

## Analysis of balancing of four stroke V6 engines

*Analysis of balance of V6 engines with a common-pin crankshaft depending on a cylinder bank angle and the crank radius to connecting rod length ratios  $\lambda$  based on the relations derived is presented in the paper. The bank angles providing the lowest moment of inertia forces in reciprocating motion for selected  $\lambda$  values were determined. The position of the plane of the main counterweights in order to maximum balance of the moment of the first order inertia forces and degree of its balancing in the function of the cylinder bank angle were also defined in the paper. The position of the balancing shaft with respect to the crankshaft to fully balance the moments of the first order inertia forces was also determined. Apart from the quality of balancing, also other criteria for the selection of the cylinder bank angle of vehicle engines were indicated in the paper.*

Key words: V6 engines, crank gear, balancing

## Analiza wyrównoważenia silników czterosurowych V6

*Na podstawie wyprowadzonych w artykule zależności przedstawiono analizę wyrównoważenia silników widlastych V6 o tradycyjnej konfiguracji wałów korbowych, w zależności od kąta rozwidlenia cylindrów i wartości parametru mechanizmu korbowego  $\lambda$ . Określono wartości kąta rozwidlenia zapewniające najmniejszy maksymalny moment od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla kilku wybranych wartości  $\lambda$ . Wyznaczono zależność maksymalnej wartości niewyrównoważonego momentu sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym od kąta rozwidlenia cylindrów. Wyznaczono także położenie płaszczyzny przeciwnas głównych w celu maksymalnego wyrównoważenia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu oraz określono stopień ich wyrównoważenia w funkcji kąta rozwidlenia. Ustalono położenie dodatkowych mas na wałku wyrównowującym w celu pełnego wyrównoważenia momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu. Wskazano na inne, poza jakością wyrównoważenia, kryteria doboru kąta rozwidlenia cylindrów silników samochodowych.*

Słowa kluczowe: silniki V6, mechanizmy korbowe, wyrównoważenie

### 1. Introduction

V6 engines are the second most common engine designs, after inline four, to power modern cars. [1, 10]. In this application they are an alternative to V8 engines, especially in the context of an overall strategy to reduce the size of IC engines (downsizing) [3, 5, 6]. The V6 engines have become widely adopted for medium-sized cars, often as an optional engine where inline four-cylinder engines are standard [10]. These engines are also used in D- and E-class automobiles. In this category of engines, in view of their different applications, there are two types differing with crankshafts. In V6 engines of passenger cars with cylinder bank angles of 60° and 90° split-pin crankshafts, providing even firing intervals, are used almost exclusively [1]. In other applications, especially in performance applications, “common-pin” crankshafts are often used [8], which are the same as applied in three-cylinder inline engines. Examples of such applications can be competition vehicles, sports cars and light trucks and off road equipment. These crankshafts are stronger and stiffer. The later is important from the point of view of torsional vibrations. It is worth mentioning in this context that in 2014 V6 engines with a swept volume of 1.6 liters, the cylinder bank angle of 90° and a common-pin crankshaft will replace the currently used V6 engines with the swept volume of 2.4 liters [4].

An important design parameter of V engines is the cylinder bank angle. The V6 engines met in production most frequently have cylinder bank angle  $\gamma = 60^\circ$ , less frequently

### 1. Wstęp

Silniki V6 są najczęściej stosowane do napędu samochodów osobowych po silnikach rzędowych 4-cylindrowych [1, 10]. W tym zastosowaniu stanowią one alternatywę dla silników V8, zwłaszcza w kontekście ogólnej strategii zmniejszania wielkości silników (downsizing) [3, 5, 6]. Silniki V6 są szeroko stosowane w samochodach średniej wielkości jako opcjonalne w stosunku do standardowych silników rzędowych 4-cylindrowych. Są także stosowane w samochodach klasy D i E. W tej kategorii silników, uwzględniając ich różne zastosowania, spotyka się dwie odmiany różniące się wałami korbowymi. W silnikach samochodów osobowych o kątach rozwidlenia 60° i 90° stosowane są prawie wyłącznie wały korbowe o dzielonych czopach korbowych, zapewniające jednakowe odległości pomiędzy zapłonami kolejno pracujących cylindrów [1]. W innych zastosowaniach, a przede wszystkim w silnikach wysoko obciążonych, stosowane są wały korbowe klasyczne z trzema wykorbieniami, czyli identyczne jak w silnikach rzędowych 3-cylindrowych [8]. Przykładem tego typu zastosowań są samochody wyczynowe i sportowe, a także lekkie samochody ciężarowe oraz urządzenia pozatrakcyjne. Takie wały są bardziej wytrzymałe i mają większą sztywność, co jest istotne z punktu widzenia drgań skrętnych. Warto w tym kontekście wspomnieć, że w 2014 r. silniki V6 o pojemności o skokowej 1,6 l, kącie rozwidlenia 90° i wale korbowym z 3 czopami korbowymi zastąpią obecnie stosowane w Formule 1 silniki V8 o pojemności skokowej 2,4 l [4].

90°, and rarely 120°. An important advantage of the 120° bank angle is providing an even firing intervals and lowering the center of gravity. For this reason it was often used in engines of racing cars, including Formula 1 (F1). Although less frequently but there were also met engines with untypical cylinder bank angles, among which there can be mentioned engines with the bank angle 80° (Honda RA168-E), 75° (Isuzu Rodeo and Isuzu Trooper), 72° (Mercedes-Benz Bluetec Diesel), 65° (Ferrari Dino), 54° (GM/Opel V6), 45° (Electro Motive), and 10.6° and 15° (Volkswagen VR6 engines) [6, 11]. VR6 engines, however, are closer to inline engines than to V engines. However, it is worth paying attention to F1 engines designed by Porsche (TAG V6) and Honda engines, which were characterized by the bank angle of 80°. According to [10], the choice of the cylinder bank angle in these engines was determined by aerodynamic considerations. It seems, however, that the choice of this bank angle as indicated by the results of the analysis presented in the third chapter of this paper was also determined by balancing quality.

In the engines reaching high speeds, which include reciprocating internal combustion engines, balancing the inertia forces and moments of these forces will reduce variable dynamic loads acting on the vehicle frame or foundation, and thus will reduce also its vibration. This significantly decreases the level of noise and wear and tear [12].

The primary objective of this study was to investigate the impact of the cylinder bank angle on the magnitude of the resultant moment of inertia forces in the reciprocating motion in four-stroke V6 engines equipped with the common-pin crankshafts, that is as used in 3-cylinder in-line engines. Inertia forces in both reciprocating and rotational motion in these engines are mutually balanced, as the resultant vectors of the inertia forces of both banks of cylinders are zero-vectors [9]. An important objective of the study was also to derive simple relations describing the vector of the resultant moment of inertia forces allowing to clearly identify the plane, in which the main counterweights should be located as well as the counterweights on the balancing shaft. Such relations are neither in the Polish nor foreign literature [1, 2, 7] known to the author.

It is worth noting, however, that the magnitude of the resultant inertia forces and moments are not always the most important criteria in the selection of the cylinder bank angle. Among the criteria used, especially by car companies, also the following should be listed:

- dimensions of the engine, due to the limited availability of space in the car,
- uniformity of torque.

In order not to increase the volume of this paper, V6 engines with cylinder bank angles of 60° and 90° equipped with the split-pin crankshafts providing even firing intervals of consecutively operating cylinders, which will be the subject of the next paper, were excluded from the scope of this paper.

Ważnym parametrem konstrukcyjnym silników o układzie V jest kąt rozwidlenia cylindrów. Spotykane w produkcji seryjnej silniki V6 mają najczęściej kąt rozwidlenia 60°, rzadziej 90°, a jeszcze rzadziej 120°. Istotną zaletą kąta rozwidlenia 120° jest zapewnienie równomiernego odstępu pomiędzy zapłonami i obniżenie środka ciężkości pojazdu. Z tego względu był on chętnie stosowany w silnikach samochodów wyścigowych, w tym samochodów Formuły 1 (F1). Wprawdzie rzadziej, ale były spotkane także silniki o nietypowych wartościach kątów rozwidlenia cylindrów, wśród których można wymienić silniki o kącie rozwidlenia 80° (Honda RA168-E, F1), 75° (Isuzu Rodeo i Isuzu Trooper), 72° (Mercedes-Benz Bluetec Diesel), 65° (Ferrari Dino), 54° (GM/Opel V6), 45° (Elektro Motive), a także 10,6° i 15° w silnikach VR6 firmy Volkswagen [6, 11]. Silniki VR6 są jednak bliższe silnikom rzędowym niż silnikom o układzie V. Warto zwrócić uwagę na silniki F1 zaprojektowane przez firmę Porsche (silnik TAG V6) i silniki firmy Honda, które charakteryzowały się kątem rozwidlenia 80°. O wyborze kąta rozwidlenia w tych silnikach decydowały względy aerodynamiczne [10]. Wydaje się jednak, że decydowała także jakość wyrównoważenia, na co wskazują wyniki analizy przedstawione w trzecim rozdziale niniejszej pracy.

W silnikach rozwijających duże prędkości obrotowe, do których należą tłokowe silniki spalinowe, wyrównoważenie sił bezwładności i momentów od tych sił powoduje zmniejszenie zmiennych obciążeń dynamicznych działających na ramę pojazdu lub fundament, a tym samym zmniejszenie drgań. To znacznie obniża poziom emitowanego hałasu i zużycie części [12].

Zasadniczym celem niniejszej pracy było zbadanie wpływu kąta rozwidlenia cylindrów na wartość wypadkowego momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w 4-suwowych silnikach V6 wyposażonych w wały korbowe o tradycyjnej konfiguracji, czyli takie, jakie są stosowane w silnikach rzędowych 3-cylindrowych. Siły bezwładności zarówno w ruchu postępowo-zwrotnym, jak i obrotowym w tych silnikach równoważą się wzajemnie, gdyż wektory wypadkowe sił bezwładności obu rzędów cylindrów są wektorami zerowymi [8]. Ważnym celem pracy było również wyprowadzenie prostych zależności opisujących wektor wypadkowy momentu od sił bezwładności pozwalających na jednoznaczne określenie płaszczyzny, w której należy umieścić zarówno przeciwmasy główne, jak i przeciwmasy na dodatkowym wałku wyrównowazającym. W literaturze silnikowej brakuje przedstawienia takich zależności [1, 2, 7].

Warto zauważyć, że jakość wyrównoważenia sił bezwładności i momentów od tych sił nie zawsze jest najważniejszym kryterium przy doborze kąta rozwidlenia. Wśród kryteriów stosowanych zwłaszcza przez firmy samochodowe wymienia się:

- wymiary silnika, ze względu na ograniczoną dostępność miejsca w samochodzie,
- równomierność momentu obrotowego.

Aby nie powiększać objętości niniejszego artykułu, zaniechano omawiania silników V6 o kątach rozwidlenia 60° i 90° z dzielonymi czopami korbowymi, zapewniającymi

## 2. Analysis of balancing

### 2.1. Optimal bank angle to reduce non-uniformity of torque

As mentioned above, the crankshafts used in the more loaded V6 engines are the same as in in-line 3-cylinder engines. One can say that these engines are composed of two identical three-cylinder in-line engines with a common crankshaft. Each pair of the corresponding connecting rods from each bank of cylinders share one crankpin on the crankshaft side by side.

To provide a more uniform torque curve, both the angle between the crank throws  $\delta$  and the cylinder bank angle  $\gamma$  should be identical and result from the following relationship:

– in four-stroke engines

$$\delta = \gamma = (720^\circ)/i \quad (1)$$

– while in two-stroke engines:

$$\delta = \gamma = (360^\circ)/i \quad (2)$$

which in the case of four-stroke engines means  $\delta = \gamma = 120^\circ$ , and two-stroke engines  $\delta = \gamma = 60^\circ$ .

Out of four-stroke V6 engines, only the engines with the bank angle of  $120^\circ$  meet the condition laid down by relation (1). However, the engines that have such a large cylinder bank angle are too wide, and for that reason require a lot of space and, therefore, were very rarely used in cars.

### 2.2. Relations on resultant moment of inertia forces in reciprocating motion

In order to derive an equation for the resultant moment of the inertia forces in the reciprocating motion in a V6 engine it is convenient to use the relationship on the moment in three-cylinder in-line engine derived in [9]. This relationship is as follows:

$$M^* = -\sqrt{3} m_p r \omega^2 a [\cos(\alpha + 30^\circ) + \lambda \cos 2(\alpha - 15^\circ)] \quad (3)$$

where:  $m_p$  – equivalent reciprocating mass,  $\alpha$  – crank angle,  $\omega$  – crankshaft rotational speed,  $r$  – crank radius,  $a$  – distance between cylinder axis,  $\lambda$  – crank throw to connecting rod length ratio.

For the purposes of this analysis the same masses of individual elements of crank gear and uniform distance between the cylinder axes were assumed and the impact of the cylinder bank offset on the engine balancing neglected. This offset takes place in the case of connecting rods sharing one crankpin side by side. The magnitude of this offset, in the case of symmetric connecting rods, is equal to the width of its big end.

The form of relation (3) results from the location of the center of coordinates in the axis of the crankshaft rotation, and y-axis in the plane passing through the axes of cylinders. A kinematic scheme of V6 engine crank gear is shown in Figure 1.

To facilitate a comparative analysis of balance of V6 engines with different values of the cylinder bank angle it is convenient to present relationship (3) in dimensionless form by referring it to the expression  $m_p r \omega^2 a$ , namely:

równomierne odstępy pomiędzy zapłonami kolejno po sobie pracujących cylindrów.

## 2. Analiza wyrównoważenia

### 2.1. Optymalny kąt rozwidlenia cylindrów w celu ograniczenia zmienności momentu obrotowego

Jak wspomniano wyżej, wały korbowe stosowane w obciążonych silnikach V6 są identyczne jak w silnikach rzędowych 3-cylindrowych. Można powiedzieć, że silniki takie składają się z dwóch identycznych silników 3-cylindrowych rzędowych o wspólnym wale korbowym. Każda para odpowiadających sobie korbowodów obu rzędów cylindrów jest osadzona obok siebie na wspólnym czopie korbowym.

Aby zapewnić równomierny przebieg momentu obrotowego, zarówno kąty pomiędzy wykorbieniami wału  $\delta$ , jak i kąt rozwidlenia cylindrów  $\gamma$  powinny być jednakowe i wynikać z zależności (1) w silnikach 4-S i z zależności (2) w silnikach 2-S, co dla silników czterosurowych oznacza  $\delta = \gamma = 120^\circ$ , a dla silników dwusurowych  $\delta = \gamma = 60^\circ$ .

Spośród czterosurowych silników V6 warunek określony zależnością (1) spełnia jedynie silnik o kącie rozwidlenia  $\gamma = 120^\circ$ . Jednak silniki o tak dużym kącie rozwidlenia są zbyt szerokie, a więc wymagają dużo miejsca i dlatego były bardzo rzadko stosowane w samochodach użytkowych.

### 2.2. Zależności wypadkowego momentu sił od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym

W celu wyprowadzenia zależności wypadkowego momentu sił od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w silniku V6 można posłużyć się zależnością (3) na wartość tego momentu w silniku rzędowym 3-cylindrowym wyprowadzoną w pracy [9], gdzie:  $m_p$  – masa układu zastępczego mechanizmu korbowego w ruchu postępowo-zwrotnym,  $r$  – promień wykorbienia,  $\omega$  – prędkość kątowa wału korbowego,  $a$  – odległość pomiędzy osiami cylindrów,  $\alpha$  – kąt obrotu wału korbowego.

Na potrzeby niniejszej analizy założono jednakowe masy poszczególnych elementów mechanizmów korbowych i jednakowe odległości pomiędzy cylindrami oraz pominięto wpływ przesunięcia względem siebie obu rzędów cylindrów na wyrównoważenie silnika. Takie przesunięcie ma miejsce w przypadku korbowodów umieszczonych obok siebie na wspólnym czopie korbowym. Wielkość tego przesunięcia, w przypadku korbowodów symetrycznych, jest równa szerokości stopy korbowodu.

Postać zależności (3) wynika z umieszczenia początku układu współrzędnych w osi obrotu wału korbowego, a osi y w płaszczyźnie przechodzącej przez osie cylindrów. Schemat kinematyczny mechanizmu korbowego silnika V6 pokazano na rys. 1.

Aby ułatwić analizę porównawczą wyrównoważenia silników V6 o różnym kącie rozwidlenia, zależność (3) przedstawia się w postaci bezwymiarowej przez odniesienie jej do wyrażenia  $m_p r \omega^2 a$  (4).

W rezultacie zależność (3), po uwzględnieniu zależności (4), może być przekształcona do prostej postaci (5).

Uwaga: W dalszej części pracy symbol  $M$ , pozbawiony indeksu



$$M = \frac{M^*}{m_p r \omega^2 a} \quad (4)$$

As a result, equation (3), after taking into account expression (4), may be converted into the following simple form:

$$M = -\sqrt{3} [\cos(\alpha + 30^\circ) + \lambda \cos 2(\alpha - 15^\circ)] \quad (5)$$

Note: In the remaining part of the paper the symbol  $M$ , stripped of the upper superscript (\*) indicates the relative moment of inertia, although the word "relative", to simplify the moment description, is omitted.

In order to derive a relationship on the modulus of the resultant vector of the moment of the inertia forces in the reciprocating motion in a V6 engine it is convenient to adopt the coordinate system as shown in Fig. 1, where symbols L and R denote axes of the left and right hand cylinder bank respectively.

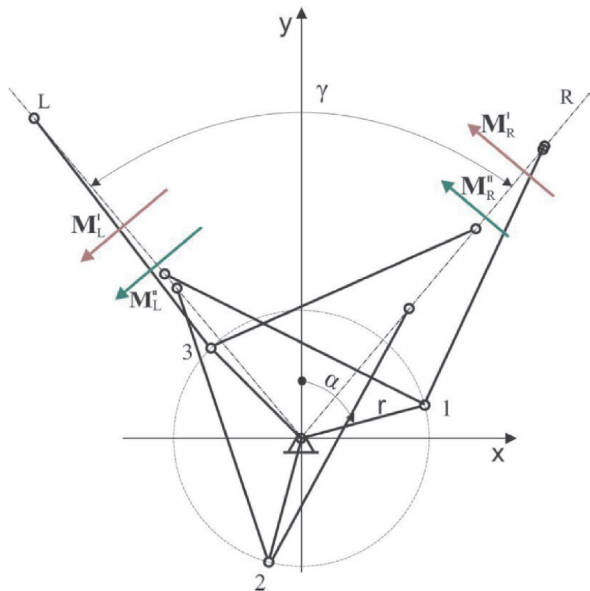


Fig. 1. Vectors of moments of inertia forces in reciprocating motion in V6 engine:  $M_L'$  and  $M_R''$  – the resultant vectors of the moments of the first order inertia forces of the right and left hand cylinder bank respectively, and  $M_L''$  and  $M_R'$  – vectors of the corresponding moments of the second order

Rys.1. Wektory momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w silniku V6:  $M_L'$  i  $M_R''$  – wektory wypadkowe momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu odpowiednio lewego i prawego rzędu cylindrów,  $M_L''$  i  $M_R'$  – wektory odpowiednich momentów drugiego rzędu

On the basis of equation (5) and the location of the coordinate system, the following final equations describing the resultant moments of the inertia forces of both cylinder banks can be written:

– for the left bank

$$M_L = -\sqrt{3} \left[ \cos \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} + 30^\circ \right) + \lambda \cos 2 \left( \alpha + \frac{\gamma}{2} - 15^\circ \right) \right] \quad (6)$$

– for the right bank

$$M_R = -\sqrt{3} \left[ \cos \left( \alpha - \frac{\gamma}{2} + 30^\circ \right) + \lambda \cos 2 \left( \alpha - \frac{\gamma}{2} - 15^\circ \right) \right] \quad (7)$$

górnego w postaci gwiazdki (\*), oznacza względny moment od sił bezwładności, mimo że słowo „względny” w całej pracy w nazwie momentu, dla uproszczenia jego opisu, zostało pominięte.

W celu wyprowadzenia zależności na moduł wektora wypadkowego momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w silniku V6 przyjmuje się układ współrzędnych jak na rys. 1, na którym symbole L i R oznaczają osie odpowiednio lewego i prawego rzędu cylindrów.

Na podstawie zależności (5) oraz usytuowania układu współrzędnych można napisać następujące końcowe postaci równań opisujących momenty wypadkowe od sił bezwładności dla obu rzędów cylindrów: dla lewego rzędu (6), dla prawego (7).

Natomiast rzuty momentów na osie układu współrzędnych przedstawiają zależności (8).

Moduł wypadkowego wektora momentu dla całego silnika można wyznaczyć na podstawie zależności (9).

Po rozwinięciu i uporządkowaniu zależności (8), z uwzględnieniem zależności (6) i (7), rzuty wektora wypadkowego sumy momentów od sił bezwładności w silnikach V6 o dowolnym kącie rozwidlenia cylindrów na osie układu współrzędnych można opisać za pomocą zależności (10).

W zależnościach (10) pierwsze człony obu równań, zawierające funkcje harmoniczne pojedynczego kąta  $\alpha$ , oznaczają składowe wypadkowego momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu  $M_x'$  i  $M_y'$ , a drugie człony – składowe wektora momentu od sił bezwładności drugiego rzędu  $M_x''$  i  $M_y''$ .

Równoważne zależności można uzyskać przez uprzednie zrzutowanie sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym na osie układu współrzędnych, a następnie wyznaczenie sumy momentów od tych sił.

### 3. Wyniki obliczeń i ich analiza

Korzystając z zależności (9) i (10), wyznaczono maksymalne wartości momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych wartości kątów rozwidlenia cylindrów  $\gamma$  zawartych w przedziale  $0^\circ$ – $180^\circ$  oraz czterech wartości parametru  $\lambda$ . Wyniki obliczeń zamieszczono w tabeli 1.

Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie na rys. 2. Przebieg wartości maksymalnego momentu dla  $\lambda = 0,5$  na tym rysunku ma jedynie teoretyczne znaczenie, gdyż tak duże wartości  $\lambda$  nie występują w silnikach czterosurowych. Można je spotkać tylko w tzw. długoskokowych silnikach dwusurowych wozdżikowych stosowanych w okrętownictwie, np. firmy Burmeister & Wain. Jak wynika z analizy rysunku, największe wartości maksymalnego momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym odpowiadają kątom  $\gamma = 0$ . Wówczas silnik V6 zostaje jednak zredukowany do dwóch silników 3-cylindrowych rzędowych, dla których łączny moment od sił bezwładności można wyznaczyć na podstawie zależności (5), jeśli prawa strona tej zależności będzie pomnożona przez 2. Dla kąta rozwidlenia  $\gamma = 180^\circ$  równoważą się wzajemnie momenty od sił bezwładności drugiego rzędu, a dodają algebraicznie od sił bezwładności pierwszego rzędu. Przebieg względnego momentu wypad-

However, the projections of the moments on the axes of the coordinate system are expressed by the following equations:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= (-M_L - M_R) \cos \frac{\gamma}{2} \\ M_y &= (-M_L + M_R) \sin \frac{\gamma}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

The vector modulus of the resultant moment for the whole engine can be determined by using the following formula:

$$|M| = M = \sqrt{(M_x)^2 + (M_y)^2} \quad (9)$$

After development and arrangement relation (8), and taking into account equations (6) and (7), the projections of the resultant vector of the moments of the inertia forces in V6 engines, with any cylinder bank angle, on the axes of the coordinate system, can be described by the following relationships:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\sqrt{3} \left[ (1 + \cos \gamma) \cos(\alpha + 30^\circ) + 2\lambda \cos \frac{\gamma}{2} \cos \gamma \cos 2(\alpha - 15^\circ) \right] \\ M_y &= \sqrt{3} \left[ (1 - \cos \gamma) \sin(\alpha + 30^\circ) + 2\lambda \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \sin 2(\alpha - 15^\circ) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

The first terms in relationships (10), containing harmonic functions of a single angle  $\alpha$ , are components of the resultant moment of the first order inertia forces  $M_x'$  and  $M_y'$  and the second terms are components of the moment of the second order inertia forces  $M_x''$  and  $M_y''$ .

Equivalent relations can be obtained through a prior projection of the inertia forces in the reciprocating motion on the axes and then determination of the sum of the moments of these forces.

Table 1. Maximum values of the relative moment depending on the angle  $\gamma$  for four values of  $\lambda$

Tabela 1. Maksymalne wartości względnego momentu w zależności od kąta  $\gamma$  dla czterech wartości parametru  $\lambda$

$\gamma$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°	$\lambda$ [-]
$M_{max}$ [-]	3.814	3.734	3.503	3.145	2.700	2.240	2.344	2.844	3.248	3.523	3.650	3.627	3.464	0.25
	3.937	3.851	3.601	3.215	2.740	2.265	2.467	2.977	3.377	3.636	3.734	3.672	3.464	0.30
	4.069	3.976	3.706	3.292	2.784	2.295	2.589	3.109	3.507	3.749	3.818	3.716	3.464	0.35
	4.500	4.385	4.056	3.550	2.938	2.408	2.957	2.508	3.897	4.088	4.069	3.85	3.464	0.50

### 3. Results of calculations and their analysis

Using equations (9) and (10) calculation of the maximum torque of the inertia forces in the reciprocating motion for particular values of the cylinder bank angle  $\gamma$  contained in the range from 0–180° and for four values of  $\lambda$  were made. The calculation results are contained in Table 1.

In order to illustrate the results of the calculations they are presented graphically in Figure 2. The course of the maximum torque, for  $\lambda = 0.5$ , in this Figure has only a theoretical meaning because such large values of  $\lambda$  do not exist in four-stroke engines. They can be found only in the so-called long-stroke two-stroke crosshead engines used in shipbuilding, for example in the engines produced by Burmeister & Wain.

It follows from the Figure that the greatest magnitudes of the maximum moment of the inertia forces in the reciprocating

of the inertia forces in the reciprocating motion versus angle  $\gamma$  for different values of  $\lambda$

of the inertia forces in the reciprocating motion versus angle  $\gamma$  for different values of  $\lambda$ . Jak wynika z analizy rys. 2, przebiegi maksymalnych wartości momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym charakteryzują się dwoma ekstremami lokalnymi występującymi w dwóch zakresach kąta rozwidlenia  $\gamma$ . Pomijając przebieg momentu dla  $\lambda = 0,5$ , lokalne maksima występują dla  $\gamma \in (146^\circ - 156^\circ)$ . Oznacza to,

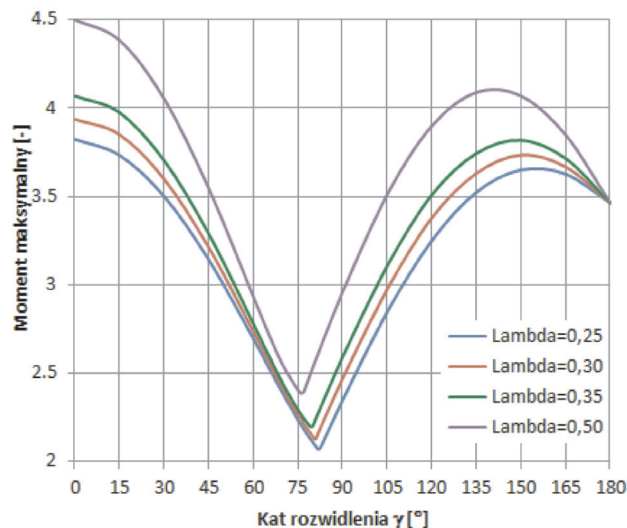


Fig. 2. Plots of maximum values of the moment of the inertia forces in the reciprocating motion versus angle  $\gamma$  for different values of  $\lambda$

Rys. 2. Przebiegi maksymalnych wartości momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w funkcji kąta  $\gamma$  dla różnych wartości parametru  $\lambda$

że ten zakres wartości kąta  $\gamma$  jest bardzo niekorzystny z punktu widzenia wyrównoważenia momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym. Wartości maksymalne momentu w tym zakresie, zależnie od wartości parametru  $\lambda$ , są tylko o ok. 5 %–6 % mniejsze niż dla  $\gamma = 0^\circ$ . Z punktu widzenia maksymalnego momentu od sił bezwładności najbardziej interesujący jest zakres kątów rozwidlenia  $\gamma$  ograniczony dwiema wartościami kąta  $\gamma$  60° i 90° stosowanymi najczęściej w silnikach spalinowych. W tym przedziale znajdują się absolutne minima dla poszczególnych wartości parametru mechanizmu korbowego  $\lambda$ . Taki przebieg krzywych maksymalnego momentu jest funkcją charakteru przebiegu maksymalnych wartości wektorów momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu –  $M'$  i drugiego –  $M''$ . Przykład przebiegu wartości

ing motion correspond to  $\gamma = 0$ . But then, however, V6 engine layout is reduced to two three-cylinder in-line engines, for which the total moment of inertia forces can be determined from equation (5), if the right-hand side of this relationship will be multiplied by 2.

In the case of the cylinder bank angle  $\gamma = 180^\circ$ , the moments of the second order inertia forces balance each other and the moments of the first-order inertia forces add algebraically. The moment of the inertia forces in this engine can be determined from the following formula:

$$M = 2M' = -2\sqrt{3}\sin(\alpha + 30^\circ) \quad (11)$$

It follows from Figure 2 that the plots of maximum moment of inertia in reciprocating motion are characterized by two local extrema occurring in two bands of the cylinder bank angle  $\gamma$ . Omitting the moment for  $\lambda = 0.5$ , the local maxima occur in the range of  $\gamma \in (146^\circ - 156^\circ)$ . This means

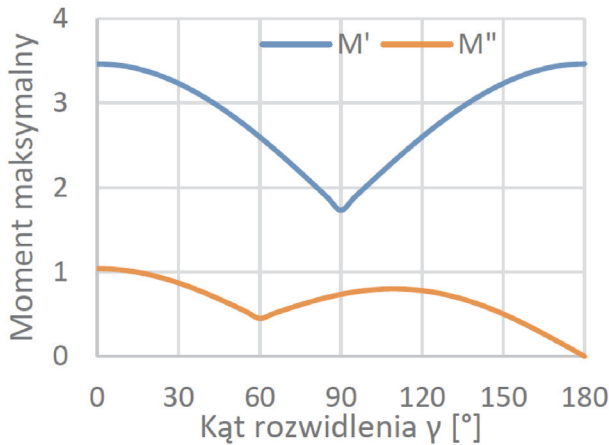


Fig. 3. Plots of maximum moment of the first-order inertia forces  $M'$  and the second order  $M''$  for  $\lambda = 0.3$

Rys. 3. Przebiegi maksymalnych wartości momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu  $M'$  i drugiego  $M''$  dla  $\lambda = 0,3$

maksymalnych tych momentów, dla parametru  $\lambda = 0,3$ , przedstawiono na rys. 3.

Położenie minimum  $M'$  na rys. 3, przy kącie  $\gamma = 90^\circ$  i  $M''$  przy  $\gamma = 60^\circ$ , wyjaśnia charakter przebiegu maksymalnych wartości momentu od sił bezwładności oraz położenie minimum globalnych przedstawionych na rys. 2.

W celu dokładniejszego określenia przebiegu maksymalnego momentu w tym przedziale kąta rozwidlenia wykonano obliczenia z małym krokiem wartości  $\gamma$  dla  $\gamma \in (60^\circ - 90^\circ)$ . Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 4, 5 i 6.

Jak wynika z analizy rysunków, wartości absolutnego minimum maksymalnego momentu, dla  $\lambda$  równego 0,35 i 0,25, występują w przybliżeniu przy  $\gamma$  wynoszącym odpowiednio  $80^\circ$  i  $82^\circ$ . Nie ulega wątpliwości, że wartości  $\gamma \approx 80^\circ$

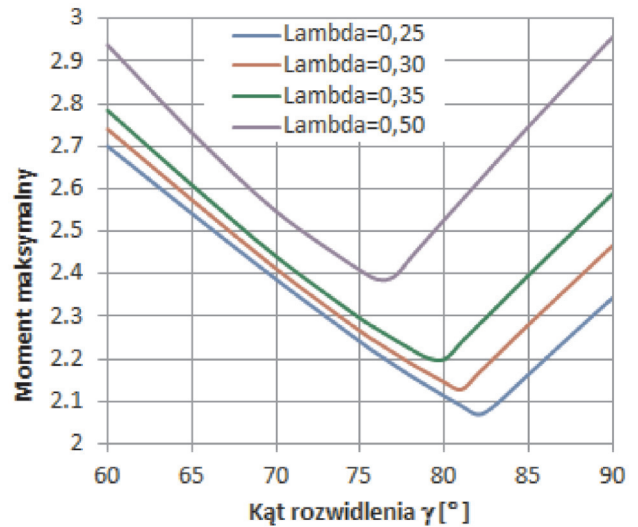
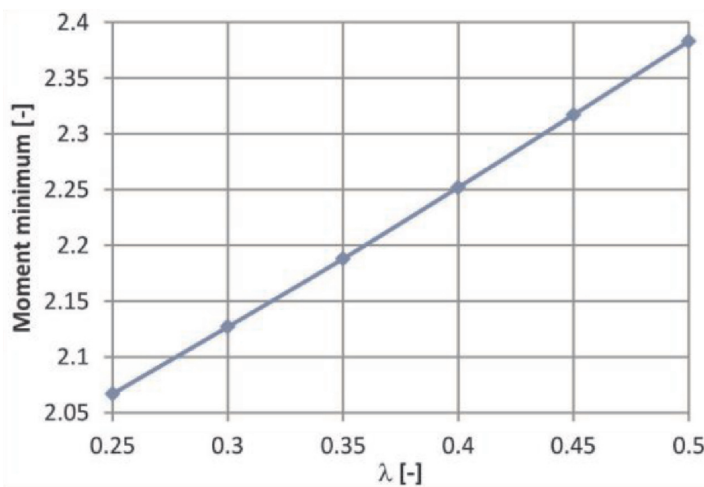


Fig. 4. Plots of the maximum moment of the inertia forces for  $\gamma \in (60^\circ - 90^\circ)$  and different values of  $\lambda$

Rys. 4. Przebiegi maksymalnych wartości momentu od sił bezwładności dla  $\gamma \in (60^\circ - 90^\circ)$  i różnych wartości parametru  $\lambda$

a)



b)

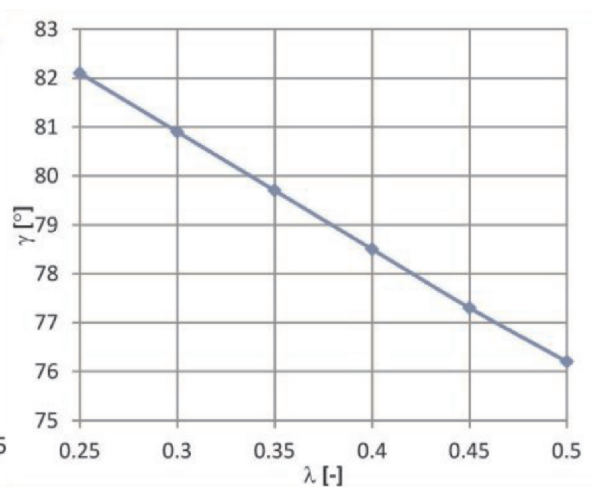


Fig. 5. Plots of absolute minimum of the maximum moment (a) and the cylinder bank angle  $\gamma$ , at which the absolute moment occurs (b), for different  $\gamma$  values

Rys. 5. Przebieg absolutnego minimum maksymalnego momentu (a) oraz kąta rozwidlenia  $\gamma$  (b), przy którym występuje to minimum, dla różnych wartości parametru  $\gamma$



that this range of  $\gamma$  is very unfavourable from the point of view of balancing the moment of the inertia forces in the reciprocating motion. The values of the maximum moment in this range of  $\gamma$  depend on the value of  $\lambda$ , and are only about 5%–6% lower than for  $\gamma = 90^\circ$ . From the point of view of the maximum moment of inertia forces the most interesting range of the bank angles is contained between  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 90^\circ$ , **which are the most commonly used in internal combustion engines**. In this range of  $\gamma$ , there are absolute minima for each value of  $\lambda$ . Such a shape of the plot of the maximum moment arises from the plots of the maximum moment of the first-order inertial forces –  $M'$  and the second-order –  $M''$ . An example of the maximum values of these moments, for  $\lambda = 0.3$ , is contained in Figure 3.

The location of the minimum of  $M'$  in Figure 3, at the angle  $\gamma = 90^\circ$  and  $M''$  at  $\gamma = 60^\circ$  explains the shape of the plot of the maximum moment of inertia forces and the position of the absolute minima shown in Figure 2.

In order to identify the course of the maximum moment in this range of the cylinder bank angle more precisely, calculations were made with a small step of  $\gamma$  values, for  $\gamma \in (60^\circ-90^\circ)$ . The calculation results are shown in Figure 4 and 5.

It follows from the Figures, that the values of the absolute minimum, for  $\lambda = 0.35$  and  $0.25$ , correspond approximately to  $\gamma = 80^\circ$  and  $\gamma = 82^\circ$  respectively. There is no doubt that the value of the cylinder bank angle  $\gamma \approx 80^\circ$  is interesting from the point of view of balancing of V6 engines, especially in performance cars, because in this type of vehicles additional balancing shafts are not normally applied. In this context, it seems that the company Honda in its engine RA168-E, designed for using in F1 in the past, by applying the bank angle  $\gamma = 80^\circ$  took into account not only the aerodynamic considerations according to [2], but also a lower value of the unbalanced moment of the inertia forces in the reciprocating motion than for other angles of  $\gamma$ . An important feature of sport cars, especially F1 cars, is a small mass moment of inertia of rotating components to provide better dynamic properties of the vehicle.

As emphasized above, the plots of the moment for  $\gamma > 0.35$ , in principle, have no meaning for four-stroke engines, except in certain cases, and the purpose for its use in this work is to show only the direction of changes in the value of the parameters characterizing the unbalanced moment.

It follows from the course of the curves in Fig. 4 that of the two V6 engines with the bank angle  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 90^\circ$  the better balanced is the one with the bank angle  $\gamma = 90^\circ$ . The differences in favor of the bank angle  $\gamma = 90^\circ$  increase with the decrease in the value of  $\lambda$ . **The benefits of improved balancing** resulting from application of the optimal value of the bank angle in relation to  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 90^\circ$  are shown in Fig. 6.

Figure 6 (the blue line) shows that the use of optimum value of angle  $\gamma$ , instead of  $\gamma = 60^\circ$ , depending on the value of  $\lambda$ , allows for reduction of the moment of the inertia forces from about 21% to 23%. However, the benefits resulting from the resignation from the angle  $\gamma = 90^\circ$  to adopt its optimal values are smaller, and depending on the parameter  $\lambda$  are (12%–15%).

As noted above, V6 engines have usually the bank angle  $\gamma = 60^\circ$  or  $\gamma = 90^\circ$ . The course of values of moments of the

są interesujące z punktu widzenia wyrównoważenia silników V6, zwłaszcza w samochodach wyczynowych, gdyż w tego typu zastosowaniach nie stosuje się zazwyczaj dodatkowych wałków wyrównowazających. W tym kontekście wydaje się, że firma Honda w silniku RA168-E, przeznaczonym do samochodów F1, stosując w przeszłości kąt rozwidlenia  $\gamma = 80^\circ$ , brała pod uwagę nie tylko względy aerodynamiczne, jak wynika z pracy [2], ale także mniejszą wartość niewyrównowanego momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym niż dla innych kątów  $\gamma$ . Ważną cechą silników samochodów sportowych, w tym zwłaszcza samochodów F1, jest mały masowy moment bezwładności elementów wirujących zapewniający lepsze właściwości dynamiczne samochodu.

Jak podkreślono wyżej, przebiegi momentu dla  $\gamma > 0.35$ , poza niektórymi przypadkami, w zasadzie nie mają istotnego znaczenia dla silników 4-suwowych, a jego wykorzystanie w pracy służy tylko przedstawieniu kierunku zmian parametrów charakteryzujących wartości niewyrównowanego momentu w funkcji parametru  $\lambda$ .

Z przebiegu krzywych na rys. 4 wynika, że spośród dwóch silników V6 o rozwidleniu  $60^\circ$  i  $90^\circ$  lepiej wyrównowany jest silnik o  $\gamma = 90^\circ$ . Różnice na korzyść rozwidlenia  $\gamma = 90^\circ$  rosną wraz ze spadkiem wartości parametru  $\lambda$ .

Korzyści w postaci poprawy wyrównoważenia wynikające ze stosowania optymalnej wartości kąta rozwidlenia w stosunku do  $\gamma = 60^\circ$  i  $90^\circ$  przedstawiono na rys. 6.

Z analizy rysunku 6 (linia niebieska) wynika, że zastosowanie optymalnej wartości kąta  $\gamma$  zamiast  $60^\circ$ , zależnie od wartości parametru  $\lambda$ , umożliwia zmniejszenie momentu od sił bezwładności od ok. 21% do 23%. Natomiast korzyści wynikające z rezygnacji z kąta  $\gamma = 90^\circ$  na rzecz jego optymalnych wartości są mniejsze i zależnie od wartości parametru  $\lambda$  wynoszą 12%–15%.

Jak zaznaczono wyżej, silniki V6 mają najczęściej kąt rozwidlenia  $\gamma = 60^\circ$  lub  $90^\circ$ . Przebieg względnej wartości momentów od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu

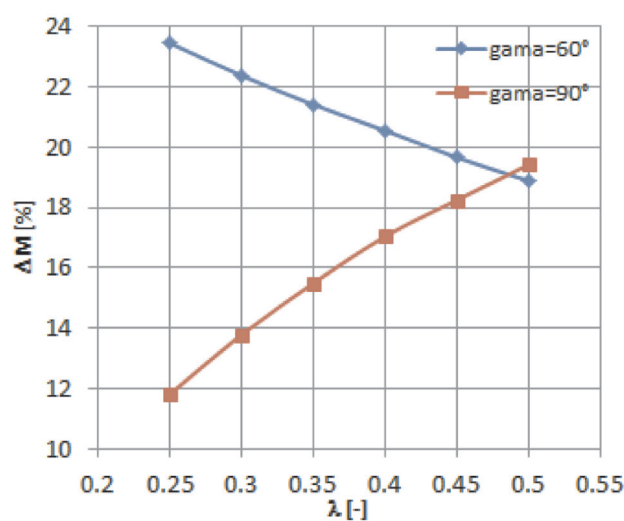


Fig. 6. Decrease in the maximum moment owing to the application of optimal  $\lambda$  value in comparison with  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 90^\circ$

Rys. 6. Spadek wartości maksymalnego momentu w stosunku do silników o  $\gamma = 60^\circ$  i  $\gamma = 90^\circ$  dzięki zastosowaniu optymalnej wartości  $\lambda$ .

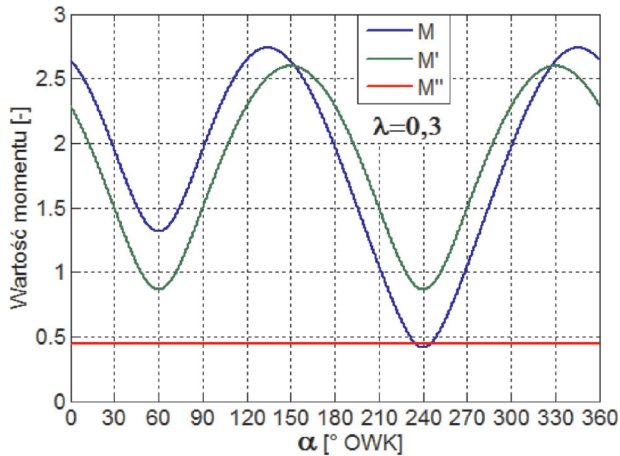


Fig. 7. Plots of moment of inertia forces in V6 engine for  $\gamma = 60^\circ$ ; M – total moment of inertia forces, M' – moment of the first-order, M'' – moment of the second-order

Rys. 7. Przebieg momentu sił bezwładności w silniku V6 o  $\gamma = 60^\circ$ ; M – moment całkowity od sił bezwładności, M' – moment pierwszego rzędu, M'' – moment drugiego rzędu

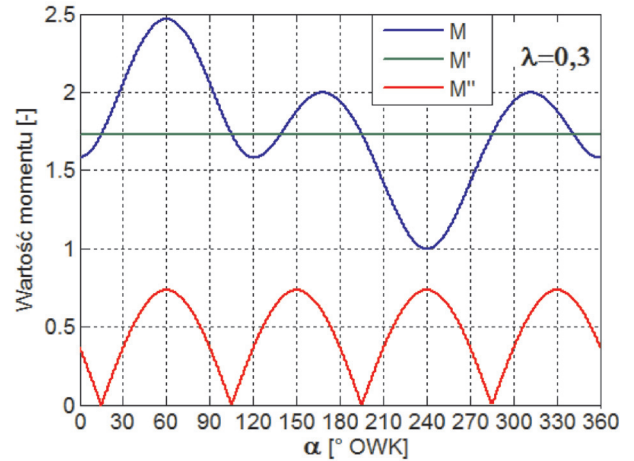


Fig. 8. Plots of moment of inertia forces of V6 engine for  $\gamma = 90^\circ$ ; M – total moment, M' – moment of the first-order, M'' – moment of the second-order

Rys. 8. Przebieg momentu od sił bezwładności w silniku V6 o  $\gamma = 90^\circ$ ; M – moment całkowity, M' – moment pierwszego rzędu, M'' – moment drugiego rzędu

first- and second-order inertia forces, and the total moment for  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 90^\circ$  and  $\lambda = 0.3$  are shown in Fig. 7 and 8 respectively.

It follows from Figure 7 and equation (10) that the vector  $\mathbf{M}'$  has a constant modulus and rotates with angular velocity  $2\omega$ . The vector  $\mathbf{M}''$ , however, has a variable modulus and rotates with a variable angular speed. Its average value is equal to the angular velocity  $\omega$  of the crankshaft.

In order to compare balancing of V6 engines with the bank angles  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $120^\circ$ . Figure 9 shows the plots of the relative value of the resultant moment of inertia in the reciprocating motion versus the angle of crank travel  $\alpha$  for these three above mentioned bank angles.

The plots in Figure 9 show that out of the three engines, the smallest maximum value of the resultant moment of inertia forces in reciprocating motion is characterized by the engine with  $\gamma = 90^\circ$ , then  $60^\circ$  and finally  $120^\circ$ .

#### 4. Balancing of V6 engines with any bank angle

Complete balancing of the moments of the first- and second-order inertia forces in V6 engines require application of a more complex balancing mechanism. Having in mind, however, a relatively small value of the resultant moment of the second-order inertia forces for the values of  $\lambda$  most commonly used, the balancing is normally limited to a partial reduction or complete balancing of the moment of the first-order inertia forces, which components are defined by the relationships:

$$\begin{aligned} M_x &= -\sqrt{3}(1 + \cos\gamma)\cos(\alpha + 30^\circ) \\ M_y &= \sqrt{3}(1 - \cos\gamma)\sin(\alpha + 30^\circ) \end{aligned} \quad (12)$$

The system of equations (12) shows that the value of the resultant vector of the moment of the first-order inertia forces  $\mathbf{M}'$  can be determined on the basis of the following equation:

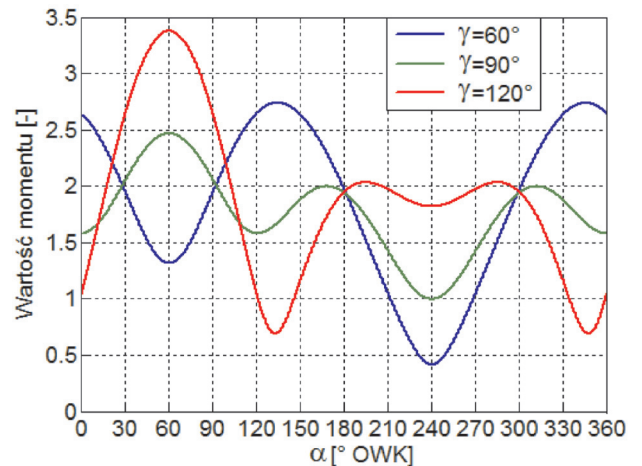


Fig. 9. Moment of the inertia forces in the reciprocating motion of V6 engines as a function of the crankshaft angle  $\alpha$ , for  $\gamma = 60^\circ$ ,  $90^\circ$  and  $120^\circ$  and  $\lambda = 0.3$

Rys. 9. Wykresy momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w funkcji kąta obrotu wału korbowego  $\alpha$  w silniku V6, dla kątów  $\gamma = 60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  i parametru  $\lambda = 0,3$

oraz łącznego dla  $\gamma = 60^\circ$  i  $\gamma = 90^\circ$  oraz  $\lambda = 0,3$  pokazano na rys. 7 i 8.

Z analizy rysunku 7 oraz z zależności (10) wynika, że wektor  $\mathbf{M}'$  ma stały moduł i wiruje z prędkością kątową  $2\omega$ . Wektor momentu  $\mathbf{M}''$  natomiast ma zmienny moduł i wiruje ze zmienną prędkością kątową, której średnia wartość jest równa prędkości kątowej wału korbowego  $\omega$ .

W celu porównania wyrównoważenia silników V6 o kątach rozwidlenia  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $120^\circ$  na rys. 9 przedstawiono przebiegi wartości względnego wypadkowego momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w funkcji kąta  $\alpha$  obrotu wału korbowego, dla wymienionych wyżej trzech kątów rozwidlenia cylindrów.

Z przebiegu krzywych na rys. 9 wynika, że spośród trzech silników najniższą maksymalną wartością wypadkowego



$$M' = \sqrt{3[1 + \cos^2\gamma + 2\cos\gamma\cos 2(\alpha + 30^\circ)]} \quad (13)$$

A closer analysis of equation (13) leads to the conclusion that the position of the crankshaft, at which the moment of the first-order inertia forces reaches its maximum, depends on the bank angle  $\gamma$ . For  $\gamma \in (0^\circ, 90^\circ)$  the maximum moment occurs at the positions of the crankshaft  $\alpha = 150^\circ$  and  $330^\circ$  and is given by

$$M'_{\max} = \sqrt{3} (1 + \cos\gamma) \quad (14)$$

and for angles  $\gamma \in (90^\circ, 180^\circ)$  it occurs at the crankshaft positions  $\alpha = 60^\circ$  and  $240^\circ$  and can be determined from the following formula:

$$M'_{\max} = \sqrt{3} (1 - \cos\gamma) \quad (15)$$

For the both above mentioned bank angle ranges the moment of the first-order inertia forces can be partly reduced by using the main counterweights, that is placed on the continuation of the crank webs. But in order not to deteriorate the dynamic properties of the vehicle by increasing in this way the mass moment of inertia of the crankshaft too much, the balancing system can be designed as two main counterweights installed on foremost and rearmost web of the crankshaft. In order to further reduction of the counterweights mass moment of inertia, part of the rearmost counterweight can be located on the flywheel.

It follows from the analysis of equations (12) that the optimal magnitude of the moment applied by the counterweights, that is reducing this way to the minimum the moment of the first-order inertia forces, is:

$$M'_{1c} = \sqrt{3} \quad (16)$$

Projections of the vector of moments of the counterweights on the axes of the coordinate system can be presented by the following equations:

$$\left. \begin{aligned} M'_{1cx} &= \sqrt{3} \cos(\alpha + 30^\circ) \\ M'_{1cy} &= -\sqrt{3} \sin(\alpha + 30^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

After taking under consideration equations (12) and (17), the components of the resultant vector  $\Delta \mathbf{M}'$  along the coordinate axis, remaining after balancing of the moment vector  $\mathbf{M}'$  by vector  $\mathbf{M}'_{1c}$ , can be expressed by the following system of equations:

$$\left. \begin{aligned} \Delta M'_x &= -\sqrt{3} \cos\gamma \cos(\alpha + 30^\circ) \\ \Delta M'_y &= -\sqrt{3} \cos\gamma \sin(\alpha + 30^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

The vector  $\Delta \mathbf{M}'$  rotates at a constant angular speed  $\omega$  but in the opposite direction to the crankshaft. Its modulus has a constant value that can be determined from the following formula:

$$\Delta M' = \sqrt{3} \cos\gamma \quad (19)$$

momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym cechuje się silnik o  $\gamma = 90^\circ$ , następnie  $60^\circ$ , a potem  $120^\circ$ .

#### 4. Wyrównoważenie silników V6 o dowolnym kącie rozwidlenia

Pełne wyrównoważenie momentów od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu w silnikach V6 wymaga zastosowania bardziej złożonego mechanizmu wyrównowazającego. Mając jednak na uwadze relatywnie małą wartość wypadkowego momentu od sił bezwładności drugiego rzędu, dla stosowanych najczęściej wartości parametru mechanizmu korbowego  $\lambda$ , wyrównoważenie ogranicza się zazwyczaj do zmniejszenia lub całkowitego zniesienia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu, którego składowe określają zależności (12).

Z układu równań (12) wynika, że moduł wektora wypadkowego momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu  $\mathbf{M}'$  można wyznaczyć na podstawie zależności (13).

Szczegółowa analiza zależności (13) prowadzi do wniosku, że położenie wału korbowego, przy którym występuje maksymalna wartość momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu zależy od kąta  $\gamma$  rozwidlenia cylindrów. Dla  $\gamma \in (0^\circ, 90^\circ)$  maksymalna wartość momentu występuje przy położeniach wału korbowego  $\alpha = 150^\circ$  i  $330^\circ$  i wyraża się zależnością (14), natomiast dla kątów  $\gamma \in (90^\circ, 180^\circ)$  przy położeniu wału korbowego  $\alpha = 60^\circ$  i  $240^\circ$  można ją wyznaczyć na podstawie wzoru (15).

Dla obu wymienionych zakresów kąta rozwidlenia cylindrów moment od sił bezwładności pierwszego rzędu można częściowo zmniejszyć dzięki zastosowaniu przeciwmas głównych, czyli umieszczonych na przedłużeniu ramion poszczególnych wykorbień. Jednak aby zanadto nie pogarszać właściwości dynamicznych pojazdu przez zwiększenie w ten sposób masowego momentu bezwładności wału korbowego, można zaprojektować układ wyrównowazający w postaci dwóch przeciwmas głównych umieszczonych na przedłużeniu skrajnych ramion wału korbowego. W celu dalszego zmniejszenia masowego momentu bezwładności przeciwmas, dla umieszczenia części jednej z nich wykorzystuje się także koło zamachowe.

Z analizy układu równań (12) wynika, że optymalna wartość wektora momentu takich przeciwmas, czyli zmniejszającego w maksymalnym stopniu moment od sił bezwładności pierwszego rzędu, wynosi (16).

Rzuty tego wektora momentu przeciwmas na osie układu współrzędnych można przedstawić za pomocą układu równań (17).

Po uwzględnieniu równań (12) i (17) składowe wektora wypadkowego  $\Delta \mathbf{M}'$  wzdłuż osi układu współrzędnych, pozostałego po wyrównoważeniu wektora momentu  $\mathbf{M}'$  za pomocą wektora momentu przeciwmas  $\mathbf{M}'_{1c}$ , można wyrazić za pomocą układu równań (18).

Pozostały po wyrównoważeniu wektor momentu  $\Delta \mathbf{M}'$  wiruje ze stałą prędkością kątową  $\omega$ , ale w kierunku przeciwnym do obrotu wału korbowego. Jego moduł ma stałą wartość, którą można określić na podstawie zależności (19).

Jakość wyrównoważenia za pomocą przeciwmas głównych, określoną maksymalnym stopniem wyrównoważenia

Balancing quality gained by using the main counterweights defined by a maximum degree of balance of the moment of the first-order inertial forces  $\beta$ , can be determined on the basis of the formula:

$$\beta = \frac{M'_{1c}}{M'_{max}} \quad (20)$$

After taking under consideration in the relation (20) relationships (14) and (16) one gets the following equation on the degree of the balance of the moment of the first-order inertia forces  $\beta$  in engines with common-pin crankshafts.

$$\beta = \frac{1}{1+\cos\gamma} 100\% \quad (21)$$

A graphic illustration of equation (21) is the plot shown in Figure 10.

It is apparent from the graph and from equation (19) that the moment of the first-order inertia forces in the engines

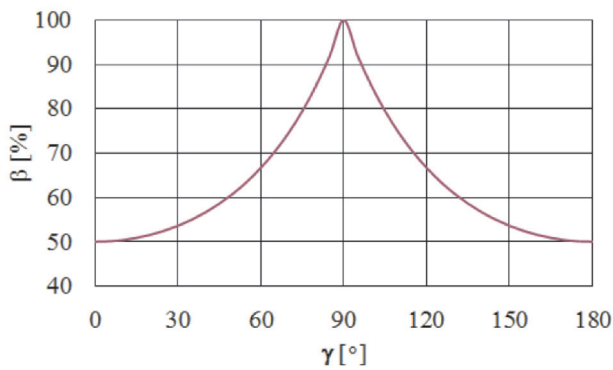


Fig. 10. Degree of balancing of the moment of the first-order inertia forces  $\beta$  in the function of angle  $\gamma$

Rys. 10. Przebieg stopnia wyrównoważenia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu  $\beta$  w funkcji kąta  $\gamma$

with the bank angle  $\gamma = 90^\circ$  can be completely balanced by application of the main counterweights. However, in the engines with the angle  $\gamma = 60^\circ$  and  $\gamma = 120^\circ$  the moment can thus be reduced maximally by 67 %.

In order to illustrate the way of balancing of the moment of the first-order inertia forces the location of the vectors of the moments, at the crankshaft position  $\alpha \approx 75^\circ$  and bank angle  $\gamma \approx 80^\circ$ , while keeping their dimensional proportions, are shown in Figure 11.

As shown in the Figure 11 the main counterweights having moment  $M'_{1c}$ , determined from equation (15) should be located in plane A-A rotating  $30^\circ$  ahead of the plane of the first crank. The vector  $\Delta M'$ , resulting from balancing with vector  $M'_{1c}$ , can be completely balanced with the vector of the moment of a balancing shaft  $M'_{2c}$  (shaft 'w' in Fig. 12) rotating with angular velocity  $\omega$  in opposite direction to the crankshaft. At the crankshaft position  $\alpha = 330^\circ$  the planes of the counterweights of both the balancing shaft and the main counterweights on the crankshaft, coincide with

momentu wypadkowego od sił bezwładności pierwszego rzędu  $\beta$ , można wyznaczyć na podstawie zależności (20).

Po uwzględnieniu w zależności (20) zależności (14) i (16) otrzymuje się zależność (21) na stopień wyrównoważenia momentu sił bezwładności pierwszego rzędu  $\beta$  w silnikach wyposażonych w konwencjonalne wały korbowe. Obrazem graficznym zależności (21) jest wykres przedstawiony na rys. 10. Z wykresu, a także z zależności (19) wynika, że za pomocą przeciwmasy głównych można całkowicie wyrównoważyć moment od sił bezwładności pierwszego rzędu w silnikach o kącie  $\gamma = 90^\circ$ , natomiast w silnikach o kącie  $\gamma = 60^\circ$  i  $\gamma = 120^\circ$  można w ten sposób zredukować maksymalnie 67 % momentu.

Dla zobrazowania sposobu wyrównoważenia momentu sił bezwładności pierwszego rzędu, zachowując odpowiednie proporcje wymiarowe, na rys. 11 przedstawiono usytuowanie wektorów momentów w położeniu wału korbowego  $\alpha \approx 75^\circ$  i kącie rozwidlenia cylindrów  $\gamma \approx 80^\circ$ .

Z analizy rysunku 11 wynika, że przeciwmasy główne o momencie  $M'_{1c}$ , określonym na podstawie zależności (15), powinny być umieszczone w płaszczyźnie A-A wyprzedzającej płaszczyznę pierwszego wykorbienia o kąt  $30^\circ$ . Wektor wypadkowy  $\Delta M'$  powstały po wyrównoważeniu wektorem  $M'_{1c}$  może być całkowicie wyrównoważony za pomocą wektora momentu  $M'_{2c}$  na wałku wyrównoważającym (wałek „w” na rys. 11), obracającym się z prędkością kątową  $\omega$  w stronę przeciwną do obrotu wału korbowego. W położeniu wału korbowego  $\alpha = 330^\circ$  ślady zarówno płaszczyzny przeciwmasy na wałku wyrównoważającym w, jak i przeciwmasy głównych pokrywają się z osią y, a następnie obracają się w kierunkach przeciwnych. W tym położeniu wału korbowego wektor wypadkowego momentu  $M'$  pokrywa się z kierunkiem ujemnym osi x. Nietrudno zauważyć, że dodatkowy wałek wyrównoważający jest zbędny, gdy kąt rozwidlenia

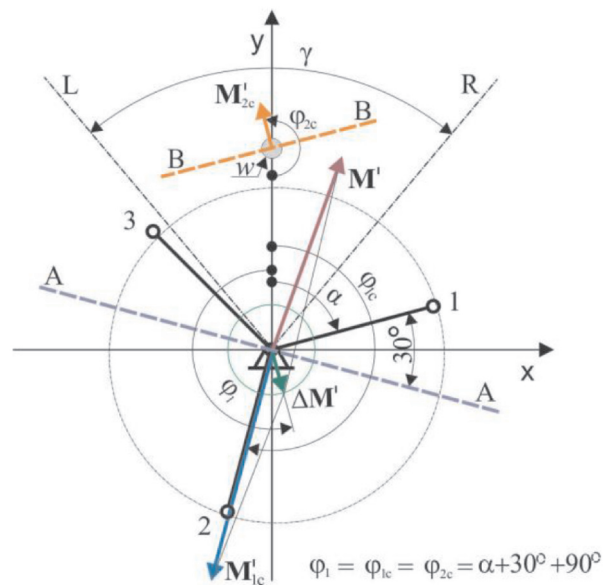


Fig. 11. Vector system of moments for  $\gamma = 80^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$

Rys. 11. Układ wektorów momentów dla  $\gamma = 80^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$

y-axis and then rotate in opposite directions. In this position of the crankshaft the resultant vector  $\mathbf{M}'$  coincides with the negative direction of x-axis. It is not difficult to notice that an additional balance shaft is unnecessary when the bank angle  $\gamma = 90^\circ$ . Then, according to equation (19),  $\Delta\mathbf{M}'$  is the zero-vector.

In Figure 12 a vector system of the moments is presented in the same position of the crankshaft  $\alpha = 75^\circ$  but for the bank angle  $\gamma \approx 120^\circ$ .

As mentioned above, in the case of the engines with the bank angle  $\gamma \in (90^\circ - 180^\circ)$ , the moment vector  $\mathbf{M}'$  reaches its maximum magnitude when the crankshaft position  $\alpha = 60^\circ$ , that is after rotation of the crankshaft by  $\alpha = 90^\circ$  in comparison with its position of the maximum moment for  $\gamma \in (0^\circ - 90^\circ)$ . Its direction in this position of the crankshaft, and also the direction of vectors  $\Delta\mathbf{M}'$ ,  $\mathbf{M}'_{1c}$ ,  $\mathbf{M}'_{2c}$  coincide with the positive direction of y-axis.

By the reasons of complexity of the engine block casting, the balancing shafts enabling complete balancing of the moment of the first-order inertia forces are not always applied. Then for balancing of this moment, in the degree resulting from relation (21), only the main counterweights are used. The projections of the vector of the resultant moment on the axes of the coordinate system, remaining after such balancing, can be described by the following equations:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\sqrt{3} \left[ \cos\gamma \cos(\alpha + 30^\circ) + 2\lambda \cos\frac{\gamma}{2} \cos\gamma \cos 2(\alpha - 15^\circ) \right] \\ M_y &= \sqrt{3} \left[ -\cos\gamma \sin(\alpha + 30^\circ) + 2\lambda \sin\frac{\gamma}{2} \sin\gamma \sin 2(\alpha - 15^\circ) \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

A graphical illustration of equation (22) is the plot shown in Figure 13.

The small caving in the curve of the moment for  $\gamma = 60^\circ$  is caused by the maximum moment of the second order inertia forces which, for this value of  $\gamma$ , reaches its minimum. The graph in Figure 13 shows that on account of balancing of the engine still the best bank angle is  $\gamma = 90^\circ$ . It follows from the comparison of the moment of inertia forces before and after balancing with the main counterweights, that the

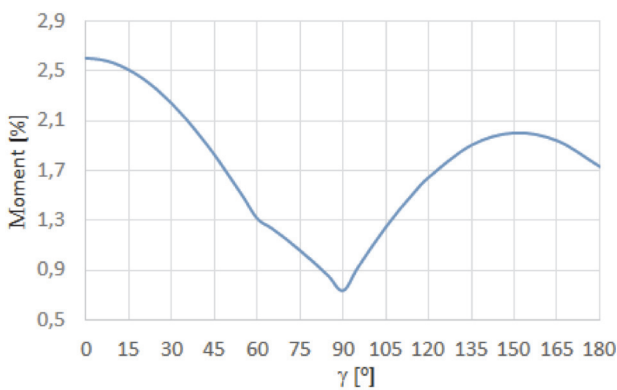


Fig. 13. A plot of the maximum moment of the inertia forces in the reciprocating motion after balancing by the main counterweights

Rys. 13. Przebieg momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym po wyrównoważeniu za pomocą przeciwmasy głównych

cylinderów  $\gamma = 90^\circ$ . Wówczas, jak wynika z zależności (19),  $\Delta\mathbf{M}'$  jest wektorem zerowym.

Na rysunku 12 przedstawiono układ wektorów momentów w tym samym położeniu wału korbowego  $\alpha = 75^\circ$ , ale dla kąta rozwidlenia cylindrów  $\gamma \approx 120^\circ$ .

Jak już wspomniano, w przypadku silników o kącie rozwidlenia cylindrów  $\gamma \in (90^\circ - 180^\circ)$  wektor momentu  $\mathbf{M}'$  osiąga maksymalną wartość w położeniu wału korbowego  $\alpha = 60^\circ$  czyli po obrocie wału korbowego o kąt  $\alpha = 90^\circ$  w stosunku do położenia maksymalnego momentu dla  $\gamma \in (0^\circ - 90^\circ)$ . Jego kierunek w tym położeniu wału korbowego, a także kierunki wektorów  $\Delta\mathbf{M}'$ ,  $\mathbf{M}'_{1c}$ ,  $\mathbf{M}'_{2c}$  pokrywają się z dodatnim kierunkiem osi y.

Ze względu na skomplikowanie odlewu kadłuba silnika nie zawsze stosuje się dodatkowe wałki umożliwiające

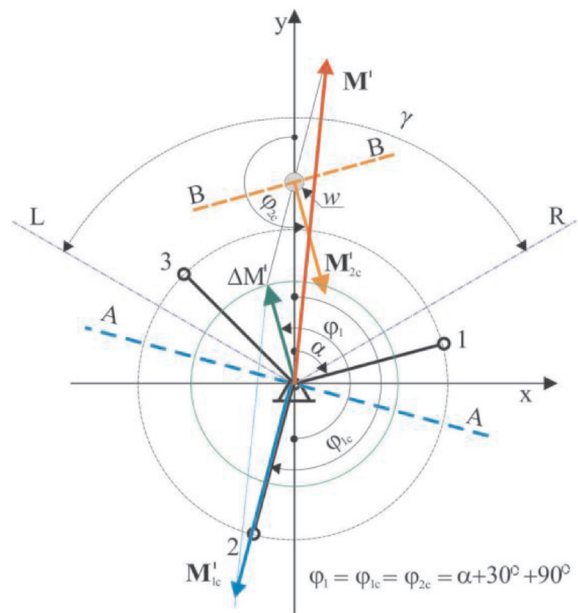


Fig. 12. Vector system of moments for  $\gamma = 120^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$

Rys. 12. Układ wektorów momentów dla  $\gamma = 120^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$

całkowite wyrównoważenia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu. Wówczas do wyrównoważenia tych momentów, w stopniu wynikającym z zależności (21), stosuje się tylko przeciwmasy główne. Rzuty wektora wypadkowego momentu na osie układu współrzędnych, powstałe po takim wyrównoważeniu, mogą być opisane zależnością (22).

Ilustracją graficzną zależności (22) jest wykres przedstawiony na rys. 13.

Lekkie załamanie krzywej momentu dla  $\gamma = 60^\circ$  jest spowodowane przebiegiem maksymalnego momentu od sił bezwładności drugiego rzędu, który dla tej wartości  $\gamma$  ma swoje minimum. Z analizy wykresu na rys. 13 wynika, że ze względu na wyrównoważenie silnika najlepszym kątem rozwidlenia cylindrów jest kąt  $\gamma = 90^\circ$ . Z porównania wartości momentu od sił bezwładności przed i po wyrównoważeniu za pomocą przeciwmasy głównej wynika, że różnice wartości momentu dla wszystkich konfiguracji



differences of the maximum moments of the inertia forces for all bank angles in comparison with the angle  $\gamma = 60^\circ$ , increased slightly.

### 5. Final remarks and conclusions

The mathematical relationships derived for the purposes of his paper enable the analysis of the moments of the inertia forces in the reciprocating motion of V6 engines with any bank angle equipped with common-pin crankshafts. The analysis shows that the worst balanced engines are those with the bank angle  $\gamma < 20^\circ$  and  $\gamma \in (146^\circ - 156^\circ)$ . Probably for this reason, no V6 engine has been produced within these ranges of the cylinder bank angle. If balancing quality of V6 engine obtained only by choosing the best bank angle is considered, then the smallest maximum moment of inertia in the reciprocating motion is obtained for the bank angle equal  $79.7^\circ$ ,  $80.9^\circ$ , and  $82.1^\circ$  and  $\lambda$  values 0.35, 0.3 and 0.25, respectively.

When using the magnitude of the resultant moment as a criterion, from among the two V6 engines the most commonly used, this is with the cylinder bank angle  $60^\circ$  and  $90^\circ$ , the better balanced is the one with  $90^\circ$  cylinder bank angle. Moreover, in the engines having such a cylinder bank angle the moment vector of the first-order inertia forces has a constant modulus and rotates together with the crankshaft. So it can be readily fully-balanced by two counterweights attached to the crankshaft. Regardless of the cylinder bank angle, in all V6 engines the moment of the first order inertia forces can be completely balanced as a result of using counterweights attached to the crankshaft and a balancing shaft rotating at a rotational speed  $\omega$  but in the opposite direction to the rotation of the crankshaft. Simple relationships for calculating the size of the main counterweights, as well as the ones on the balancing shaft, are given in this paper.

wałku korbowego w stosunku do wartości przy  $\gamma = 60^\circ$  nieznacznie wzrosły.

### 5. Uwagi końcowe i wnioski

Zależności matematyczne wyprowadzone dla celów niniejszej pracy umożliwiają analizę wyrównoważenia momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w silnikach V6 o dowolnej wartości kąta rozwidlenia, wyposażonych w tradycyjne wały korbowe. Z przeprowadzonej analizy wynika, że najgorzej wyrównoważonymi są silniki o kątach rozwidlenia  $\gamma < 20^\circ$  i  $\gamma \in (146^\circ - 156^\circ)$ . Zapewne z tego powodu nie budowano i nie buduje się silników V6 w tych zakresach kąta rozwidlenia cylindrów. Jeśli rozważana jest jakość wyrównoważenia silników V6, uzyskana wyłącznie dzięki doborowi najlepszemu kąta rozwidlenia cylindrów, to najmniejszy maksymalny moment od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym uzyskuje się dla kątów rozwidlenia wynoszących  $79,7^\circ$ ,  $80,9^\circ$  i  $82,1^\circ$  dla wartości parametru  $\lambda$  odpowiednio 0,35, 0,3 i 0,25. Przy takim kryterium, spośród dwóch silników V6 najczęściej stosowanych, czyli o kątach rozwidlenia  $60^\circ$  i  $90^\circ$ , lepiej wyrównoważonym jest silnik o  $\gamma = 90^\circ$ . Ponadto w silnikach o takim kącie rozwidlenia wektor momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu ma stały moduł i wiruje wraz z wałem korbowym. Można więc go łatwo wyrównoważyć całkowicie za pomocą dwóch przeciwmas związanych z wałem korbowym. Niezależnie od kąta rozwidlenia cylindrów we wszystkich silnikach V6 można całkowicie wyrównoważyć moment od sił bezwładności pierwszego rzędu w wyniku zastosowania przeciwmas na wale korbowym i wału wyrównowazającym obracającym się z prędkością obrotową  $\omega$  w stronę przeciwną do obrotu wału korbowego. W pracy podano proste zależności umożliwiające obliczenie wielkości przeciwmas głównych oraz na dodatkowym wału wyrównowazającym.

### Bibliography/Literatura

- [1] Nunney M.J.: Light and Heavy Vehicle Technology (2007, 4th ed.). Butterworth-Heinemann. Published by Elsevier Ltd.
- [2] Charles Fayette Taylor: The Internal Combustion Engines in Theory and Practice: vol. 2. Combustion, Fuels, Materials, Design – Revised Edition, MIT, 1985.
- [3] Douaud A.: Engines downsizing. <<http://www.michelinchallengebibendum.com/de/Loesungsansatze/Energie-und-Technologien/Engines-downsizing>>
- [4] 2014 Formula one Technical Regulations <[http://argent.fia.com/web/fia-public.nsf/EBD2ABC9403C5610C1257A85005017-D1/\\$FILE/2014\\_F1\\_TECHNICAL\\_REGULATIONS\\_-\\_Published\\_on\\_20.07.pdf](http://argent.fia.com/web/fia-public.nsf/EBD2ABC9403C5610C1257A85005017-D1/$FILE/2014_F1_TECHNICAL_REGULATIONS_-_Published_on_20.07.pdf)>
- [5] Geissinger J.M.: The Future Powertrain – Challenge between Internal Combustion Engine, 33rd International Viena Motor Symposium 26-27 April 2012.
- [6] Golloch R., Merker G.P.: Internal Combustion engines Downsizing, Fundamentals, State of the Art, Future Concepts. MTZ Worldwide, 2/2005.
- [7] Jędrzejowski J.: Mechanika układów korbowych silników samochodowych. WKiŁ. Warszawa 1972.
- [8] Kane J.: Torsional Output of Piston Engines. 2006 Advanced Engine Technology Conference: EPI, Inc.
- [9] Mosakowski R.: Uwagi na temat graficznej metody analizy wyrównoważenia wielocylindrowych silników rzędowych. Archiwum Motoryzacji 4/1999.
- [10] V-engine. [http://en.wikipedia.org/wiki/V6\\_engine](http://en.wikipedia.org/wiki/V6_engine).
- [11] Volkswagen's VR6 and W-engines <[http://www.autozine.org/technical\\_school/engine/tech\\_engine\\_packaging.htm](http://www.autozine.org/technical_school/engine/tech_engine_packaging.htm)>
- [12] Arakelian Vigen H., Smith M.R.: Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Mechanisms: A Historical Review with New Examples. Journal of Mechanical Design MARCH 2005, vol. 127/339.

Ryszard Mosakowski, DEng. – doctor in the Mechanical Engineering Faculty at Gdańsk University of Technology.

Dr inż Ryszard Mosakowski – adiunkt na Wydziale Mechanicznym Politechniki Gdańskiej.

e-mail: [rmosakow@sunrise.pg.gda.pl](mailto:rmosakow@sunrise.pg.gda.pl)

