

LESZEK JARZĘBOWICZ, KRZYSZTOF KARWOWSKI\*

## BEZCZUJNIKOWE STEROWANIE TRAKCYJNYM SILNIKIEM IPMSM MAŁEJ MOCY

---

### SENSORLESS CONTROL OF LOW-POWER TRACTION IPMSM MOTOR

---

#### Streszczenie

Przedstawiono metody odtwarzania położenia kąтового wirnika w silniku synchronicznym z magnesami trwałymi zagłębionymi w wirniku (IPMSM). Omówione algorytmy estymacji położenia opierają się na analizie wartości pochodnych prądów fazowych silnika związanych z modulacją napięć realizowaną przez falownik tranzystorowy. W artykule przedstawiono ideę, założenia oraz równania matematyczne proponowanych estymatorów. Zaprezentowano i omówiono przykładowe wyniki eksperymentalne.

*Słowa kluczowe: silnik synchroniczny z magnesami trwałymi, napęd elektryczny, estymacja położenia kąтового wirnika, sterowanie bezczujnikowe*

#### Abstract

This paper describes an algorithm for estimation of IPMSM angular rotor position. The algorithm uses derivatives of motor phase currents resulting from PWM modulation to obtain the rotor position. Control of the IPMSM electromagnetic torque requires a precise estimation of the rotor angular position throughout the wide speed range. This involves using a set of estimation methods switched with the dependence on the actual rotor speed. The three proposed estimation algorithms are characterized by simple mathematical equations. Estimation results are obtained at one or few PWM periods, depending on the method. However implementation of the proposed estimators involves specific and complex algorithm to measure the motor phase currents. The measurement must be performed more frequently than in standard drive (containing mechanical transducer), also the moments of the measurement must be correlated with inverter transistors switching times. Development and parameters adjustment of measurement algorithm are key issues in the implementation of sensorless drive. Estimator basics and mathematical equations are presented and discussed. Laboratory test results are given and commented.

*Keywords: permanent magnet synchronous motor, electric drive, rotor angular position estimation, sensorless control*

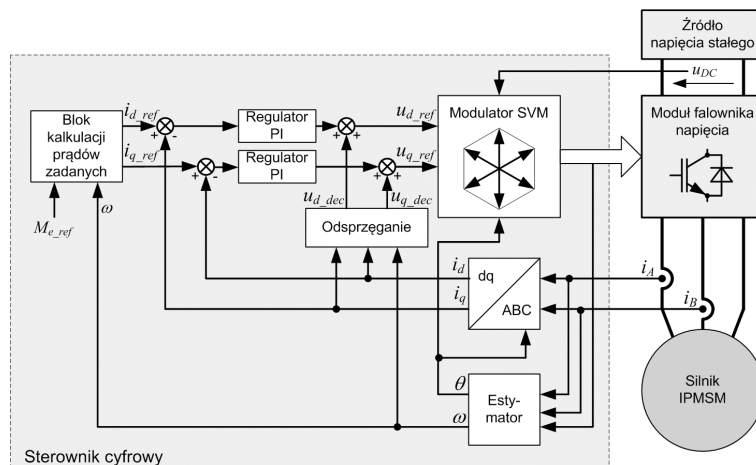
---

\* Dr inż. Leszek Jarzębowicz, dr hab. inż. Krzysztof Karwowski, prof. PG, Katedra Inżynierii Elektrycznej Transportu, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Politechnika Gdańska.

## 1. Wstęp

W trakcyjnych układach napędowych wzrasta liczba zastosowań silników elektrycznych z wysokoenergetycznymi magnesami trwałymi, a wśród nich silników synchronicznych z sinusoidalnym rozkładem pola magnetycznego w szczelinie powietrznej (*Permanent Magnet Synchronous Motors*, PMSM). Do napędu pojazdów częściej stosowane są silniki PMSM wykazujące asymetrię magnetyczną wirnika. Są to konstrukcje z magnesami zagłębionymi w wirniku (*Interior PMSM*, IPMSM). Silniki takie, w porównaniu z silnikami z magnesami przyklejonymi na powierzchni wirnika (*Surface PMSM*, SPMSM), są nieco droższe, lecz sprawniejsze. Wynika to z możliwości wykorzystania tzw. momentu reluktancyjnego oraz mniejszych wartości prądu potrzebnych do osłabienia pola magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych do uzyskania wyższych prędkości.

Obecny stan rozwoju technik sterowania układów napędowych znacznie wykracza poza klasyczne algorytmy regulacji. Rozwijane są m.in. metody estymacji niektórych parametrów fizycznych, wykorzystywanych przez algorytm sterowania silnikiem, pozwalające zmniejszyć liczbę przetworników pomiarowych występujących w układzie sterowania. Najczęściej dąży się do eliminacji przetwornika położenia i prędkości kątowej wirnika [5, 10]. Układy napędowe pozbawione takiego przetwornika nazywa się bezczujnikowymi (*Sensorless*). W napędach małej mocy rezygnacja z przetwornika wielkości mechanicznych zmniejsza koszt realizacji i rozmiary układu sterowania. Powstają także specjalne konstrukcje silników przeznaczone do napędu bezpośredniego, gdzie zastosowanie konwencjonalnego przetwornika mechanicznego jest kłopotliwe. W napędach bezczujnikowych położenie i prędkość kątowa silnika, których wartości wykorzystywane są przez algorytm regulacji momentu silnika, obliczane są za pomocą estymatorów. Wartości mechaniczne odtwarzane są w wyniku analizy przebiegów określonych wielkości elektrycznych. Schemat blokowy rozważanego układu napędowego przedstawiono na rys. 1.



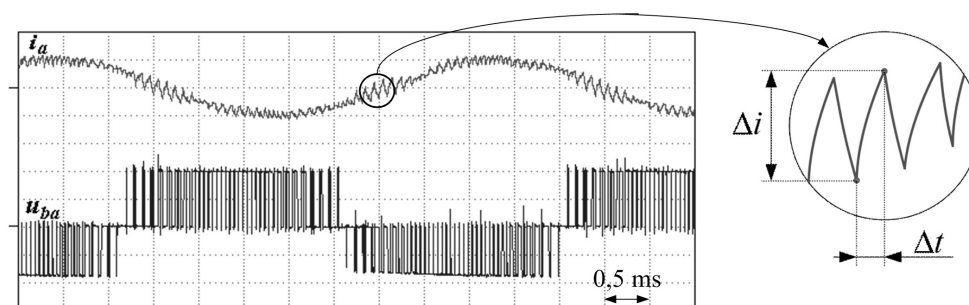
Rys. 1. Schemat blokowy bezczujnikowego układu napędowego z silnikiem IPMSM wykorzystującego metodę sterowania momentem FOC (*Field Oriented Control*)

Fig. 1. Diagram of FOC-controlled sensorless IPMSM drive

Napędy trakcyjne charakteryzują się specyficznymi warunkami pracy, m.in. należy zapewnić: duży moment rozruchowy – już od prędkości zerowej, szeroki zakres regulacji prędkości i momentu z możliwością przeciążania silnika, hamowanie odzyskowe. Reżimy pracy napędu zmieniają się znacznie pod wpływem różnych czynników, przy dużych zmianach napięcia zasilającego. Metodoms sterowania napędów trakcyjnych stawia się wysokie wymagania, szczególnie trudne do spełnienia w układach bezczujnikowych.

## 2. Metoda estymacji położenia kąowego wirnika

Zastosowana metoda estymacji położenia kąowego wirnika opiera się na analizie szybkości zmian prądów w wybranych podokresach modulacji napięcia wyjściowego falownika (*current ripples, current derivatives, PWM transients*) [5–9]. Silniki PMSM odznaczają się małymi wartościami indukcyjności stojana. W konsekwencji pulsacje prądów wywołane modulacją napięcia zasilającego silnik są znaczne, a więc stosunkowo łatwo mierzalne (rys. 2).



Rys. 2. Oscylogram napięcia przewodowego  $u_{ba}$  oraz prądu fazowego  $i_a$  silnika IPMSM typu RTMds26-06 zasilanego z falownika przy częstotliwości modulacji napięcia  $f_{mod} \cong 10$  kHz

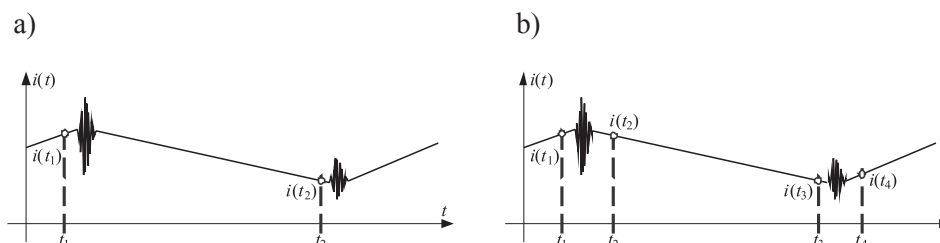
Fig. 2. Oscilloscope-acquired waveforms of RTMds26-06 type IPMSM phase current  $i_a$  (10 A/div) and line-to-line voltage  $u_{ba}$  (110 V/div) at modulation frequency  $f_{mod} = 10$  kHz

Szybkości zmian prądów fazowych wyznaczone są dla wybranych podokresów modulacji napięcia falownika. Zakłada się, że napięcia wyjściowe falownika są stałe w analizowanym czasie, zawierającym się w podokresie modulacji. Prądy fazowe zmieniają się wykładniczo, ale czas trwania podokresu jest krótki w porównaniu ze stałą czasową obwodu. Pozwala to przyjąć uproszczenie, że prąd zmienia się liniowo [5], tj.

$$\frac{di}{dt} \cong \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (1)$$

W związku z tym, aby określić szybkość zmian prądu w danym podokresie wystarczą dwie wartości zmierzone w znanym odstępście czasu. Uwzględniając powyższe założenia, pojęcie szybkości zmian prądu jest tożsame z pochodną prądu.

Istnieją różne metody wyznaczania chwil pomiaru wartości prądów fazowych silnika [4, 5]. Zapamiętanie wartości prądów przez przetworniki próbkująco-pamiętające może następować bezpośrednio przed każdą zmianą podokresu modulacji napięcia falownika (rys. 3a) [8].



Rys. 3. Sposoby pomiaru prądu mające na celu wyznaczenie pochodnych prądu: a) pomiar przed komutacją tranzystorów falownika, b) pomiar przed oraz po komutacji tranzystorów falownika

Fig. 3. Current sampling strategies for determination of current derivatives: a) sampling before transistor switching, a) sampling before and after transistor switching

Pomiar odbywa się przed wystąpieniem zaburzenia komutacyjnego w przebiegu prądu. W czasie trwającym pomiędzy pomiarami, według których określa się przyrost prądu w danym podokresie, występują komutacje tranzystorów falownika – górnego i dolnego. Zaburzenie to negatywnie wpływa na dokładność wyznaczonych pochodnych prądów. Z tego względu zaproponowano próbkowanie prądów zarówno przed, jak i po komutacji związanej ze zmianą podokresu modulacji (rys. 3b) [7]. Komplikuje to jednak algorytm pomiarowy – zwłaszcza podczas wyznaczania pochodnych prądów dla krótkich podokresów.

Na szybkość zmian prądów fazowych wpływa wiele czynników, tj.: stałe czasowe obwodu stojana, siła elektromotoryczna, wartości prądów i napięć stojana silnika, prędkość kątowna wirnika. Estymacja położenia poprzez rozwiązanie standardowych równań silnika jest niemożliwa ze względu na zbyt dużą liczbę niewiadomych. Model silnika jest zatem znacznie uproszczony. Najczęściej pomija się wpływ spadków na rezystancji uzwojeń stojana oraz zakłada stałą wartość napięcia w podokresie modulacji

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (-R_s i_d + L_q p \omega_m i_q + u_d) \cong \frac{1}{L_d} (L_q p \omega_m i_q + U_d) \quad (2)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (-R_s i_q - L_d p \omega_m i_d - p \omega_m \psi_f + u_q) \cong \frac{1}{L_q} (-L_d p \omega_m i_d - p \omega_m \psi_f + U_q) \quad (3)$$

gdzie:

- $i_d, i_q, u_d, u_q, U_d, U_q, L_d, L_q$  – odpowiednio: prądy, napięcia (wartości chwilowe i stałe) i indukcyjności stojana wyrażone w układzie współrzędnych  $dq$ ,
- $\psi_f$  – strumień od magnesów trwałych w wirniku,
- $R_s$  – rezystancja uzwojeń stojana,
- $\omega_m$  – prędkość kątowna wirnika,
- $p$  – liczba par biegunów.



Położenie wirnika może zostać określone dwoma sposobami – poprzez wyznaczenie kierunku wektora siły elektromotorycznej lub poprzez wyznaczenie kierunku odpowiadającego najmniejszej indukcyjności stojana. Estymacja polega na wyodrębnieniu wpływu określonego czynnika – siły elektromotorycznej lub indukcyjności – na wartości pochodnych prądów fazowych silnika. Prędkość kątowna wirnika odtwarzana jest poprzez analizę przebiegu estymowanego położenia kątownego.

### 3. Procedury matematyczne estymacji

Przy rozruchu od prędkości zerowej estymacja siły elektromotorycznej nie daje miarodajnych rezultatów, zaś na podstawie indukcyjności stojana można wyznaczyć położenie tylko w zakresie połowy obrotu w sensie elektrycznym (nie można określić biegunowości magnesów trwałych). W związku z tym konieczne jest zastosowanie odpowiedniej metody startowej. Procedura startowa będzie realizowana przez sterownik jednokrotnie, po uruchomieniu napędu, aby rozpoznać zwrot wektora pola magnetycznego magnesów. Metoda ta bazuje na zjawisku nasycenia obwodu magnetycznego silnika.

Poza metodą startową, przedstawioną w [3, 5], zaproponowano dwie procedury odtwarzania położenia kątownego. Pierwsza z nich bazuje na wyznaczeniu argumentu wektora reprezentującego siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniach stojana. Ze względu na błędy pomiaru podejście takie daje miarodajne estymaty w zakresie średnich i dużych prędkości, gdy siła elektromotoryczna osiąga odpowiednio duże wartości. Dla małych prędkości kątowych oraz wirnika zatrzymanego przewidziano metodę estymacji polegającą na odnajdywaniu kierunku odpowiadającego najmniejszej indukcyjności uzwojeń stojana.

Procedura zaproponowana dla średnich i dużych prędkości wykorzystuje, jako wielkości wejściowe, szybkości zmian prądów silnika  $di_{\alpha 0}/dt$ ,  $di_{\beta 0}/dt$  określone podczas realizacji tzw. wektorów zerowych napięcia na wyjściu falownika [1, 2, 4, 5]. Odtwarzane położenie kątowne  $\theta_E$  oblicza się z poniższego wzoru

$$\theta_E = \left( \frac{di_{\alpha 0}}{dt} / \left( \frac{di_{\beta 0}}{dt} \right) \right) \theta_E \arctg \left( \frac{di_{\alpha 0}}{dt} / \left( -\frac{di_{\beta 0}}{dt} \right) \right) \quad (4)$$

Wartości pochodnych prądów  $di_{\alpha 0}/dt$ ,  $di_{\beta 0}/dt$  wyrażono w ortogonalnym stacjonarnym układzie  $\alpha\beta$ , w którym oś  $\alpha$  pokrywa się z osią A układu trójfazowego ABC. Wykorzystanie dwuargumentowej funkcji  $\arctg$  pozwala na jednoznaczne wyznaczenie położenia w zakresie pełnego obrotu elektrycznego. W realizacji praktycznej opisywana procedura związana jest z ograniczeniem maksymalnej wartości napięcia wyjściowego falownika (uśrednionego za okres modulacji), ponieważ konieczne jest występowanie podokresów związanych z realizacją wektorów zerowych o czasie trwania wystarczającym do wyznaczenia wielkości wejściowych procedury. Wzór (2) zakłada jednakowe indukcyjności w osiach podłużnej i poprzecznej silnika. Dla silnika IPMSM obliczenia obarczone są błędem, który jest jednak stosunkowo niewielki dla silników o małej asymetrii, co potwierdzają badania symulacyjne oraz eksperymentalne [1, 5]. Wzór (2) jest poprawny dla dodatnich prędkości kątowych. W przypadku prędkości o przeciwnym znaku należy wynik skorygować o wartość  $\pi$ . Opis-

wana procedura przeznaczona jest dla średnich i dużych prędkości kątowych wirnika, znak prędkości jest wtedy jednoznacznie rozpoznany.

Dla małych prędkości kątowych oraz wirnika zatrzymanego położenie kątowe oblicza się na podstawie szybkości zmian prądu  $di_{\alpha 1}/dt$ ,  $di_{\beta 1}/dt$ ,  $di_{\alpha 3}/dt$ ,  $di_{\beta 3}/dt$ ,  $di_{\alpha 5}/dt$ ,  $di_{\beta 5}/dt$  wyznaczonych podczas generacji trzech wektorów aktywnych:  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_3$ ,  $\underline{V}_5$ , których kierunki i zwroty odpowiadają osiom układu współrzędnych ABC. Do obliczeń wykorzystuje się także pochodne  $di_{\alpha 0}/dt$ ,  $di_{\beta 0}/dt$  wyznaczone podczas realizacji wektora zerowego  $\underline{V}_0$ . Standardowa metoda modulacji nie zapewnia generacji sekwencji napięciowych pozwalających na pomiar szybkości zmian prądu we wspomnianych warunkach. Należy to zapewnić przez odpowiednią cykliczną modyfikację wartości wejściowych modulatora [5].

Obliczane są wartości  $s_1$ ,  $s_3$ ,  $s_5$  wyrażające szybkości zmian prądu wywołane trzema niezerowymi wektorami  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_3$ ,  $\underline{V}_5$  napięć stojana

$$s_1 = \sqrt{\left(\frac{di_{\alpha 1}}{dt} - \frac{di_{\alpha 0}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{di_{\beta 1}}{dt} - \frac{di_{\beta 0}}{dt}\right)^2} \quad (5)$$

$$s_3 = \sqrt{\left(\frac{di_{\alpha 3}}{dt} - \frac{di_{\alpha 0}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{di_{\beta 3}}{dt} - \frac{di_{\beta 0}}{dt}\right)^2} \quad (6)$$

$$s_5 = \sqrt{\left(\frac{di_{\alpha 5}}{dt} - \frac{di_{\alpha 0}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{di_{\beta 5}}{dt} - \frac{di_{\beta 0}}{dt}\right)^2} \quad (7)$$

Następnie wyznaczany jest wektor reprezentujący różnicę w szybkościach zmian prądów odpowiadających wymuszeniom napięciowym opisanym trzema wektorami aktywnymi. Składowe tego wektora obliczane są ze wzorów

$$s_\alpha = s_1 - (s_3 + s_5) \cdot \sin 30^\circ \quad (8)$$

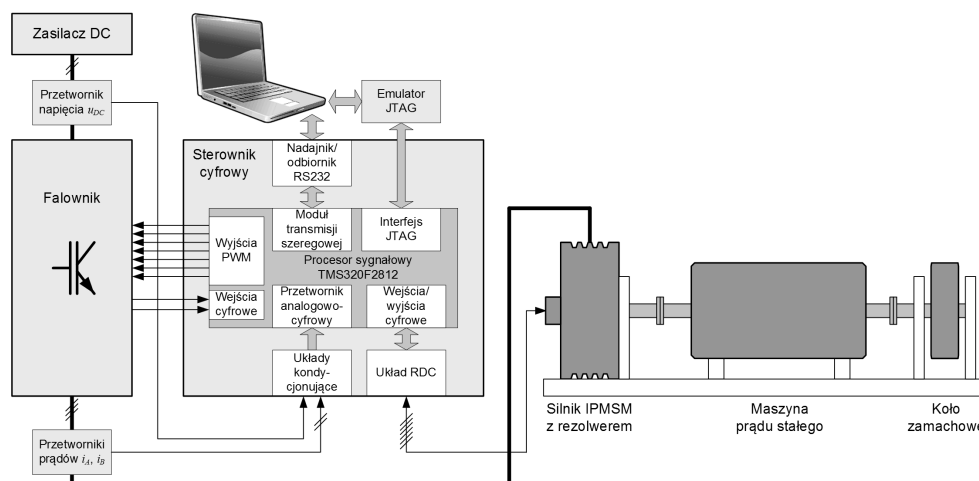
$$s_\beta = (s_3 - s_5) \cdot \sin 60^\circ \quad (9)$$

Położenie kątowe, obejmujące zakresem połowę obrotu elektrycznego, wyznaczane jest jako kierunek odpowiadający najmniejszej szybkości zmian prądu, a więc kierunek prostopadły do wektora  $\underline{s} = s_\alpha + \mathbf{j}s_\beta$

$$2\theta_L = \arctg(s_\alpha/(-s_\beta)) \quad (10)$$

#### 4. Stanowisko badawcze

Schemat blokowy stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Schemat blokowy układu eksperymentalnego

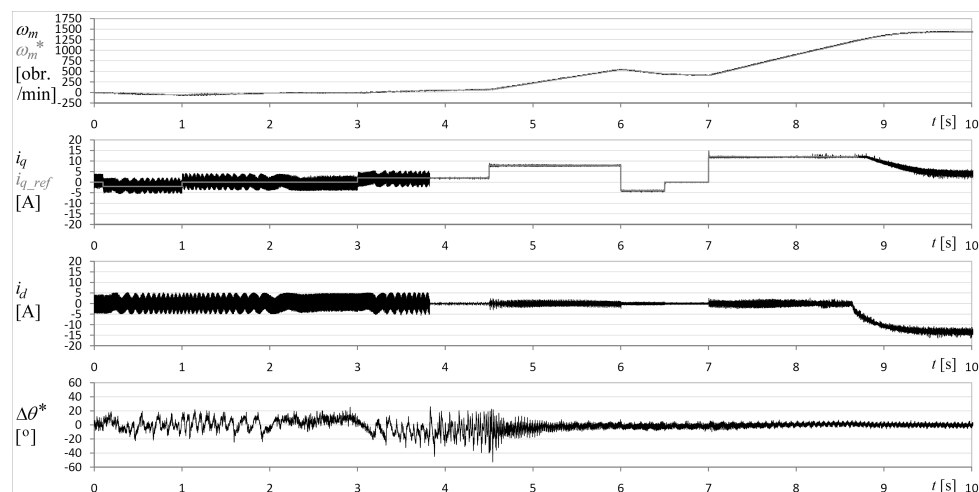
Fig. 4. Diagram of experimental test bench

Stanowisko zawiera 18-biegunowy silnik IPMSM o prototypowej konstrukcji. Wartości znamionowe mocy, momentu i prądu silnika wynoszą odpowiednio:  $P_n \cong 16$  kW,  $T_n = 45$  Nm,  $I_n = 30,5$  A. Współczynnik asymetrii magnetycznej jest niewielki, wynosi  $L_q/L_d \cong 1,2$ . Obciążenie mechaniczne silnika IPMSM stanowi napęd prądu stałego sterowany za pośrednictwem przekształtnika czterokwadrantowego. Sterownik cyfrowy zbudowano, opierając się na 32-bitowym procesorze sygnałowym TMS320F2812 firmy Texas Instruments.

#### 5. Wyniki badań

Przeprowadzono weryfikację pracy napędu w trybie bezczujnikowym, w którym algorytm sterowania silnikiem wykorzystuje odtworzone wartości położenia  $\theta^*$  i prędkości kątowej  $\omega_m^*$ . Przykładowe wyniki rejestracji dla przebiegu prądu zadanego  $i_{q\_ref}$  charakteryzującego się gwałtownymi zmianami przedstawiono na rys. 5.





Rys. 5. Przebiegi zmiennych programu sterowania – bezczujnikowa praca napędu w szerokim zakresie prędkości (opis w tekście)

Fig. 5. Waveform of controller software variables – sensorless drive operation (description in text)

Cykl pracy napędu, którego dotyczy rys. 5, zawiera następujące fazy ruchu: rozruch ze stosunkowo małym momentem elektromagnetycznym – wybieg do uzyskania prędkości zerowej – rozruch w przeciwnym kierunku: najpierw z małym, następnie z dużym momentem – hamowanie – wybieg – rozruch z dużym momentem, aż do przejścia do strefy odzwzbudzenia silnika. Odtwarzana prędkość kątowna wirnika  $\omega_m^*$  dobrze odzwierciedla zmienność wielkości  $\omega_m$  obliczanej na podstawie sygnału z przetwornika wielkości mechanicznych (przebiegi  $\omega_m^*$  i  $\omega_m$  pokrywają się). Duże pulsacje prądów  $i_d$  i  $i_q$  w początkowej fazie przebiegów (do ok. 4 s) związane są z cykliczną generacją wektorów aktywnych napięcia falownika:  $\underline{V}_1, \underline{V}_3, \underline{V}_5$ , co jest wymagane przez algorytm przeznaczony dla małych prędkości wirnika. Błędy estymacji położenia mieszczą się w zakresie  $|\Delta\theta^*| < 45^\circ$  dla prędkości  $|\omega_m| < 150$  obr./min. Dla wyższych prędkości błąd zawiera się w zakresie  $|\Delta\theta^*| < 10^\circ$ . Napęd pracuje stabilnie. Wartość progową prędkości kątownej, przy której następuje przełączenie metody estymacji, dobrano tak, aby błędy estymacji dla obu algorytmów były zbliżone.

## 6. Podsumowanie

Opracowano bezczujnikowy układ napędowy z silnikiem IPMSM, w którym estymacja wielkości mechanicznych jest realizowana przez analizę pochodnych prądów fazowych silnika związanych z modulacją napięcia wyjściowego falownika. Zaproponowane estymatory położenia kątownego wirnika poddano badaniom eksperymentalnym. Przedstawiono pracę napędu w trybie bezczujnikowym, w którym algorytm regulacji momentu elektromagnetycznego silnika korzysta z odtwarzanych wartości położenia i prędkości wirnika.

Podczas opracowywania oraz badań metod estymacji uwzględniono przeznaczenie rozważanego układu napędowego do zastosowań trakcyjnych. Wykonano próby w szerokim zakresie



prędkości kątowych wirnika, także w strefie odzwudzenia silnika. Uwzględniono konieczność realizacji rozruchu z dużym początkowym momentem obciążenia. Przebadano układ przy pracy w trybie hamowania odzyskowego oraz zmiany kierunku obrotów wirnika.

Regulacja momentu elektromagnetycznego trakcyjnego silnika IPMSM wymaga dokładnej estymacji położenia w całym zakresie osiąganych prędkości. Wiąże się to z zastosowaniem zestawu metod estymacji przełączanych zależnie od prędkości kątowych wirnika.

Do estymacji położenia wirnika przy średnich i dużych prędkościach zaproponowano metodę opierającą się na prostej zależności matematycznej. Proponowana metoda wymaga ograniczenia modułu zadanego wektora napięcia wyjściowego falownika dla zapewnienia występowania zerowych podokresów modulacji. W opracowanym układzie napięcie wyjściowe falownika ograniczono o 10%. Była to wartość wystarczająca do dokładnego odtwarzania położenia wirnika.

Algorytm estymacji zastosowany dla małych prędkości wirnika odznaczał się stosunkowo dużymi wartościami błędów zarejestrowanymi podczas badań eksperymentalnych w relacji do błędów uzyskanych w wyniku symulacji. Jest to spowodowane m.in. niedokładnym odwzorowaniem wykorzystanego silnika przez model przyjęty podczas opracowywania zależności matematycznych estymatora. Dodatkowo, wykorzystany silnik IPMSM cechował się małą różnicą indukcyjności w osiach  $d$  i  $q$  związanych z wirnikiem. W związku z tym duży wpływ na uzyskane wyniki miały niedokładności pomiarowe. Zastosowanie silnika o większej asymetrii magnetycznej byłoby wskazane zarówno ze względu na zwiększenie dokładności estymacji, ale również na podniesienie wartości momentu reluktancyjnego. Regularne występowanie określonej sekwencji napięć, wymagane przez algorytm estymacji, zrealizowano poprzez cykliczną modyfikację wartości zadanych modulatora napięcia. Powoduje to dość duże pulsacje w przebiegach prądów silnika, a co za tym idzie generację hałasu oraz strat, a także pogorszenie jakości sterowania.

Zaproponowane algorytmy odtwarzania wielkości mechanicznych poprzez analizę pochodnych prądów fazowych silnika charakteryzują się nieskomplikowanymi zależnościami matematycznymi. Niezależne wyniki estymacji otrzymywane są co jeden lub kilka okresów PWM, w zależności od metody. We wzorach nie występuje operacja całkowania. Trudność w implementacji estymatorów z proponowanej grupy wiąże się jednak ze złożonym, specyficznym algorytmem pomiaru prądów fazowych silnika. Pomiar musi być wykonywany częściej niż w przypadku układu czujnikowego, a chwile pomiaru muszą być skorelowane z przełączeniami tranzystorów falownika. Opracowanie, implementacja układowa oraz dobór parametrów algorytmu pomiarowego są kluczowymi kwestiami przy realizacji układu bezczujnikowego. Istotnym elementem jest także zapewnienie występowania odpowiedniej sekwencji napięć falownika umożliwiającej cykliczne pozyskiwanie danych wejściowych estymatora.

#### Literatura

- [1] Jarzębowicz L., Karwowski K., Mizan M., *Simulation model of IPMSM drive with rotor position estimator*, Computer Applications in Electrical Engineering, Poznan University of Technology, COMPRINT, Poznań 2009.
- [2] Jarzębowicz L., Karwowski K., *Estimation of IPMSM rotor position by analysis of phase current derivatives*, ELECTROMOTION Quarterly, Vol. 17, No. 1, January–March 2010.



- [3] Jarzębowicz L., Mizan M., *Estymacja położenia początkowego wirnika w silniku PMSM*, materiały konferencyjne, XIV Konferencja Naukowa „Zastosowania komputerów w elektrotechnice”, Poznań 2009.
- [4] Jarzębowicz L., *IPMSM rotor position estimator based on analysis of phase current derivatives*, Modern Electric Traction – Vehicles, Gdansk University of Technology, Faculty of Electrical and Control Engineering, Gdańsk 2009.
- [5] Jarzębowicz L., *Sterowanie trakcyjnym silnikiem synchronicznym z magnesami zagłębionymi w wirniku bez pomiaru wielkości mechanicznych*, rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 2010.
- [6] Petrović V., Stanković A.M., Blaško V., *Position Estimation in Salient PM Synchronous Motors Based on PWM Excitation Transients*, Industry Applications, IEEE Transactions, Vol. 39, Issue 3, May–June 2003.
- [7] Raute R., Caruana C., Cilia J., Staines C.S., Sumer M., *A Zero Speed Operation Sensorless PMSM Drive Without Additional Test Signal Injection*, Industry Applications, Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on. 2–5 2007.
- [8] Shi J., Liu T., Chang Y., *Position Control of an Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor Without Using a Shaft Position Sensor*, Industrial Electronics, IEEE Transactions, Vol. 54, Issue 4, June 2007.
- [9] Wang Ch., Xu L., *A Novel Approach for Sensorless Control of PM Machines Down to Zero Speed Without Signal Injection or Special PWM Technique*, Power Electronics, IEEE Transactions, Vol. 19, Issue 6, November 2004.
- [10] Zawirski K., *Sterowanie silnikiem synchronicznym o magnesach trwałych*, Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 2005.