R_m(90^\circ)$	MPa		73	90
Wytrzymałość na ściskanie w kierunku ułożenia włókien, $R_c(0^\circ)$	MPa	nie dotyczy	1000	1000
Wytrzymałość na ściskanie w kierunku prostopadłym do kierunku ułożenia włókien, $R_c(90^\circ)$	MPa	nie dotyczy	160	150
Wytrzymałość na ścinanie w płaszczyźnie, $R_t(0/90^\circ)$	MPa	nie dotyczy	67	50
Wytrzymałość na ścinanie międzywarstwowe	MPa	nie dotyczy	90	94
Moduł sprężystości wzdłużnej w kierunku ułożenia włókien, $E_0$	GPa	69,5 (nie zależy od kierunku)	39	134
Moduł sprężystości wzdłużnej w kierunku prostopadłym do kierunku ułożenia włókien, $E_{90}$	GPa		15	11
Moduł sprężystości poprzecznej przy ścinaniu w płaszczyźnie, $G$	GPa	26,1	4	5
Współczynnik Poissona, $\nu$	[-]	0,33	0,25	0,263
Gęstość, $\rho$	kg/m <sup>3</sup>	2700	1920	1570

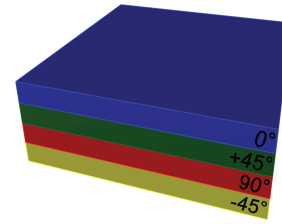
## Model obliczeniowy

Model wejściowy wybranego węzła konstrukcyjnego ramy (rys. 4), wyglądający w każdym z trzech przypadków tak samo, został wykonany w programie CAD, a następnie wyeksportowany do programu obliczeniowego HyperWorks wykorzystującego metodę elementów skończonych (MES).



Rys. 4. Model wejściowy (a) oraz rysunek poglądowy (b) wybranego węzła konstrukcyjnego

Model został podparty w trzech miejscach, przy czym podparcie belki poprzecznej odbiera wszystkie stopnie swobody – zarówno możliwość przemieszczeń, jak i rotacji, podparcie belki wzdłużnej uniemożliwia jedynie ruch w kierunku osi z. Na model działają obciążenia przedstawione na rys. 2. Siły skupione wynikające z ciężaru osób pedałujących – założono masę każdego zawodnika równą 100 kg – zostały zastąpione równoważnym ciśnieniem przypadającym na pole powierzchni elementów skończonych



Rys. 5. Sekwencja warstw laminatu przyjęta do wstępnych obliczeń

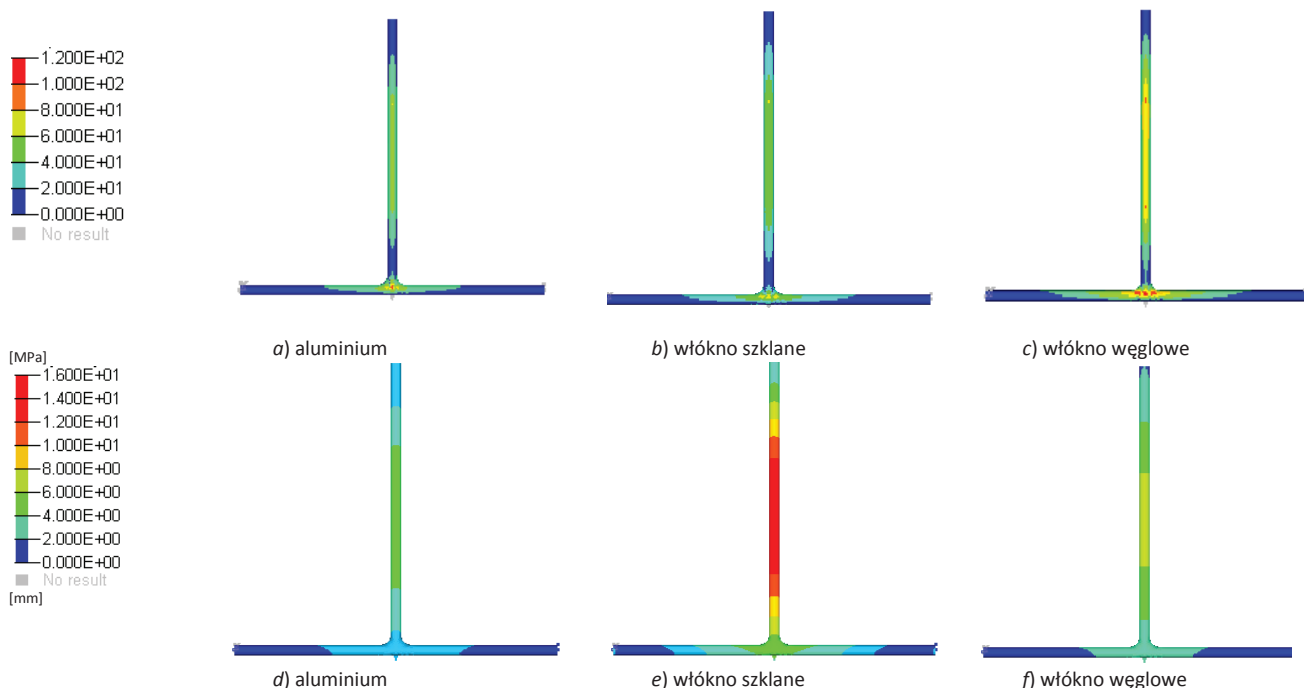
ze względu na występowanie w tych miejscach punktów osobliwych.

W początkowej fazie do obliczeń przyjmuje się laminat składający się z czterech warstw o jednakowej grubości – w tym przypadku 0,75 mm. Przyjęta sekwencja została przedstawiona na rys. 5.

Wyniki obliczeń dla poszczególnych przypadków, przedstawiające wartości naprężeń zredukowanych (rys. 6a, b, c) oraz przemieszczeń (rys. 6d, e, f), zostały zestawione w tabl. II. Największa wartość naprężeń zredukowanych wystąpiła w przypadku rur wykonanych z aluminium i wynosiła 117,5 MPa. Największe przemieszczenia pojawiły się natomiast przy zastosowaniu laminatu z włókna szklanego i osiągnęły wartość 15,74 mm. Rama kompozytowa zbudowana z włókna węglowego charakteryzowała się mniejszymi naprężeniami zredukowanymi oraz przemieszczeniami w porównaniu do dwóch pozostałych przypadków, jednak występowały one na znacznie większym obszarze. W każdym z przypadków występują punkty osobliwe, które należy pominąć.

TABLICA II. Zestawienie wyników symulacji dla poszczególnych materiałów

Materiał	Masa [kg]	Naprężenia [MPa]	Przemieszczenia [mm]
Aluminium (grubość ścianki 4 mm)	6,810	117,5	7,33
Laminat z włókna szklanego (symmetric)	7,263	74,85	15,74
Laminat z włókna węglowego (symmetric)	5,94	64,5	6,43



Rys. 6. Wartości naprężeń zredukowanych (a–c) i przemieszczeń (d–f) dla poszczególnych przypadków

Po wykonaniu wstępnych obliczeń rama z włókna węglowego została poddana analizie składającej się z trzech etapów:

- etap 1 polega na projekcie wstępnym i koncepcyjnym ułożeniu kolejnych warstw materiału kompozytowego w zadanych kierunkach; powstający laminat zawiera nietechnologiczne grubości wykorzystywanych materiałów;
- etap 2 pozwala na ograniczenie stosowanych grubości elementów składowych, jak również narzucenie liczby warstw następujących po sobie w poszczególnych kierunkach;
- etap 3 ustala kolejność, w jakiej powinny zostać ułożone poszczególne warstwy.

Celem analizy węzła konstrukcyjnego ramy była minimalizacja masy bez utraty sztywności. Na model zostały nałożone następujące ograniczenia:

- masa konstrukcji nie mogła przekraczać 2,8 kg,
- naprężenia powstające w wyniku obciążenia nie mogły być większe niż 90 MPa.

W wyniku analizy składającej się z dziesięciu iteracji otrzymano rozkład grubości laminatu w poszczególnych miejscach (rys. 7). Rysunek obrazuje wyniki po pierwszym etapie obliczeń, zwanym „free size” – uzyskane grubości laminatu są niepraktyczne z punktu widzenia technologii. Rysunek przedstawia natomiast grubości laminatu po zaokrągleniu wymiaru poszczególnych warstw do wartości równych z dokładnością 0,2 mm.

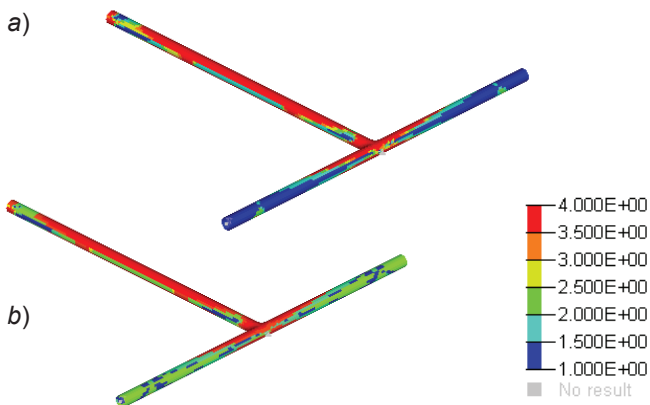
Trzeci, ostatni etap analizy pozwala uzyskać najkorzystniejszą kolejność ułożenia poszczególnych warstw laminatu. Kolejne iteracje tego procesu zostały przedstawione na rys. 8.

Rysunek 9 obrazuje wynik naprężeń zredukowanych, które występują po trzecim etapie analizy. Widoczne są liczne obszary z wartościami w zakresie 60–80 MPa, jak również punkty w okolicach węzła z naprężeniami sięgającymi 120 MPa. Są one jednak związane z przyłożeniem w tych miejscach obciążeń.

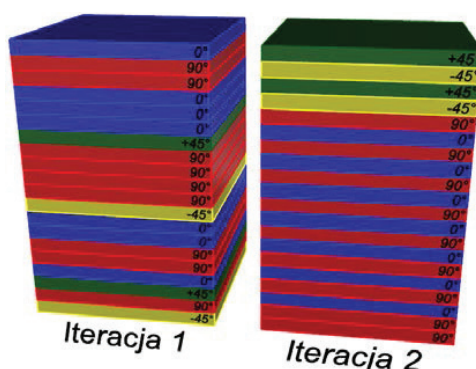
Przeprowadzone obliczenia umożliwiły znaczną redukcję masy przy zachowaniu sztywności konstrukcji. W przypadku ramy zbrojonej włóknom węglowym masa początkowa wynosiła 5,94 kg, końcowa zaś 2,8 kg. Zysk wyniósł zatem ok. 47% masy początkowej.

## Podsumowanie

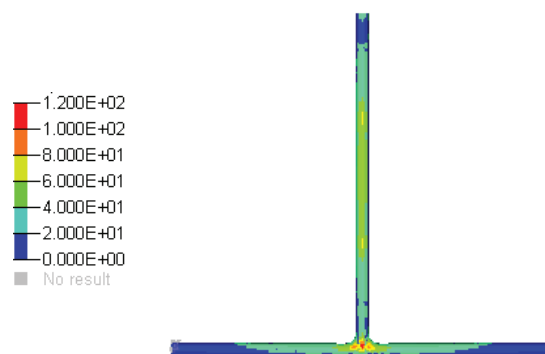
- Przeprowadzona analiza pokazała, iż rama roweru wodnego wykonana z materiału kompozytowego zbrojonego włóknom węglowym będzie lżejsza od ramy aluminiowej. Nie nastąpi przy tym znaczący wzrost naprężeń zredukowanych. Istnieje zatem szansa na zmniejszenie masy konstrukcji bez utraty jej wytrzymałości.



Rys. 7. Rozkład grubości w laminacie po pierwszym i drugim etapie analizy



Rys. 8. Kolejne iteracje ułożenia poszczególnych warstw laminatu



Rys. 9. Naprężenia (von Mises) w konstrukcji z materiału kompozytowego zbrojonego włóknom węglowym po trzecim etapie optymalizacji

- Do obliczeń został przyjęty uproszczony model węzła konstrukcyjnego ramy roweru wodnego.
- Największe naprężenia zredukowane powstały w przypadku ramy z aluminium, przemieszczenia zaś – przy zastosowaniu laminatu z włóknom szklanym.
- Rama wykonana z włókna węglowego została poddana analizie, w wyniku której nastąpiło zmniejszenie masy konstrukcji o 47% w stosunku do masy początkowej oraz o 59% w stosunku do ramy aluminiowej.
- Pomimo spadku masy nie zaobserwowano wzrostu naprężeń zredukowanych w obszarach niebezpiecznych, wystąpiły natomiast wyższe naprężenia punktowe związane z przykładaniem obciążeń.
- Po trzecim etapie analizy laminat zawierający dwadzieścia warstw składa się głównie z włókien ułożonych w kierunku 90° (dziewięć warstw) i 0° (7 warstw) do osi x. Znacznie mniejsze znaczenie odgrywają włókna działające w kierunkach  $\pm 45^\circ$ .
- Zastosowanie odpowiedniej technologii wykonania poszczególnych fragmentów oraz sposób ich połączenia będą miały ogromny wpływ na wytrzymałość konstrukcji.

## LITERATURA

1. Królikowski W. „Polimerowe kompozyty konstrukcyjne”. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
2. Konieczny, J. Dobrzański, L.A. „Optymalizacja komputerowa konstrukcji wykonanych z kompozytu GFRP”. *Archiwum Odlewnictwa*. R. 6, nr 21/2 (2006): s.370–370.
3. German J. „Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych”. Kraków: skrypt Politechniki Krakowskiej, rozdział 6, 2001.
4. [http://www.wzwm.pwr.wroc.pl/files/pages/inst\\_12.pdf](http://www.wzwm.pwr.wroc.pl/files/pages/inst_12.pdf) (dostęp: 28.09.2016).
5. <http://www.carboncenter.pl/item/14-rury-z-wlokien-weglowych>.
6. [http://img.weiku.com/photo/6250/625010/product/carbon\\_bike\\_mtb\\_frame\\_201265204641777.jpg](http://img.weiku.com/photo/6250/625010/product/carbon_bike_mtb_frame_201265204641777.jpg).
7. <http://www.sebros.eu/aluminium/wlasciwosci-aluminium-i-stopow-aluminium/>.
8. [http://www.carboncenter.pl/media/djcatalog2/images/weglowe1\\_f.jpg](http://www.carboncenter.pl/media/djcatalog2/images/weglowe1_f.jpg). ■