

# Badania statyczne i dynamiczne struktur metamateriałowych



mgr inż.  
**TOMASZ CIBOROWSKI**  
Politechnika Gdańska  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
ORCID: 0009-0008-7354-1955



inż.  
**PAWEŁ WAŁDOWSKI**  
Politechnika Gdańska  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
ORCID: 0009-0003-1982-283X



mgr inż.  
**BŁAŻEJ WOŹNY**  
Politechnika Gdańska  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
ORCID: 0009-0005-1629-1230



**PAWEŁ BŁAŚ**  
Politechnika Gdańska  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
ORCID: 0009-0003-6302-7198

Metamateriały to materiały o nieklasycznych właściwościach mechanicznych. Mogą mieć ujemny współczynnik Poissona albo ujemną sztywność. Właściwości te można uzyskać, odpowiednio projektując geometrię wewnętrzną.

Metamateriały należą do grupy stosunkowo nowych rozwiązań, które zyskują coraz większe zainteresowanie w różnych dziedzinach nauki [1]. Pojęciem tym określa się materiały o nieklasycznych właściwościach mechanicznych, termicznych, optycznych czy elektromagnetycznych. Metamateriały tworzą charakterystyczny dział inżynierii materiałowej, w którym właściwości mechaniczne są określone głównie przez ich wewnętrzną strukturę, a nie tylko przez materiał, z którego są wykonane. Metamateriały mogą mieć ujemny współczynnik Poissona, co jest cechą materiałów aukseptycznych. Oznacza to, że w przypadku oddziaływań osiowych zachowują się inaczej niż typowe materiały izotropowe, na przykład w wyniku rozciągania rozszerzają się także w kierunku poprzecznym. Przynajmniej jednego kąta wklęsłego jest specyficzna geometria, na przykład typu re-entrant (rys. 1.) [2]. Określenie to oznacza występowanie w geometrii przynajmniej jednego kąta wklęsłego  $\alpha$ , tj. większego niż  $180^\circ$ .

Dzięki unikatowym właściwościom metamateriały dają wiele możliwości w projektowaniu i wytwarzaniu nowych struktur o specyficznych właściwościach i znajdują zastosowanie w medycynie [3], inżynierii biomedycznej [4], a także w inżynierii lądowej, gdzie są wykorzystywane do tłumienia drgań [5] oraz do tłumienia dźwięków, znajdując zastosowanie w projektowaniu akustycznym pomieszczeń [6].

## Procedura badawcza

Na pierwszym etapie prac badano numerycznie trzy różne struktury metamateriałowe o wymiarach  $39,8 \times 30 \times 30$  mm. Zaprojektowane segmenty charakteryzowały się jednakową grubością ścianki równą 0,6 mm oraz różnymi kątami wewnętrznymi w obrębie pojedynczej komórki:  $15^\circ$  (segment #1, rys. 2a),  $0^\circ$  (segment #2, rys. 2b) oraz  $-15^\circ$  (segment #3, rys. 2c). Ponadto w przypadku struktury #1 wykonano wariant o szerokości zredukowanej poprzez zmniejszenie liczby komórek (segment #1a) w celu zbadania wpływu tej zmiany na sztywność segmentu.

Obliczenia wykonano w środowisku Abaqus, odwierciedlając geometrię każdego segmentu (rys. 2.). Zastosowano model materiału jednorodnego, izotropowego, liniowo-sprężystego o następujących parametrach materiałowych (według opracowania [7]): moduł Younga  $E = 2,661$  GPa, współczynnik Poissona  $\nu = 0,35$  [-]. Model wykonano z elementów brytowych C3D8R o wymiarze globalnym 0,5 mm (Rys. 3a). Przeprowadzono analizę nieliniową odwierciedlającą próbę ściskania na kierunku pionowym (wzdłuż osi Y), zadając przemieszczenie o wartości 2 mm. Mierzono wartość reakcji pionowej (siły ściskającej) oraz przemieszczenia: pionowe (wzdłuż kierunku Y) w punkcie na środku górnej ścianki oraz poziome (wzdłuż kierunku X) w punktach w środku wysokości ścianek bocznych (rys. 3b).

Na drugim etapie przeprowadzono symulacje numeryczne dotyczące analizy modalnej belki z wewnętrznym segmentem metamateriałowym (B1). Założono, że belka miała wymiary  $190 \times 30 \times 28$  mm (rys. 4.) i została wytworzona z polilaktynu (PLA). Segment metamateriału miał wymiary  $40 \times 30 \times 28$  mm. Przyjęto grubość ścianek 0,6 mm oraz kąt wewnętrzny  $15^\circ$  (geometria wklęsła komórki). Lokalizację segmentu przyjęto w odległości 40 mm od prawego końca belki. Celem takiego usytuowania było sprawdzenie, jak osłabienie przekroju w takim miejscu wpływa na przebieg postaci drgań, ponieważ lokalizacja ta dla belki swobodnej pokrywa się w przybliżeniu z ekstremami dalszych postaci drgań belki pełnej oraz przyczynia się do powstania formy wspornika na końcu belki poprzez znaczną zmianę sztywności. Sporządzono także model porównawczy (B0) o identycznych wymiarach zewnętrznych i stałym, pełnym przekroju poprzecznym na całej długości (pozbawiony segmentu metamateriałowego).

Analiza modalna także została przeprowadzona w środowisku Abaqus. Przygotowano trójwymiarowe modele obydwu belek. Parametry materiałowe przyjęto identycznie jak w przypadku analizy wybranych segmentów. Modele wykonano z elementów brytowych C3D8R o wymiarze globalnym 0,5 mm (metamateriał) oraz 1,0 mm (przekrój pełny). Dyskretyzację (rys. 5.) przyjęto na podstawie wykonanej uprzednio analizy zbieżności. Dla

obu belek przeprowadzono analizę modalną, wyznaczając 15 pierwszych postaci drgań własnych belki swobodnej (bez wprowadzenia warunków brzegowych).

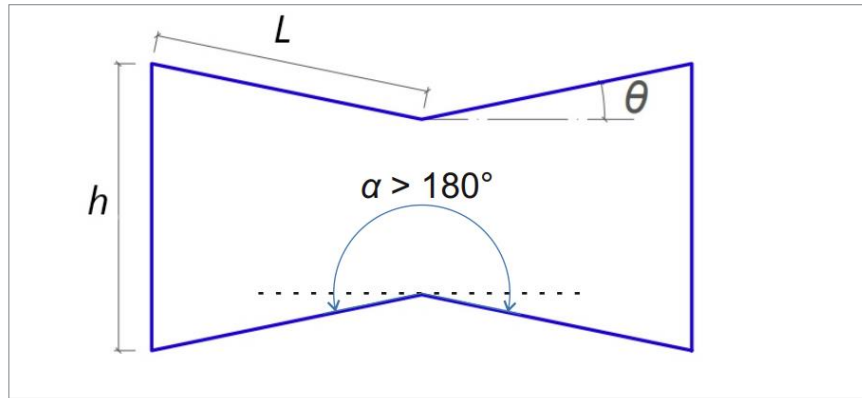
### Wyniki symulacji

#### Stacyczna próba ściskania

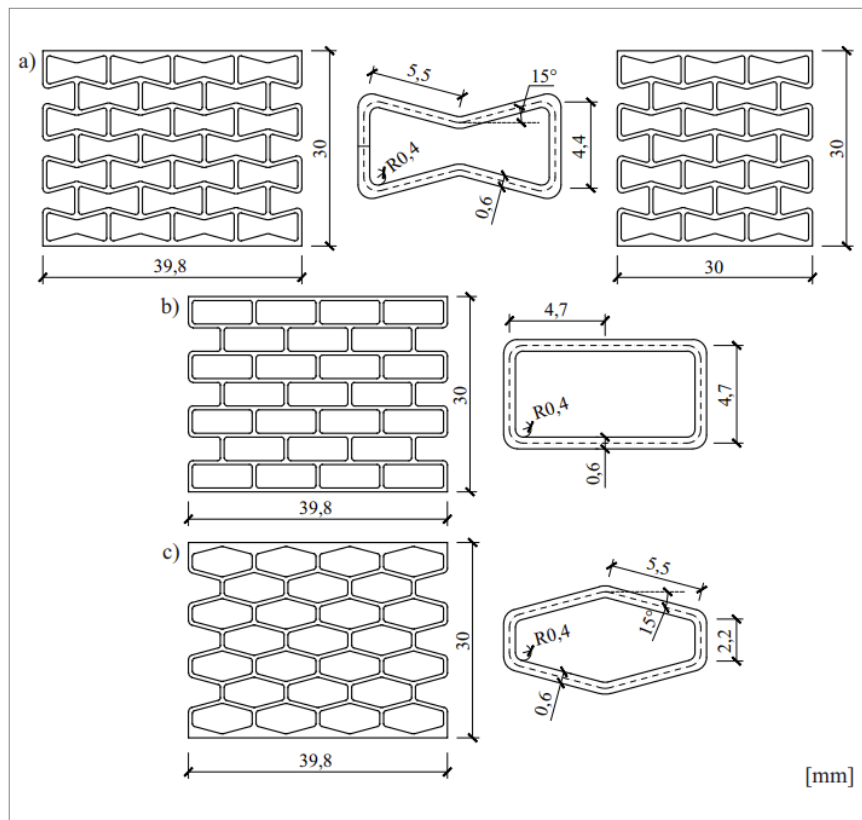
W pierwszej kolejności obserwowano przebieg odkształceń każdego z segmentów. Na rys. 6. zaprezentowane są deformacje segmentów #1–#3. Dla segmentu #3 o geometrii wypukłej stan przemieszczeń pokazano w skali skażonej – przemieszczenia wzdłuż kierunku poprzecznego zwiększono 2-krotnie, aby podkreślić charakter deformacji. Kształt deformacji jest zgodny z przewidywaniami oraz z literaturą [8, 9]. Pomimo symetrii geometrii struktur każda postać zdeformowana charakteryzuje się asymetrią wynikającą z asymetrii siatki elementów skończonych.

W celu wyznaczenia parametrów mechanicznych analizowanych struktur sporządzono wykresy pomierzonych wielkości. Zaprezentowane na rys. 7. zależności pomiędzy odkształceniem podłużnym a poprzecznym posłużyły do wyznaczenia zastępczego współczynnika Poissona  $\nu_m$ . Wykresy siły względem przemieszczenia pionowego (rys. 8.) umożliwiły określenie sztywności  $k_m$ , natomiast zastępczy moduł Younga  $E_m$  wyznaczono na podstawie zależności pomiędzy naprężeniem normalnym a odkształceniem podłużnym (rys. 9.). Dodatkowo pokazano zależność między siłą pionową (reakcją powstałą w wyniku ściskania) a odkształceniem poprzecznym (rys. 10.). Obliczenia przeprowadzono w zakresie liniowym każdego z wykresów. Wyniki obliczeń przedstawiono w tab. 1.

Wyniki obliczeń potwierdzają istotny wpływ kąta wewnętrznego na wartości zastępczych parametrów mechanicznych, w szczególności na współczynnik Poissona. Struktura #3 (o kącie ujemnym, geometria wypukła komórki) zachowuje się klasycznie – współczynnik Poissona jest dodatni. Segment #2 (o zerowym kącie wewnętrznym) charakteryzuje się współczynnikiem Poissona bliskim 0, natomiast struktury #1 i #1a (o kącie dodatnim, geometria wklęsła) ujawniają właściwości auksetyczne. Warto także zauważyć wpływ szerokości segmentu na współczynnik Poissona – dla struktury #1a (węższej) jego wartość jest bliższa zero niż w przypadku struktury #1 (szerszej). Ponadto segmenty #1–#3 wykazują dużo większą sztywność w stosunku do segmentu #1a, co oznacza, iż redukcja wymiarów prowadzi do istotnych zmian sztywności. Co więcej, struktura #3 ma najwyższą sztywność, co wynika z faktu, iż tworzą ją komórki w postaci figur wypukłych o kątach wewnętrznych powyżej 90°, powodując wzrost sztywności strukturalnej. Podobne wnioski można wysnuć, obserwując



Rys. 1. Geometria wewnętrzna pojedynczej komórki metamateriału auksetycznego ( $h$  – wysokość komórki,  $L$  – długość ramienia,  $\theta$  – kąt rozwarcia ramienia,  $\alpha$  – kąt wklęsły)



Rys. 2. Badane struktury metamateriału (widok z przodu oraz geometria pojedynczej komórki): a) #1, #1a (kąt 15°); b) #2 (kąt 0°); c) #3 (kąt -15°)

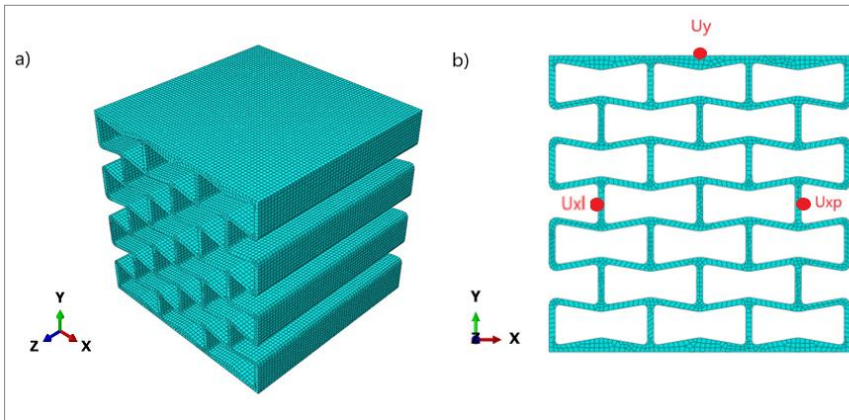
różnice pomiędzy wartościami zastępczego modułu sprężystości. Wobec tego należy stwierdzić, iż optymalizacja kształtu i wymiarów elementów metamateriałowych jest niezwykle istotna w celu uzyskania pożądanych właściwości mechanicznych.

### Analiza modalna belki z segmentem metamateriałowym

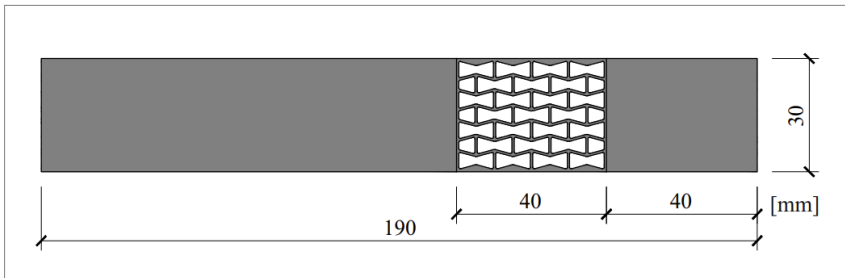
Analizując wyniki obu belek, stwierdzono, iż pierwszych sześć postaci drgań charakteryzuje się bardzo niskimi częstotliwościami, co jest typowe dla sztywnych ruchów ciała (jest to efekt przyjętego schematu statycznego). Miarodajne wyniki, odpowiadające rzeczywistym postaciom drgań i pozwalające

na określenie wpływu segmentu metamateriałowego na częstotliwości drgań własnych, uzyskano od 7. postaci. Analizie poddano trzy pierwsze postaci, według belki B0 (tab. 2.).

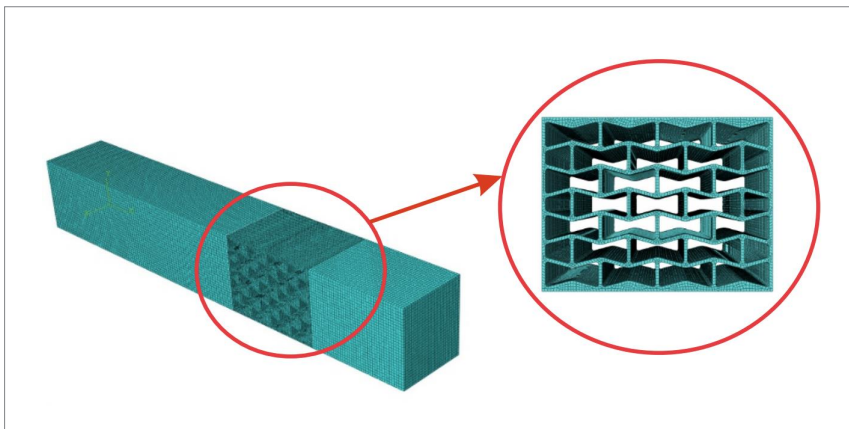
Wyniki wskazują bardzo istotny wpływ segmentu metamateriałowego na zachowanie dynamiczne belki. Belka B1 ma znacznie mniejszą sztywność niż B0, co wpływa na spadek częstotliwości drgań własnych (różnice sięgają 88%). Należy także zauważyć przeskok pomiędzy postaciami, tzn. zmianę ich kolejności. Wynika ona z faktu, iż segment metamateriałowy znacznie bardziej redukuje sztywność belki na kierunku pionowym niż boczny, stąd większy spadek częstotliwości jest związany z postacią pionową (88,6%) niż z poziomą (36,1%). W efekcie obie postaci



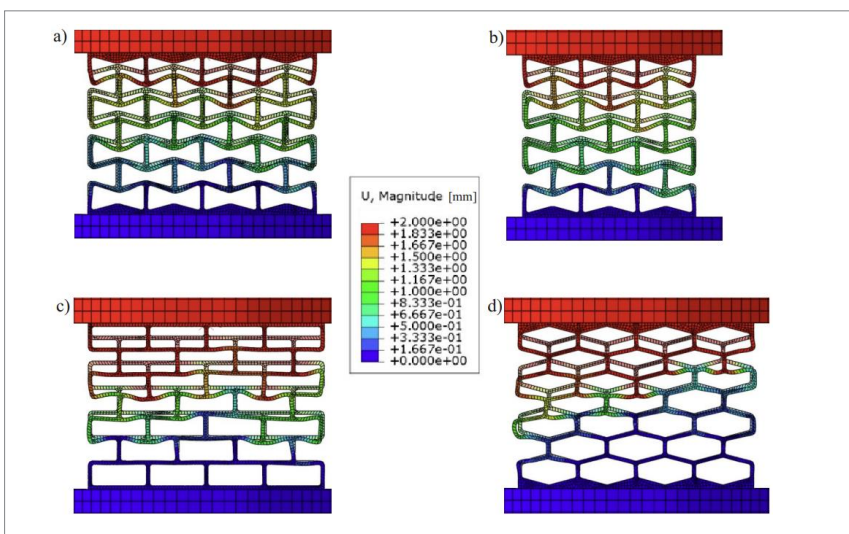
Rys. 3. Model MES segmentu metamateriałowego #1a: a) widok aksonometryczny; b) widok z boku z lokalizacją punktów pomiaru przemieszczeń



Rys. 4. Geometria analizowanej belki B1



Rys. 5. Przyjęta dyskretyzacja belki B1 w modelu numerycznym



Rys. 6. Deformacja segmentów poddanych ścisaniu: a) #1; b) #1a; c) #2; d) #3 (skala skażona)

zamieniają się kolejnością pomiędzy obiema belkami B0 i B1. Na rys. 11. zestawiono trzy pierwsze postaci drgań własnych. Kształt deformacji jest zbliżony w obu belkach z lokalnymi różnicami w obrębie segmentu metamateriałowego.

Należy także zauważyć, że w belce B1 występują dodatkowe postaci o charakterze lokalnym, wynikające z drgań samego segmentu metamateriałowego. Przykłady takich postaci zaprezentowano na rys. 12. Drgania lokalne mają znaczący wpływ na ogólne właściwości dynamiczne układu. Przyczyną ich występowania jest wewnętrzna geometria segmentu, powodująca lokalne koncentracje deformacji wywołane jego niską sztywnością. Co ważne, z perspektywy zastosowania metamateriałów w budownictwie zjawisko lokalnych drgań nie powstaje przy pierwszej częstotliwości drgań, a związana z nim postać ma częstotliwość znacząco (ponad czterokrotnie) większą od pierwszej.

### Podsumowanie i wnioski

Metamateriały dzięki swoim unikatowym właściwościom zyskują popularność w wielu dziedzinach inżynierii. Szczególną uwagę warto zwrócić na metamateriały auksetyczne, tj. mające ujemny współczynnik Poissona. Własność ta wynika z ich specyficznie zaprojektowanej geometrii wewnętrznej.

Zasadniczym celem badań była analiza struktur metamateriałowych w zakresie ich deformacji, wyznaczenie zastępczego współczynnika Poissona oraz zbadanie wpływu zastosowania takiej struktury jako segmentu belki na jej parametry dynamiczne.

Próba ścisania struktur metamateriału o różnicowanej geometrii pozwoliła na uzyskanie przewidywanych rezultatów. Struktury o kącie wklęsłym cechowały się ujemnym współczynnikiem Poissona – pod wpływem ścisania segment kurczył się także w kierunku poprzecznym. Warto jednak dodać, że segment #1 o większej szerokości wykazał prawie 1,5 raza większą wartość bezwzględną współczynnika (162%) od segmentu #1a. Dla kąta wypukłego zaobserwowano sytuację odwrotną, wyznaczony współczynnik był dodatni. Dla kąta zerowego wykazano zastępczy współczynnik Poissona o wartości dodatniej, jednak wartość ta była bliska 0 – jego wartość stanowiła zaledwie 0,8% wartości współczynnika dla segmentu o geometrii wypukłej. Geometria wewnętrzna miała także znaczny wpływ na wartości zastępczych modułów Younga i sztywności. Pod tym względem najlepszy okazał się segment #3 o ujemnych kątach wewnętrznych  $\theta$  – parametry materiałowe większe o 34% od segmentu zerowego, 56% od segmentu auksetycznego. Zwiększenie szerokości metamateriału o ujemnym współczynniku Poissona o ~25% spowodowało obniżenie sztywności aż o 50%.

Tab. 1. Zastępcze parametry segmentów metamateriałowych

Parametr (zastępczy)	Model	#1	#1a	#2	#3
Współczynnik Poissona $\nu_m$ [-]		-0,2779	-0,1707	0,0027	0,3530
Szytywność $k_m$ [N/mm]		13,667	6,892	15,971	21,355
Moduł Younga $E_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]		5,695	3,829	6,655	8,898

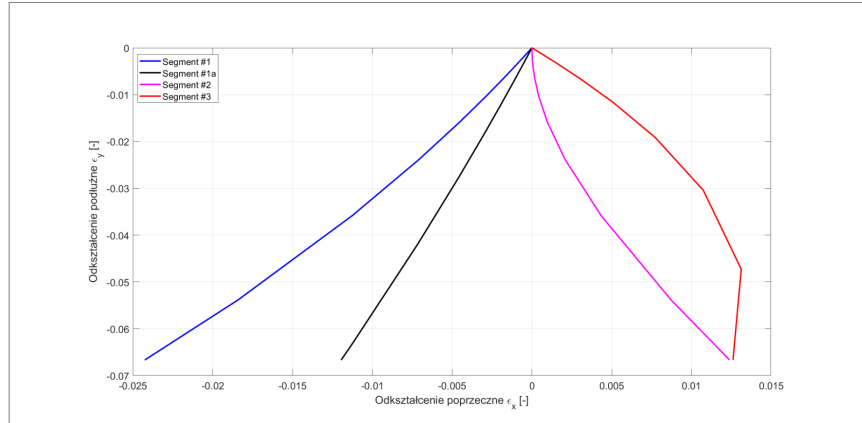
Przeprowadzono również numeryczną analizę modalną belki z segmentem metamateriałowym oraz belki pełnej. Wyniki wykazały, że obecność segmentu metamateriałowego powoduje bardzo istotny spadek we wszystkich częstotliwościach drgań własnych – najmniejsza zmiana wynosi 36,1%, i to dla pierwszej porównywalnej postaci drgań – giętej bocznej. Ponadto zaobserwowano zmianę kolejności pomiędzy poszczególnymi postaciami drgań. W belce z segmentem metamateriałowym zaobserwowano dodatkowe, lokalne postacie drgań mogące znacząco wpływać na zachowanie się całego układu, co świadczy o konieczności prowadzenia dalszych badań i optymalizacji geometrii segmentu. Należy jednak wspomnieć, że możliwość precyzyjnego sterowania właściwościami mechanicznymi metamateriału otwiera szerokie spektrum zastosowań w inżynierii lądowej. Warto także zwrócić uwagę na istotną zaletę metamateriałów, jaką jest istotna redukcja zużycia materiału, przekładająca się w praktyce na zmniejszenie kosztów.

**PODZIĘKOWANIA:**

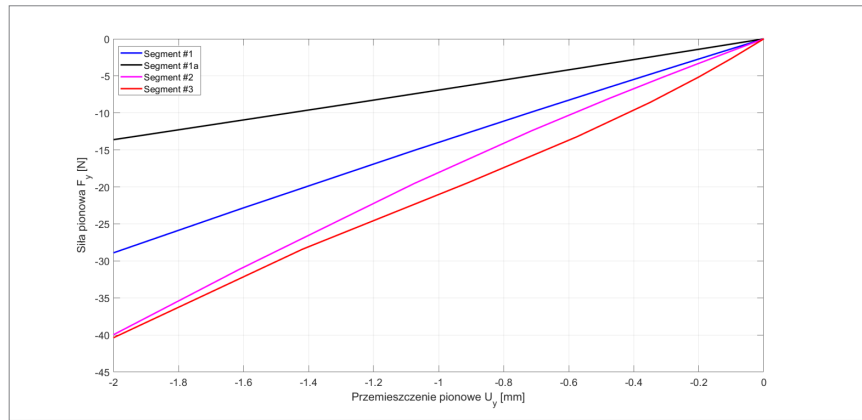
Prace wykonano w ramach projektu „Metamateriały mechaniczne wytwarzane w technologii druku 3D” realizowanego w programie IDUB RADIUM LEARNING THROUGH RESEARCH PROGRAMS (nr projektu:7/1/2023/IDUB/III.1a/Ra); kierownik projektu: prof. dr hab. inż. Magdalena Rucka. Obliczenia wykonano z wykorzystaniem komputerów Centrum Informatycznego Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej.

**BIBLIOGRAFIA**

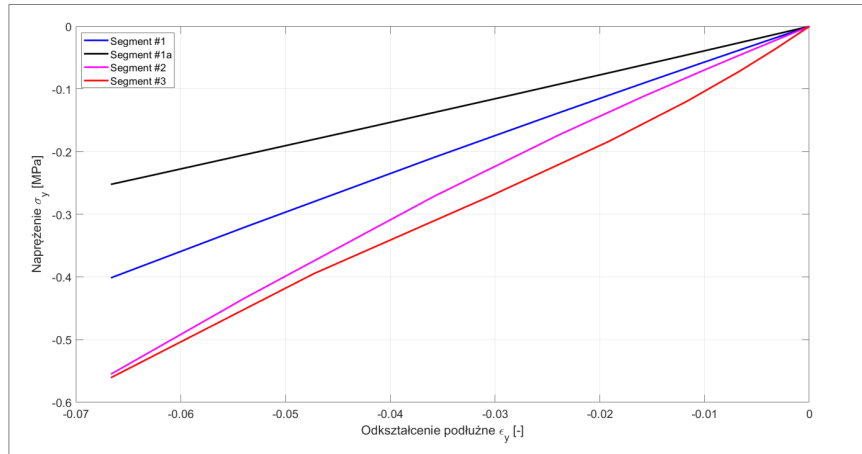
[1] A.A. Zandpoor, Mechanical meta-materials, Materials Horizons, 2016, 3, s. 371–381.  
 [2] I. Masłowska-Lipowicz, Ł. Wyrębska, B. Szatek, P. Olszewski, R. Gajewski, Materiały aukstetyczne – struktury, potencjalne zastosowanie, „Technologia i Jakość Wyrobów” 65, 2020, s. 116–124.  
 [3] E. Dogan, A. Bhusal, B. Cecen, A.K. Miri, 3D Printing metamaterials towards tissue engineering, „Applied Materials Today”, 20, 2020, 100752.  
 [4] H.M.A. Kolken, K. Lietaert, T. van der Sloten, B. Pournan, A. Meynen, G. Van Loock, H. Weinans, L. Scheys, A.A. Zadpoor, Mechanical performance of auxetic meta-biomaterials, „Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials”, 104, 2020, 103658.



Rys. 7. Wykres zależności odkształcenia podłużnego od odkształcenia poprzecznego



Rys. 8. Wykres zależności siły ściskającej od przemieszczenia pionowego



Rys. 9. Wykres zależności naprężenia normalnego od odkształcenia podłużnego

Tab. 2. Zestawienie częstotliwości drgań własnych belki pełnej (B0) i z segmentem metamateriałowym (B1)

Charakter postaci	Belka B0		Belka B1		Zmiana częstotliwości $\Delta f$
	Nr postaci	f [Hz]	Nr postaci	f [Hz]	
gięta, pozioma	7	1096,4	9	700,4	36,1%
gięta, pionowa	8	1179,0	7	134,0	88,6%
skrętna	9	2358,2	11	934,1	60,4%

[5] Dengbao X., Xia K., Ying Li, Wenwang Wu, Jiangren Lu, Guiping Z., Daining F., Insight into the negative Poisson's ratio effect of metallic auxetic reentrant honeycomb under dynamic compression, „Materials Science & Engineering A”, 763, 2019.

[6] W. Peng, M. Qianjin, W. Xiaoxiao, W. Li, X. Li, Z. Yuying, W. Shuxia, H. Yingzhou, W. Weijia, Acoustic absorbers at low frequency based on split-tube metamaterials, „Physics Letters A”, 383, 2019, s. 2361–2366.

[7] Sabik, A., Rucka, M., Andrzejewska, A., Wojtczak, E. (2022). Tensile failure study of 3D printed PLA using DIC technique and FEM analysis, „Mechanics of Materials”, 175.

[8] H.M.A. Kolken, S. Janbaz, S.M.A. Leeflang, K. Lietaert, H.H. Weinans, A.A. Zadpoor, Rationally designed meta-implants: a combination of auxetic and conventional meta-biomaterials, „Materials Horizons”, 2018, 5, 28.

[9] Xianglong Yu, Ji Zhou, Haiyi Liang, Zhengyi Jiang, Lingling Wu, Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review, „Progress in Materials Science”, 94, 2018, s. 114–173.

**DOI: 10.5604/01.3001.0054.8371**

**PRAWIDŁOWY SPOSÓB CYTOWANIA**  
 Ciborowski Tomasz, Wałdowski Paweł, Woźny Błażej, Btaś Paweł, 2024, Badania statyczne i dynamiczne struktur metamateriałowych, „Builder” 12 (329).  
 DOI: 10.5604/01.3001.0054.8371

**STRESZCZENIE:**

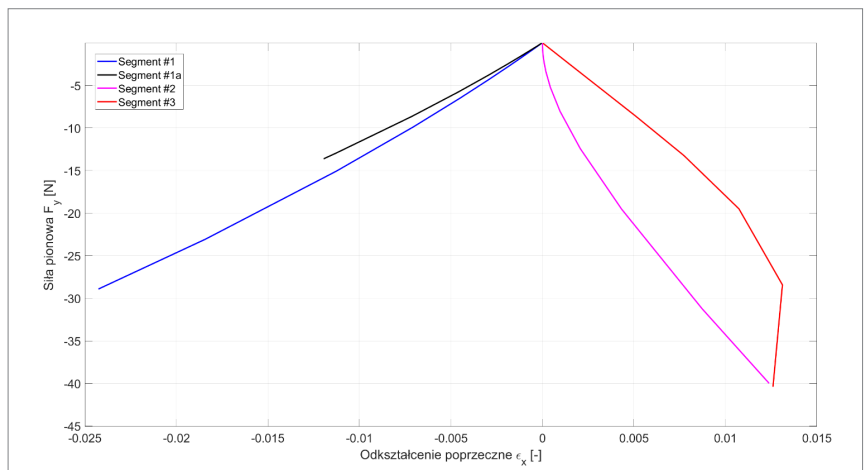
Metamateriały to nowoczesne materiały o nieklasycznych właściwościach mechanicznych, optycznych, termicznych i elektromagnetycznych, które zyskują na popularności w wielu dziedzinach inżynierii. W przeprowadzonych badaniach numerycznych analizowano trzy struktury metamateriałowe o różnych kątach wewnętrznych. Wyniki pokazały, że geometria struktury ma istotny wpływ na wartość zastępczych parametrów mechanicznych. Porównawcza analiza modalna belki z segmentem metamateriałowym oraz belki pełnej wykazała znaczny spadek częstotliwości drgań własnych wywołany redukcją sztywności w obrębie segmentu. Wyniki ujawniły także lokalne drgania w strukturze metamateriałowej, które mają istotny wpływ na zachowanie się konstrukcji, co podkreśla znaczenie dalszych badań w tej dziedzinie. Metamateriały mogą przyczynić się do postępu technologicznego w różnych gałęziach inżynierii.

**SŁOWA KLUCZOWE:**

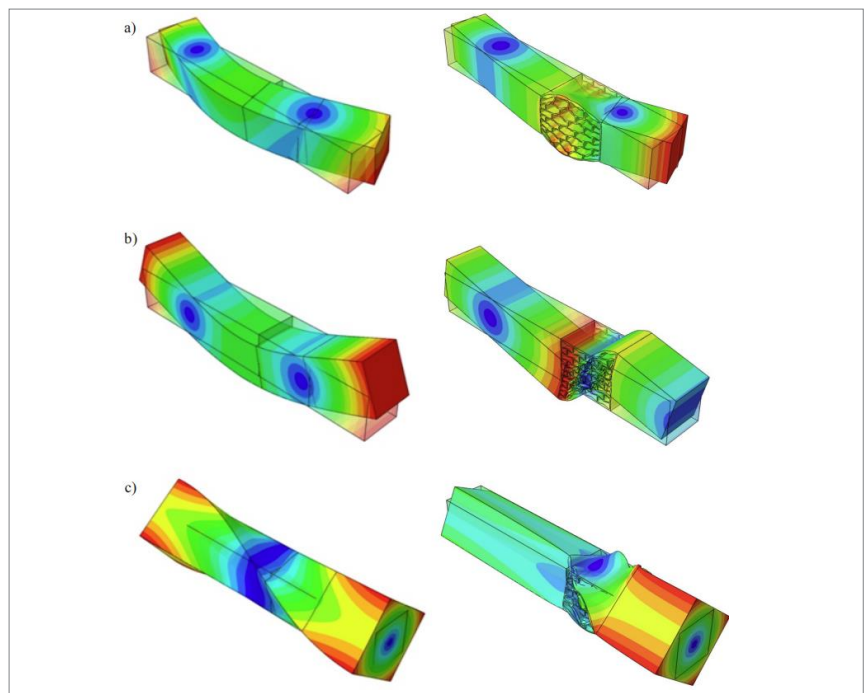
metamateriały, materiały auksetyczne, analiza modalna, współczynnik Poissona

**ABSTRACT:**

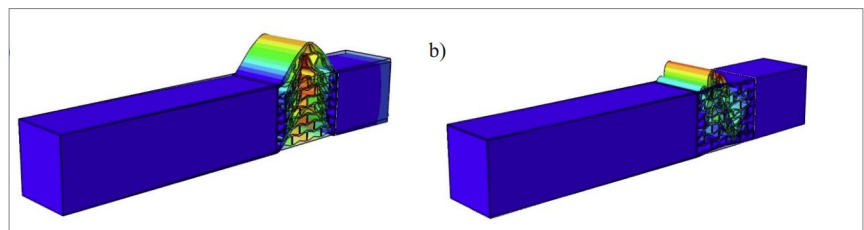
**STATIC AND DYNAMIC INVESTIGATIONS OF METAMATERIAL STRUCTURES.** Metamaterials are modern materials with non-classical mechanical, optical, thermal, and electromagnetic properties, gaining popularity in various fields of engineering. The conducted numerical studies analyzed metamaterial structures with different internal angles. The results showed that the geometry of structure significantly affect the values of mechanical parameters. A comparative modal analysis of a beam with a metamaterial segment and a solid beam showed a significant decrease in the natural frequencies of vibration resulting from the reduction of stiffness in the area of the segment. The results also revealed local vibra-



Rys. 10. Wykres zależności siły pionowej od odkształcenia poprzecznego



Rys. 11. Porównanie postaci drgań własnych belki B0 (lewa kolumna) i B1 (prawa kolumna): a) postać giętna pozioma; b) postać giętna pionowa, c) postać skrętna



Rys. 12. Przykładowe postaci drgań własnych belki B1 o charakterze lokalnym: a) postać 8. (586,7 Hz); b) postać 10. (792,4 Hz)

tions within the metamaterial segment, which have a significant impact on the behavior of the structure, highlighting the importance of further research in this area. Metamaterials could contribute to technological advancements in various branches of engineering.

**KEYWORDS:**

metamaterials, auxetic materials, modal analysis, Poisson's ratio