

## ENERGETYCZNY ASPEKT DIAGNOSTYKI MASZYN

Jerzy GIRTLER

Politechnika Gdańska, Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa, Katedra Siłowni Okrętowych  
80-951 Gdańsk, ul. G. Narutowicza 11/12, fax/tel. (058) 347 1981, e-mail: [jgirtl@pg.gda.pl](mailto:jgirtl@pg.gda.pl)

### Streszczenie

W artykule zaproponowano interpretację wartościującą działania, które (podobnie jak przedstawione mechanice klasycznej działania Hamiltona i Maupertiusa oraz działanie wynikające ze zmiany pędu ciała) jest rozpatrywane jako wielkość fizyczna o jednostce miary zwanej *dżulosekundą* [dżul×sekunda]. Przedstawiono oryginalną metodę analizy i oceny działania maszyn w ujęciu energetycznym dla potrzeb diagnostycznych. Do uzasadnienia przydatności tak interpretowanego działania zastosowano jednorodny proces Poissona i proces semi-Markowa. Procesy te umożliwiły skonstruowanie modelu przebiegu pogarszania się działania maszyny z upływem czasu jej funkcjonowania. Modelem tym jest więc proces losowy Poissona lub semi-Markova. Rozważania dotyczące energetycznego aspektu diagnostyki maszyn przedstawiono na przykładzie silników spalinowych, w szczególności silników o zapłonie samoczynnym.

Słowa kluczowe: diagnostyka, działanie, energia, stan techniczny, maszyna.

### ENERGY-BASED ASPECT OF MACHINE DIAGNOSTICS

#### Summary

The paper presents a proposal of quantitative interpretation of operation which (just like in physics: the operations of Hamilton and Maupertius and the operation issuing from the changes of body momentum) is considered as a physical quantity with the unit of measure: a *joule-second* [*joule×second*]. The original method for analysis and estimation of machine operation has been showed in energy-based terms for the needs of diagnostics. In order to give the grounds for usability of such interpreted operation the homogeneous process of Poisson and process of semi-Markov have been herein applied. The two processes have enabled building a model of run of getting-worse (decreasing) operation of a machine at the lapse of its operation time. Thus, the model is a random process of Poisson or semi-Markov. The considerations concerning energy-based aspect of machine diagnostics have been provided on the example of combustion engines, mainly diesel engines.

Keywords: diagnostics, operation, energy, technical state, machine.

## 1. WPROWADZENIE

W diagnostyce maszyn, istotna jest identyfikacja ich walorów energetycznych. Ta identyfikacja dokonywana jest w formie diagnozy, sformułowanej po wykonaniu najpierw badania a następnie wnioskowania diagnostycznego [2, 8]. Celem formułowania diagnozy jest określenie stanu maszyn, jednak użytkownik musi ocenić także możliwości ich działania. Te możliwości są tym większe im bardziej może być ona obciążona oraz im większa jest jakość przetwarzania i przenoszenia energii. Zatem działanie maszyn musi być rozpatrywane w aspekcie ich energetycznej przydatności do wykonywania zadań.

Rozpatrując działanie maszyn, takich jak: silniki spalinowe (o zapłonie samoczynnym, o zapłonie iskrowym bądź turbinowe silniki spalinowe), silniki elektryczne, sprężarki tłokowe i przepływowe, pompy wyporowe i wirowe, prądnice, itp., należy

mieć na uwadze to, że we wszystkich procesach w nich zachodzących występuje (zgodnie z drugą zasadą termodynamiki) dysypacja energii, w formie pracy bądź ciepła [3, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14]. Oznacza to, że procesy te są nieodwracalne. Wskutek tego, wszystkie maszyny wraz z upływem czasu działają z coraz mniejszą sprawnością energetyczną i mają coraz mniejszą możliwość przetwarzania energii. Bezpośrednią przyczyną tego są zmiany stanu technicznego tego rodzaju maszyn, które zachodzą w wyniku istnienia w nich wymuszeń spowodowanych bezpośrednim, bądź pośrednim wzajemnym oddziaływaniem energetycznym ich elementów. Energia zarówno przetwarzana, jak też przenoszona przez wspomniane maszyny powoduje degradację ich struktury konstrukcyjnej. Zatem oczywiste jest, że energia zmieniając się wraz z tym stanem podczas działania maszyny jednoznacznie ten stan charakteryzuje. W praktyce istotna jest nie tylko

wartość energii, którą można dysponować użytkując daną maszynę, lecz także istotny jest przedział czasu, w którym ta energia może być przez działającą maszynę zapewniona. Wobec tego jest sens rozpatrywania działania dowolnej maszyny (także każdego innego urządzenia energetycznego) w takim ujęciu, które mogłoby być określone jednocześnie przez energię i czas, w którym ta energia umożliwia realizację określonego zadania. Wobec tego jest sens przedstawienia energetycznego aspektu diagnostyki maszyn z uwzględnieniem jej działania, rozumianego jako wydatkowanie energii w określonym czasie. Zagadnienie to zostało podjęte również dlatego, że istnieją analogie do tak rozumianego działania w fizyce (np. działanie: Hamiltona bądź Maupertiusa) [6, 7, 15] i w mechanice kwantowej (stała Plancka) [6, 7, 10]. W celu uproszczenia rozważań, energetyczny aspekt diagnostyki maszyn zostanie przedstawiony na przykładzie działania silników spalinowych.

## 2. INTERPRETACJA DZIAŁANIA MASZyny NA PRZYKŁADZIE SILNIKA SPALINOWEGO

Działanie maszyn polega na przetwarzaniu i przenoszeniu doprowadzonej energii. W przypadku silników spalinowych następuje zamiana najpierw energii chemicznej zawartej w paliwie na energię cieplną a następnie powstałej energii cieplnej – na mechaniczną. W rezultacie powstają obciążenia, jako wynik tego rodzaju przemian (rys. 1), które prowadzą do zużycia wspomnianych silników i w rezultacie – uszkodzenia.

Interpretacja przemian energii przedstawionych na rys. 1 dotyczy silnika o zapłonie samoczynnym. Uwzględniono w niej, że ciepło jest formą przemiany energii chemicznej w energię cieplną

a praca – formą przemiany energii cieplnej w mechaniczną.

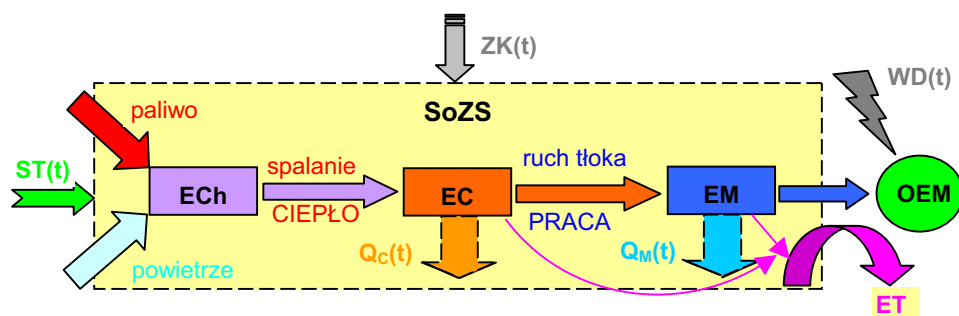
Jest oczywiste, że zachodząca w przestrzeniach roboczych każdego silnika spalinowego przemiana energii w formie ciepła bądź pracy może zachodzić w różnym czasie. W praktyce istotne jest, aby praca wykonana w określonym czasie była możliwie największa albo, aby dana praca została wykonana możliwie najszybciej. W praktyce istotne jest także, aby podczas spalania wyzwalać było możliwie największe ciepło, zaś ciepło tracone zgodnie z drugą zasadą termodynamiki – możliwie najmniejsze. Jeśli nie można uzyskać takiej przemiany energii, która jest najkorzystniejsza, uznaje się, że silnik działa niewłaściwie i przyjmuje się, że jest on wtedy w stanie częściowej zdadności [7, 12, 14].

W przypadku wspomnianych silników spalinowych, przetwarzanie energii chemicznej (zawartej w doprowadzonym do ich komory spalania paliwie) na energię cieplną a następnie mechaniczną, umożliwia wytworzenie momentu obrotowego ( $M_o$ ) wału korbowego przy określonej prędkości obrotowej ( $n$ ) każdego silnika [12]. Wobec tego działanie tego rodzaju silników można, w ujęciu ogólnym, interpretować następująco:

$$D = \int_{t_0}^{t_n} E(t) dt \quad (1)$$

gdzie  $D$  – działanie silnika (maszyny);  $E$  – energia przetworzona (uzyskana), umożliwiająca realizację jakiegoś zadania;  $t$  – czas zużycia energii  $E$ .

Tak rozumiane działanie może być, zgodnie z zależnością (1), przedstawione w układzie współrzędnych „ $E-t$ ”, a więc w formie wykresu, który proponuję nazwać *wykresem działania*. Przykład takiego wykresu działania, dla dowolnie wybranych chwil  $t_1$  i  $t_2$  przedstawiono na rys. 2.

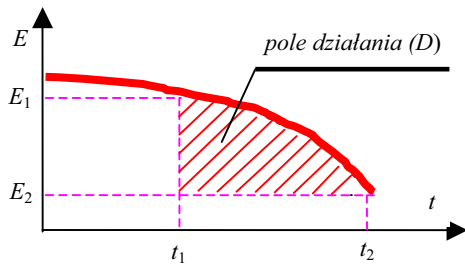


Rys. 1. Przykładowy schemat przekształcenia energii w silniku o zapłonie samoczynnym:

ST(t) – sterowanie silnikiem, ECh – energia chemiczna, EC – energia cieplna, EM – energia mechaniczna, ZK(t) – zakłócenia działania silnika, SoZS – silnik o zapłonie samoczynnym, OEM – odbiornik energii mechanicznej (np. śruba napędowa statku, prądnica, sprężarka, pompa), WD(t) – warunki działania OEM,  $Q_c(t)$  – obciążenie cieplne w chwili  $t$ ,  $Q_m(t)$  – obciążenie mechaniczne w chwili  $t$ , ET – energia strat ciepłych i mechanicznych

Działanie wyrażone wzorem (1) może być także rozpatrywane w odniesieniu do sposobów zmiany energii w czasie ( $t$ ), jakimi są praca ( $L$ ) oraz ciepło ( $Q$ ) [13]. W tym przypadku działanie silników spalinowych (maszyn) można ogólnie wyrazić wzorami:

$$D_L = \int_{t_1}^{t_2} L(t)dt; \quad D_Q = \int_{t_1}^{t_2} Q(t)dt \quad (2)$$



Rys. 2. Przykład wykresu działania maszyny:  
 $E$  – energia,  $E_1$  – energia w chwili ( $t_1$ ) rozpoczęcia zadania,  $E_2$  – energia w chwili ( $t_2$ ) zakończenia zadania,  $t$  – czas

Taka interpretacja działania jest także możliwa przy rozpatrywaniu pracy tarcia ( $W_T$ ) układów tribologicznych silników (np. ich łożysk), w określonym czasie ( $t$ ) [11, 14]. Wtedy działanie (funkcjonowanie) danego układu tribologicznego można wyrazić następująco:

$$D_T = \int_{t_1}^{t_2} W_T(t)dt \quad (3)$$

Działanie silników spalinowych, podobnie jak innych maszyn może być rozumiane dwojako: jako wymagane ( $D_W$ ), czyli takie, które jest niezbędne do wykonania zadania i jako możliwe ( $D_M$ ), czyli takie, które może dany silnik (maszyna) zrealizować w wymaganym czasie. Zatem można uznać, że każdy silnik (maszyna) może wykonać zadanie, gdy:

$$D_M \geq D_W \quad (4)$$

Wtedy jest w stanie zdatności. W przeciwnym przypadku (gdy  $D_M < D_W$ ) należy uznać, że maszyna jest w stanie niezdatności. Oczywiście, gdy nie wszystkie zadania muszą być wykonane w danym czasie, lecz tylko te, dla których spełniony jest warunek (4), to można uznać, że maszyna znajduje się w stanach pośrednich zdatności i nazwać je stanami częściowej zdatności [7, 8]. O przydatności poszczególnych maszyn można byłoby więc wnioskować po dokonaniu obliczenia wartości ich działania (1), które w zaproponowanej interpretacji zostało przyrównane do wielkości fizycznej o jednostce miary nazywanej „dżulosekundą”. Ponadto można byłoby tak rozumiane działanie maszyn oceniać (rys. 2) przez porównania pól działań wymaganego ( $D_W$ ) i możliwego ( $D_M$ ). Oczywiście jest, że rozpatrywanie działania

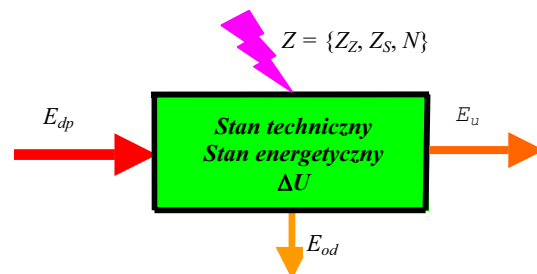
z uwzględnieniem obu jego rodzajów jest równoznaczne z badaniem zmian energii wymaganej ( $E_W$ ), jaka jest potrzebna, w czasie wymaganym ( $t_W$ ), do wykonania danego zadania oraz energii możliwej ( $E_M$ ), a więc tej, która może być dostarczona w czasie możliwym ( $t_M$ ) przez maszynę, zastosowaną do realizacji tego zadania. Oczywiście jest, że aby wyznaczyć pole działania ( $D$ ) trzeba znać zależność funkcyjną energii od czasu, czyli  $E = f(t)$ . Ze względu na to, że  $D = f(E, t)$ , wobec tego działanie urządzeń można także przedstawić w układzie współrzędnych „ $D, E, t$ ” [6, 7].

### 3. DIAGNOSTYCZNE ASPEKTY DZIAŁANIA MASZYN OPISANE JEDNORODNYM PROCESEM POISSONA

Wskutek zużycia, zmiany energii maszyny będą przebiegały z coraz mniejszą sprawnością. Wobec tego przy  $E_{dp} = \text{idem}$  wraz z upływem czasu energia odprowadzona  $E_{od}$  będzie rosła a wskutek tego – malała energia użyteczna  $E_u$  (rys. 3). Utrzymanie zaś warunku  $E_u = \text{idem}$ , wymagać będzie zwiększania  $E_{dp}$  z upływem czasu, jeśli będzie to możliwe.

Zmniejszanie się energii  $E_u$  zależy od stanu technicznego maszyny i zakłóceń  $Z$ . W rezultacie, zarówno badanie diagnostyczne, jak też kolejne etapy (rodzaje) wnioskowania diagnostycznego mogą być obciążone (nieraz znacznym) błędem [2].

Wobec tego, jeżeli system diagnozujący zostanie przysposobiony do pomiarów i wnioskowań diagnostycznych tak, że nie będzie czuły na zmiany  $Z$ , to energia  $E_u$  będzie odwzorowywała stan techniczny maszyny. Ze względu na to, że zakłócenia  $Z$  są losowe, zatem można zastosować ciąg zmiennych losowych jako model matematyczny procesu zmian energii  $E$  w czasie  $t$ . W praktyce zmniejszenie energii  $E$  o porcję elementarną  $\Delta E = e$ , którą można nazwać kwantem, jest możliwe podczas badań diagnostycznych. Zarejestrowanie zmiany energii o stałą porcję (kwant)  $e$  będzie możliwe po upływie czasu  $t_e$  będącego realizacją zmiennej losowej  $T_e$ .



Rys. 3. Schemat maszyny jako przetwornika energii:  
 $Z$  – zakłócenia,  $Z_z$  – zakłócenia zasilania,  $Z_s$  – zakłócenia sterowania,  $N$  – inne zakłócenia,  
 $E_{dp}$  – energia doprowadzona,  $E_{od}$  – energia odprowadzona (tracona),  $\Delta U$  – przyrost energii wewnętrznej,  $E_u$  – energia użyteczna (efektywna)

Wobec tego, można zmianę energii  $E_u$  o kwant  $e$  uznać za zdarzenie losowe  $A$ , które po upływie czasu  $t$ , np. w przedziale  $(0, t)$ , może powtórzyć się wielokrotnie i wskutek tego pojawić się liczba  $B_t$  powtórzeń tego zdarzenia. Liczba  $B_t$  jest oczywiście zmienną losową o wartościach całkowitych nieujemnych. Zależność tej zmiennej losowej od czasu tworzy proces stochastyczny  $\{B(t): t \geq 0\}$ . Przy rozpatrywaniu tego procesu można przyjąć, że do opisu procesu zmiany energii  $E_u$  może być zastosowany jednorodny proces Poissona [1, 4, 5]. Stosując ten proces można przedstawić następującą interpretację fizyczną procesu zmniejszania energii  $E_u$  maszyny o stałą porcję (kwant)  $e$ : od chwili rozpoczęcia działania maszyny (może to być chwila  $t_0$ ) do chwili zarejestrowania (wskutek jej zużycia) po raz pierwszy, przez urządzenie pomiarowe, zmniejszenia energii  $E_u$  o kwant  $e$ , może być generowana jakakolwiek wartość energii (w tym maksymalna) w poszczególnych przedziałach czasu. Dalsze zużycie maszyny spowoduje, z upływem czasu, pojawienie się kolejnych rejestracji spadku energii  $E_u$  o jednakowe porcje (kwanty). Wobec tego, w przypadku zarejestrowania do chwili  $t$  skumulowanej liczby  $B_t$  zaistniałych zdarzeń  $A$ , opisanej jednorodnym procesem Poissona, można spadek energii  $\Delta E_t$  w chwili  $t$  przedstawić zależnością:

$$\Delta E_t = eB_t \quad (5)$$

przy czym zmienna losowa  $B_t$  ma następujący rozkład [1, 4, 5]:

$$P(B_t = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t); \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

gdzie  $\lambda$  – wielkość stała, która może być interpretowana jako intensywność pojawiania się zarejestrowanych przez urządzenie pomiarowe spadków energii  $E$  o jednakowe porcje ( $e$ );  $\lambda > 0$  ( $\lambda = \text{idem}$ ).

Wartość oczekiwana i wariancja procesu narastania liczby zdarzeń  $A$  (spadków energii) można przedstawić następująco [1, 4, 5]:

$$E(B_t) = \lambda t; \quad D^2(B_t) = \lambda t \quad (7)$$

Zatem zgodnie z zależnością (1) wartość oczekiwana i odchylenie standardowe spadku energii generowanej przez maszynę, do chwili  $t$  mogą być wyrażone wzorami:

$$E[\Delta E(t)] = eE(B_t) \quad (8)$$

$$\sigma_E(t) = e\sqrt{D^2(B_t)} = e\sqrt{\lambda t} \quad (9)$$

Uwzględniając fakt, że dla  $t = 0$  wartość energii, którą generuje maszyna jest największa, czyli że  $E_u(0) = E_{max}$ , można zależność matematyczną opisującą spadek tej energii z upływem czasu wyrazić następująco:

$$E(t) = \begin{cases} E_{max} & \text{dla } t = 0 \\ E_{max} - e\lambda t \pm e\sqrt{\lambda t} & \text{dla } t > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Przyjęcie we wzorze (10) energii  $E_{max}$  zamiast  $E(E_{max})$  jest dopuszczalne dlatego iż dla  $t = 0$ , a więc maszyn nowych (dopiero wprowadzonych do eksploatacji) można przyjąć, że ich energie początkowe  $E_i (i = 1, 2, \dots, k)$  różnią się nie istotnie. Oczywiście jest, że to założenie może być słuszne tylko w przypadku maszyn tego samego typu i przy tym jednorodnych, czyli wykonanych według tego samego projektu, w tych samych warunkach produkcyjnych i przy stabilnej kontroli technicznej jakości produkcji.

Wzór (10) określa proces zmniejszania energii maszyny ulegającej zużyciu według schematu przedstawionego w formie schematu (11):

$$E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow \dots \rightarrow E_{k-2} \rightarrow E_{k-1} \rightarrow E_k \quad (11)$$

gdzie  $E_i (i = 1, 2, \dots, k)$  – energie określone w wyniku zarejestrowania (przez urządzenie pomiarowe) kolejnych spadków energii ( $E$ ) maszyny w formie porcji (kwantów)  $e$ ;  $E_{(min)}$  – najmniejsza energia, która może być generowana przez maszyny w chwili uszkodzenia (nie musi być możliwe jej zarejestrowanie przez urządzenie pomiarowe).

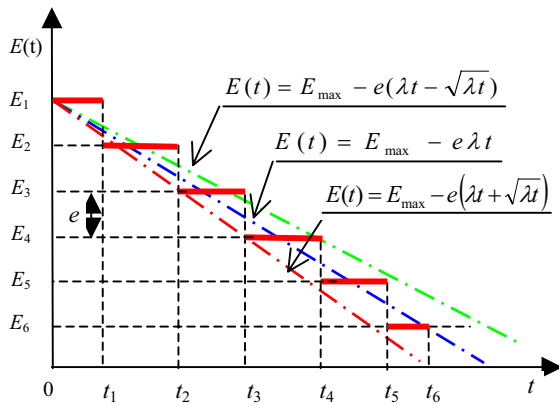
Energia  $E$  generowana przez maszynę zależy od jej stanu technicznego oraz wykonywanych zadań i zakłóceń istniejących w czasie ich realizacji. W przypadku, gdy zadania są wyznaczone i określone warunki ich realizacji, energia generowana przez maszynę jest funkcją jej stanu technicznego.

Ze względu na to, że stan techniczny dowolnej maszyny zależy przede wszystkim od jej jakości początkowej oraz warunków eksploatacji, zaś słabo jest skorelowany z czasem użytkowania, zatem można (podobnie, jak w przypadku procesu eksploatacji silników o zapłonie samoczynnym) [7, 8, 11, 14] sformułować następującą hipotezę (H): *możliwe jest prognozowanie stanu energetycznego  $E_i (i = 1, 2, \dots, k)$  dowolnej maszyny w chwili  $\tau_n + \tau$ , gdy znany jest on w chwili  $\tau_n$  dlatego, ponieważ jej stan energetyczny rozpatrywany w dowolnej chwili  $\tau_n (n = 0, 1, \dots, m: \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_m)$  zależy istotnie od stanów energetycznych, które zaszły wcześniej i przedziałów czasu ich trwania.*

Graficzna interpretacja zależności (10) przedstawiona jest na rys. 4, dla  $E_i (i = 1, \dots, 6)$ .

Spostrzeżenie to umożliwia zastosowanie teorii procesów semimarkowskich do sterowania procesem eksploatacji maszyn z uwzględnieniem ich działania, a tym samym stanu technicznego. Wymaga to jednak opisu aspektów diagnostycznych maszyn z zastosowaniem teorii procesów semimarkowskich.



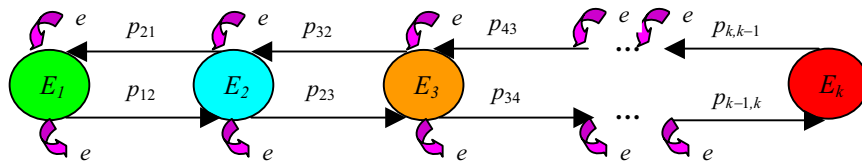


Rys. 4. Graficzna interpretacja przykładowej realizacji zmniejszania energii urządzenia:

$E$  – energia,  $e$  – kwant energii, o który ulega zmniejszeniu energia  $E$  i który może być zarejestrowany przez urządzenie pomiarowe;  $\lambda$  – intensywność pojawiania się zarejestrowanych przez urządzenie pomiarowe kwantów, o które zmniejszana jest energia  $E$ ,  $t$  – czas,  $E_1 = E_{max}$ ,  $E_6 = E_{min}$ .

#### 4. DIAGNOSTYCZNE ASPEKTY DZIAŁANIA MASZYN OPISANE PROCESEM SEMIMARKOWSKIM

Z badań empirycznych wiadomo, że wartości obciążeń maszyn nie da się dokładnie przewidzieć [1, 2, 4, 5, 8, 10]. Oznacza to, że wartości obciążenia, w kolejno wykonywanych pomiarach, można przewidzieć jedynie z określonym



Rys. 5. Graf zmian stanów procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$ :  $E_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) – stany procesu kolejno mniejsze o kwant  $e$ ,  $p_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, k; i \neq j$ ) – prawdopodobieństwa zmian stanów procesu

Rozkład początkowy  $P_i$  określa jednoznacznie stan początkowy procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$ , od którego rozpoczyna się ewolucja tego procesu. Natomiast macierz Funkcyjna  $\mathbf{Q}(t)$  zawiera elementy, które są prawdopodobieństwami warunkowymi, że pojawi się stan  $E_{i+1}$  w czasie  $t_{i+1}$  nie większym od  $t$  pod warunkiem, że wcześniej istnieje stan  $E_i$ .

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} 0 & Q_{12}(t) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21}(t) & 0 & Q_{23}(t) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Q_{k-1, k-2}(t) & 0 & Q_{k-1, k}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & Q_{k, k-1}(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Elementy macierzy (15) są niemalejącymi funkcjami zmiennej  $t$ , oznaczającymi prawdopodobieństwa przejścia procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$  ze stanu

prawdopodobieństwem [8, 10]. Zatem rozpatrując obciążenie jakiejkolwiek maszyny w dowolnej chwili czasu eksploatacji można stwierdzić, że proces jej obciążenia jest procesem stochastycznym, którego stany przyporządkowane dowolnej chwili są zmiennymi losowymi [5, 7, 9]. Realizacjami tych stanów są przedziały o wartościach jednakowych (stałych) prawostronnie ciągłe [8, 9]. Długości tych przedziałów  $[\tau_0, \tau_1)$ ,  $[\tau_1, \tau_2)$ ,  $[\tau_2, \tau_3)$ , ...,  $[\tau_n, \tau_{n+1})$ , ..., w których wspomniany proces przyjmuje stałe (jednakowe) wartości, są zmiennymi losowymi o dodatnich rozkładach [4, 9]. W przypadku wszystkich rodzajów maszyn można założyć [126], że czas trwania dowolnego stanu energetycznego  $E_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), który został osiągnięty w chwili  $\tau_n$  oraz stan osiągnięty w chwili  $\tau_{n+1}$  nie zależą stochastycznie od stanów, które zaistniały wcześniej i przedziałów czasu ich trwania. Zatem można przyjąć, że proces zmian obciążeń maszyn może być procesem semimarkowskim  $\{D(t): t \geq 0\}$  o zbiorze stanów  $E_z = \{E_i; i = 1, 2, \dots, k\}$  i grafie zmian stanów przedstawionym na rys. 5.

Proces ten jest w tedy całkowicie zdefiniowany, gdy określona zostanie macierz funkcyjna [8, 9]

$$Q_{ij} = [Q_{ij}(t)], \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \quad (12)$$

oraz ustalony rozkład początkowy

$$P_i = P\{D(0) = E_i\}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k. \quad (13)$$

Rozkład początkowy procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$  jest następujący:

$$P_i = P\{D(0) = E_i\} = \begin{cases} 1 & \text{dla } i = 1 \\ 0 & \text{dla } i = 2, 3, \dots, k \end{cases} \quad (14)$$

Macierz funkcyjna zgodnie z grafem zmian stanów, przedstawionym na rys.5, ma następującą postać:

energetycznego  $E_i$  do stanu  $E_j$  ( $E_i, E_j \in C; i, j = 1, 2, 3, \dots, k; i \neq j$ ) w czasie nie większym niż  $t$ , oznaczanymi następująco:

$$Q_{ij}(t) = P\{D(\tau_{n+1}) = E_j, \tau_{n+1} - \tau_n < t \mid D(\tau_n) = E_i\} = p_{ij}F_{ij}(t) \quad (16)$$

gdzie:  $E_i, E_j \in E(i, j = 1, 2, 3, \dots, k; i \neq j)$ ,  
przy czym:  $p_{ij}$  – prawdopodobieństwo przejścia  
w jednym kroku jednorodnego łańcucha Markowa  
włożonego w proces  $\{D(t): t \geq 0\}$ , natomiast  $F_{ij}(t)$  –  
dystrybuanta zmiennej losowej  $T_{ij}$  oznaczającej czas

trwania stanu energetycznego  $E_i$  procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$   
pod warunkiem, że następnym stanem będzie  $E_j$ .

Prawdopodobieństwo  $p_{ij}$  interpretowane jest  
następująco:

$$p_{ij} = P\{D(\tau_{n+1}) = E_j \mid D(\tau_n) = E_i\} = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{ij}(t) \quad (17)$$

W tej sytuacji rozwiązanie sformułowanego  
problemu polega na znalezieniu rozkładu  
granicznego procesu  $\{D(t): t \geq 0\}$ , o następującej  
interpretacji:

$$P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{D(t) = E_j\}, \quad j = \overline{1, k}$$

Rozkład ten można wyznaczyć posługując się  
wzorem [8, 9]:

$$\left. \begin{aligned} & \pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_k \left[ \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ q_2 & 0 & 1 - q_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & q_{k-1} & 0 & 1 - q_{k-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] = \pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_k \\ & \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_k = 1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Natomiast wartości oczekiwane  $E(T_j), j = 1, 2, 3, \dots, k$   
są określone zależnościami:

$$\left. \begin{aligned} E(T_1) &= p_{12}E(T_{12}) \\ E(T_i) &= p_{i, i-1}E(T_{i, i-1}) + p_{i, i+1}E(T_{i, i+1}), \\ E(T_k) &= p_{k, k-1}E(T_{k, k-1}) \\ i &= 2, 3, \dots, k-1, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Przy rozwiązywaniu układu równań (19)  
uzyskuje się zależności:

$$\left. \begin{aligned} q_2 \pi_2 &= \pi_1 \\ \pi_1 + q_3 \pi_2 &= \pi_2 \\ (1 - q_2) \pi_2 + q_4 \pi_3 &= \pi_3 \\ \dots & \\ (1 - q_{k-1}) \pi_k &= \pi_k \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_k &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Z przedstawionych równań (21) wynika, że:

$$\pi_j = \frac{(1 - q_1)(1 - q_2)(1 - q_3) \dots (1 - q_{j-1})}{q_1 q_2 q_3 \dots q_j} \pi_1, \quad j = 2, 3, \dots, k$$

$$P_j = \frac{\pi_j E(T_j)}{\sum_{m=0}^k \pi_m E(T_m)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (18)$$

gdzie:  $\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n P\{D(\tau_n) = E_j \mid Y(0) = E_i\}$ ,

a  $[\pi_j; j = 1, 2, 3, 4]$  jest stacjonarnym rozkładem  
łańcucha Markowa  $\{D(\tau_n): n \in N\}$  włożonego  
w proces  $\{D(t): t \geq 0\}$ .

Rozkład ten spełnia następujący układ równań (19)  
[9]:

przy czym:

$$q_k = 1, q_1 = 0$$

oraz

$$\pi_1 = \left[ 1 + \sum_{j=2}^k \prod_{m=2}^j \frac{(1 - q_{m-1})}{q_m} \right]^{-1}$$

Zatem zgodnie z wzorem (18) uzyskuje się  
następujące zależności:

$$P_j = \frac{\prod_{m=2}^j \frac{(1 - q_{m-1})}{q_m} E(T_j)}{E(T_1) + \sum_{j=2}^k \left[ \prod_{m=2}^j \frac{(1 - q_{m-1})}{q_m} \right] E(T_j)}, \quad (22)$$

$$j = 2, 3, \dots, k.$$

W przypadku, gdy  $j = 2$  uzyskuje się wzory:

$$P_1 = \frac{E(T_1)}{E(T_1) + \sum_{j=2}^k \left[ \prod_{m=2}^j \frac{(1 - q_{m-1})}{q_m} \right] E(T_j)},$$

$$P_2 = \frac{\frac{1-q_1}{q_2} E(T_2)}{E(T_1) + \sum_{j=2}^k \left[ \prod_{m=2}^j \frac{(1-q_{m-1})}{q_m} \right] E(T_j)}, \quad \text{itd.}$$

Prawdopodobieństwo  $P_1$  może być uważane za prawdopodobieństwo, że w dowolnej chwili czasu eksploatacji maszyny jest możliwe obciążenie tej maszyny tak, aby znajdowała się ona w stanie energetycznym  $E_1$ . Podobnie prawdopodobieństwo  $P_2$  może być uważane za prawdopodobieństwo, że w dowolnej chwili czasu eksploatacji dowolnej maszyny jest możliwe jej obciążenie tak, aby znajdowała się ona w stanie energetycznym  $E_2$ , itd.

## 5. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Aspekt energetyczny diagnostyki maszyn został przedstawiony z uwzględnieniem działania. Działanie to jest rozumiane jako generowanie przez nie energii  $E$  w określonym czasie  $t$ . Zostało ono przyrównane do wielkości fizycznej, którą można wyrazić wartością liczbową i jednostką miary nazwanej *dżulosekundą* [dżul×sekunda]. Działanie tak rozumiane uznano za wielkość bezpośrednio charakteryzującą stan techniczny maszyn a więc symptom tego stanu. Wraz z narastaniem zużycia wartość tak rozumianego działania maszyny, w określonym czasie, będzie maleć wskutek zmniejszania generowanej przez nią energii. W celu określenia zakresu pogarszania tego działania przyjęto model stochastyczny zmniejszania generowanej energii użytkowej. Wykazano, że model ten można przedstawić w formie jednorodnego procesu Poissona bądź procesu semimarkowskiego dyskretnego w stanach i ciągłego w czasie.

Na uwagę zasługuje to, że tak interpretowane działanie może być uznane za symptom diagnostyczny stanu maszyny, nie zaś energia przez niego emitowana i czas jej generacji. Wynika to z tego, że dopiero łączne rozpatrywanie tych wielkości, w formie związku wyrażonego równaniem (1) stanowi taki symptom.

Działanie urządzenia w przedstawionej wersji ma także i tę zaletę, że może być badane przez wykonanie precyzyjnego pomiaru, a następnie wyrażone w formie:

– liczby z jednostką miary nazwanej *dżulosekundą* [dżul×sekunda] (wzór 1);

– graficznej, jako pole działania (rys. 2).

Z przedstawionych rozważań wynika, że oprócz jednorodnego procesu Poissona istotne znaczenie przy tworzeniu wspomnianych modeli zmian walorów energetycznych maszyn i innych urządzeń energetycznych mają procesy semimarkowskie. Wynika z nich bowiem, że proces zmian walorów energetycznych maszyn i innych urządzeń energetycznych może być badany za pomocą modeli

skonstruowanych w formie procesów emimarkowskich.

Procesy semimarkowskie są wygodnymi w badaniach modelami rzeczywistych procesów energetycznych w fazie eksploatacji maszyn. Wynika to z tego, że skonstruowanie semimarkowskiego modelu procesu zmian walorów energetycznych takich maszyn jak silniki spalinowe, umożliwia łatwe (dzięki istniejącej teorii procesów semimarkowskich) wyznaczenie charakterystyk probabilistycznych określających własności energetyczne tych maszyn i wskutek tego racjonalne sterowanie procesem ich eksploatacji.

Procesy semimarkowskie jako modele rzeczywistych procesów zachodzących w fazie eksploatacji urządzeń energetycznych są bardziej przydatnymi w praktyce modelami niż procesy Markowa. Wynika to z tego, że procesy semimarkowskie o ciągłym parametrze czasu i skończonym zbiorze stanów cechują się tym, że przedziały czasu przebywania tych procesów w poszczególnych stanach są zmiennymi losowymi o dowolnych rozkładach skoncentrowanych w zbiorze  $R_+ = [0, \infty)$ . To odróżnia je od procesów Markowa, których przedziały są zmiennymi losowymi o rozkładach wykładniczych.

Modele semimarkowskie procesów zachodzących w fazie eksploatacji maszyn, podobnie jak innych urządzeń energetycznych, są procesami o skończonych zbiorach stanów i ciągłymi w czasie.

Dodatkową korzyścią ze stosowania procesów semimarkowskich (również procesów Markowa) jest to, że można skorzystać z profesjonalnych narzędzi komputerowych, umożliwiających rozwiązywanie różnych układów równań stanów dla tego rodzaju modeli procesów rzeczywistych.

## LITERATURA

- [1] Benjamin J. R., Cornell C. A.: *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. Copyright 1970 by McGraw-Hill, Inc. Wyd. polskie: *Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów*. WNT, Warszawa 1977.
- [2] Będkowski L.: *Elementy diagnostyki technicznej*. Wyd. 3. WAT, Warszawa 1992.
- [3] Chmielniak T. J., Rusin A., Czwiertnia K.: *Turbiny gazowe. Maszyny przepływowe. Tom 15. Polska Akademia Nauk. Instytut Maszyn Przepływowych. Zakład Narodowy im. Ossolińskich*. Wyd. PAN, Wrocław- Warszawa-Kraków 2001.
- [4] Firkowicz S.: *Statystyczna ocena jakości i niezawodności lamp elektronowych*. WNT, Warszawa 1963.
- [5] Gercbach I. B., Kordonski Ch. B.: *Modeli отказов*. Изд. Советское Радио, Москва 1966. Wyd. polskie: *Modele niezawodnościowe obiektów technicznych*. WNT, Warszawa 1968.

- [6] Girtler J.: *Działanie urządzeń jako symptom zmiany ich stanu technicznego*. II Międzynarodowy Kongres Diagnostyki Technicznej *DIAGNOSTYKA 2000*, Warszawa 2000, dysk SD, s. [1-8], streszczenie referatu – Vol. 2, s. 123 i 124.
- [7] Girtler J.: *Work of a compression-ignition engine as the index of its reliability and safety*. II International Scientifically-Technical Conference *EXPLO-DIESEL & GAS TURBINE'01*. Conference Proceedings. Gdansk-Miedzyzdroje-Copenhagen, 2001, pp.79-86.
- [8] Girtler J.: *Diagnostyka jako warunek sterowania eksploatacją okrętowych silników spalinowych*. Studia Nr 28. WSM, Szczecin 1997.
- [9] Grabski F.: *Teoria semimarkowskich procesów eksploatacji obiektów technicznych*. Zeszyty Naukowe WSMW, Nr 75A, Gdynia 1982.
- [10] Gribbin J.: *In Search of Schrödinger's Cat Quantum Physics Reality*. Copyright 1984 by Joan and Mary Gribbin. Wyd. polskie: *W poszukiwaniu kota Schrödingera*. Zysk i S-ka Wydawnictwo s.c. Poznań 1997.
- [11] Niewczas A.: *Podstawy stochastycznego modelu zużycia poprzez tarcie w zagadnieniach trwałości elementów maszyn*. Zeszyty naukowe WSI w Radomiu, Radom 1989.
- [12] Wajand J. A.: *Silniki o zapłonie samoczynnym*. WNT, Warszawa 1988.
- [13] Wiśniewski S.: *Termodynamika techniczna*. WNT, Warszawa 1995.
- [14] Włodarski J.K.: *Tłokowe silniki spalinowe. Procesy trybologiczne*. WKiŁ, Warszawa Instytut Technologii Eksploatacji, Radom 2000.
- [15] *Encyklopedia fizyki współczesnej*. Praca zbiorowa. Redakcja Nauk Matematyczno-Fizycznych i Techniki Zespołu Encyklopedii i Słowników PWN. PWN, Warszawa 1 983.