

# Kształtowanie toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej

Władysław KOC<sup>1</sup>

## Streszczenie

W artykule opisano analityczną metodę kształtowania toru zwrotnego rozjazdu kolejowego mającego na swojej długości odcinki krzywizny liniowej. To w istotny sposób odróżnia go od typowego rozwiązania z pojedynczym łukiem kołowym bez krzywych przejściowych. W metodzie tej dokonano identyfikacji problemu rozkładu krzywizny za pomocą równań różniczkowych. Uzyskane rozwiązania mają charakter uniwersalny; m.in. pozwalają na przyjmowanie dowolnych wartości krzywizny na początku i na końcu rozjazdu. Metodę tworzenia konkretnych rozwiązań zilustrowano na przykładzie toku postępowania prowadzącego do uzyskania określonej wartości skosu rozjazdu, a także zadanej rzędnej końcowej (przy zmianie skosu rozjazdu oraz przy jego zachowaniu).

**Słowa kluczowe:** rozjazdy kolejowe, modelowanie krzywizny, wyznaczanie rzędnych poziomych

## 1. Wprowadzenie

W typowym, stosowanym od początków kolejnictwa, ukształtowaniu geometrycznym toru zwrotnego w rozjeździe kolejowym, stosuje się pojedynczy łuk kołowy (bez krzywych przejściowych). Takie rozwiązanie powoduje występowanie miejsc gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny na początku i końcu rozjazdu.

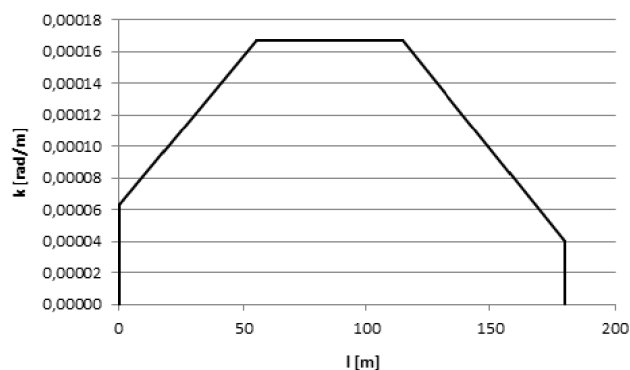
Dążąc do wyłagodzenia wykresu krzywizny, w ostatnim okresie wprowadza się tzw. „odcinki kłoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy, często jednak nie osiągając w punktach skrajnych wartości zerowych [2, 9, 11, 12].

W przypadku standardowych rozjazdów, zmiana eksploatowanego rozjazdu na rozjazd o większym promieniu (tj.  $R \geq 500$  m) w torze zwrotnym prowadzi najczęściej do konieczności zwiększenia rozstawu torów. W przypadku rozjazdów o zmiennej krzywiznie, ze względu na indywidualny charakter ich projektowania, możliwe jest dostosowanie danego rozjazdu do lokalnych wymagań. Jest to szczególnie istotne w połączeniach torów równoległych, gdzie podstawową kwestię stanowi zachowanie odpowiedniego rozstawu torów.

W rozjeździe z odcinkami krzywizny liniowej długość toru zwrotnego dzieli się na trzy strefy (rys. 1):

- strefę początkową o długości  $l_1$ , z krzywizną liniową,
- strefę środkową o długości  $l_2$ , z krzywizną ustaloną,
- strefę końcową o długości  $l_3$ , z krzywizną liniową.

Oczywiście, możliwe są liczne warianty, różniące się wartościami krzywizny oraz długościami poszczególnych stref.



Rys. 1. Wykres krzywizny z odcinkami krzywizny liniowej na długości toru zwrotnego rozjazdu ( $R_1 = 16\ 000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25\ 000$  m)  
[opracowanie własne]

W strefie I – dla  $l \in \langle 0, l_1 \rangle$  krzywizna narasta w sposób liniowy od  $k_1 = 1/R_1$  (lub  $k_1 = 0$ ) do  $k_2 = 1/R_2$ , w strefie II – dla  $l \in \langle l_1, l_1 + l_2 \rangle$  jest stała i równa  $k_2 = 1/R_2$ , w strefie III zaś – dla  $l \in \langle l_1 + l_2, l_1 + l_2 + l_3 \rangle$  liniowo maleje od  $k_2 = 1/R_2$  do  $k_3 = 1/R_3$  (lub  $k_3 = 0$ ).

Modelowanie krzywizny na długości toru zwrotnego rozjazdu pozwala stworzyć jej zapis analityczny w postaci funkcji  $k(l)$ , której parametr  $l$  określa położenie danego punktu na długości krzywej. Równania

<sup>1</sup> Prof. dr hab. inż.; Politechnika Gdańska, Katedra Transportu Szynowego i Mostów; e-mail: kocwl@pg.gda.pl.

współrzędnych szukanego połączenia możemy zapisać w postaci parametrycznej [3]:

$$x(l) = \int \cos \theta(l) dl, \quad (1)$$

$$y(l) = \int \sin \theta(l) dl. \quad (2)$$

Funkcję kąta nachylenia stycznej  $\theta(l)$  określono na podstawie wzoru:

$$\theta(l) = \int k(l) dl. \quad (3)$$

Powszechnie stosowanym, m.in. w komercyjnych programach wspomagających projektowanie [1, 8], sposobem wyznaczania współrzędnych  $x(l)$  i  $y(l)$  jest całkowanie numeryczne funkcji  $\cos \theta(l)$  i  $\sin \theta(l)$ . Z praktycznego punktu widzenia daje ono wystarczającą dokładność. Metoda ta stwarza jednak pewną niedogodność – każdy geometryczny przypadek musi być rozpatrywany odrębnie i wprowadzanie jakichkolwiek uogólnień jest tutaj bardzo utrudnione. Chcąc uzyskać możliwość szerszego spojrzenia na problem, należy zastosować metodę analityczną, która z założenia ma charakter ogólny i pełny.

W niniejszym artykule wyznaczono uniwersalne równania analityczne dla poszczególnych stref toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej.

## 2. Rozwiązanie problemu w strefie początkowej

W strefie początkowej rozjazdu rozpatrywany problem identyfikują warunki brzegowe [2]:

$$\begin{cases} k(0) = k_1, \\ k(l_1) = k_2, \end{cases} \quad (4)$$

i równanie różniczkowe:

$$k''(l) = 0. \quad (5)$$

Po wyznaczeniu stałych, rozwiązanie problemu różniczkowego (4), (5) jest następujące:

$$k(l) = k_1 + \frac{k_2 - k_1}{l_1} l, \quad (6)$$

a funkcja kąta nachylenia stycznej  $\theta(l)$  jest opisana zależnością:

$$\theta(l) = k_1 l + \frac{k_2 - k_1}{2l_1} l^2, \quad (7)$$

Na końcu strefy, dla  $l = l_1$ , wartość kąta wynosi  $\theta(l_1) = \frac{k_1 + k_2}{2} l_1$ .

Do wyznaczenia równań parametrycznych  $x(l)$  i  $y(l)$  wykorzystuje się procedurę przedstawioną w [3], przy czym do rozwinięcia funkcji podcałkowych w szereg jest stosowany pakiet Maxima [7].

Po uproszczeniu uzyskanych wyrażeń przez usunięcie wyrazów nieistotnych otrzymuje się następujące równania parametryczne:

$$x(l) = l, \quad (8)$$

$$y(l) = \frac{1}{2} A_{11} l^2 + \frac{1}{3} A_{12} l^3, \quad (9)$$

gdzie:  $A_{11} = k_1$ ,  $A_{12} = \frac{k_2 - k_1}{2l_1}$ .

## 3. Rozwiązanie problemu w strefie środkowej

W strefie łuku kołowego, tj. dla  $l \in \langle l_1, l_1 + l_2 \rangle$ , występuje stała krzywizna

$$k(l) = k_2. \quad (10)$$

Funkcja  $\theta(l)$  jest opisana zależnością:

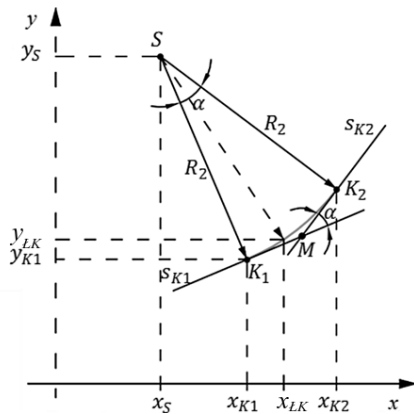
$$\theta(l) = \frac{k_1 - k_2}{2} l_1 + k_2 l, \quad (11)$$

Na końcu łuku kołowego kąt

$$\theta(l_1 + l_2) = \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 + k_2 l_2.$$

Równanie łuku kołowego można zapisać w postaci funkcji jawnej  $y(x)$ . Sposób jej wyznaczania jest tutaj analogiczny jak w pracach [4, 5, 6]. Schemat obrazujący położenie łuku kołowego pokazano na rysunku 2.





Rys. 2. Schemat obrazujący położenie łuku kołowego  
[opracowanie własne]

Przyjęto długość łuku kołowego  $l_2$  (mierzoną po samym łuku). Jego promień wynosi  $R_2$ , a nachylenie stycznej w punkcie początkowym (tj. w punkcie  $K_2$ )  $s_1 = \tan\theta(l_1)$ . Wyznaczono współrzędne środka łuku – punktu  $S(x_S, y_S)$ :

$$x_S = x(l_1) - \frac{s_1}{\sqrt{1+s_1^2}} R_2, \quad (12)$$

$$y_S = y(l_1) + \frac{1}{\sqrt{1+s_1^2}} R_2. \quad (13)$$

Równanie łuku kołowego jest następujące:

$$y(x) = y_S - \sqrt{R_2^2 - (x_S - x)^2}, \quad (14)$$

$$x \in \langle x(l_1), x(l_1 + l_2) \rangle.$$

Kąt zwrotu stycznych wynosi  $\alpha = l_2/R_2$ . Kąt nachylenia stycznej do łuku na jego końcu (tj. w punkcie  $K_2$ ) dla  $x(l_1 + l_2)$ , wynosi  $\theta(l_1 + l_2) = \theta(l_1) + \alpha$ , skąd wynika wartość nachylenia stycznej w tym punkcie:

$$s_2 = \tan[\theta(l_1) + \alpha]. \quad (15)$$

W celu określenia końca łuku kołowego, należy najpierw wyznaczyć współrzędne punktu  $M$  (rys. 2), otrzymując ostatecznie:

$$x(l_1 + l_2) = x(l_1) + \left( \frac{1}{\sqrt{1+s_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+s_2^2}} \right) R_2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (16)$$

$$y(l_1 + l_2) = y(l_1) + \left( \frac{s_1}{\sqrt{1+s_1^2}} + \frac{s_2}{\sqrt{1+s_2^2}} \right) R_2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (17)$$

#### 4. Rozwiązanie problemu w strefie końcowej

W strefie końcowej rozjazdu rozpatrywany problem identyfikują warunki brzegowe:

$$\begin{cases} k(l_1 + l_2) = k_2 \\ k(l_1 + l_2 + l_3) = k_3 \end{cases} \quad (18)$$

i równanie różniczkowe (5). Po wyznaczeniu stałych, rozwiązanie problemu różniczkowego (5), (18) jest następujące:

$$k(l) = k_2 - \frac{k_3 - k_2}{l_3} (l_1 + l_2) + \frac{k_3 - k_2}{l_3} l, \quad (19)$$

a funkcja  $\theta(l)$  jest opisana zależnością:

$$\begin{aligned} \theta(l) = & \left[ \frac{k_1 - k_2}{2} l_1 + \frac{k_3 - k_2}{2l_3} (l_1 + l_2)^2 \right] + \\ & + \left[ k_2 - \frac{k_3 - k_2}{l_3} (l_1 + l_2) \right] l + \frac{k_3 - k_2}{2l_3} l^2. \end{aligned} \quad (20)$$

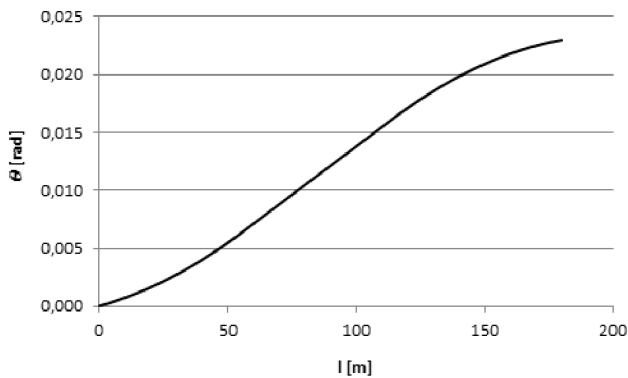
Na końcu rozjazdu kąt  $\theta(l_1 + l_2 + l_3)$  wynosi:

$$\theta(l_1 + l_2 + l_3) = \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 + k_2 l_2 + \frac{k_2 + k_3}{2} l_3. \quad (21)$$

Na tej podstawie można wyznaczyć skos rozjazdu  $1:n$ , gdzie  $n$  jest równe:

$$n = \frac{1}{\tan \theta(l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (22)$$

Na rysunku 3 pokazano wykres kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego rozjazdu, którego krzywiznę pokazano na rysunku 1.



Rys. 3. Wykres kąta nachylenia stycznej na długości toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej ( $R_1 = 16000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25000$  m) [opracowanie własne]

Wyznaczenie równań parametrycznych  $x(l)$  i  $y(l)$  wymaga w danym przypadku rozwinięcia funkcji podcałkowych w szereg Taylora.

$$x(l) = x(l_0) + \cos A_{30} (l - l_0) - \frac{1}{2} (A_{32} + 2A_{33}l_0) \sin A_{30} (l - l_0)^2, \quad (23)$$

$$y(l) = y(l_0) + \sin A_{30} (l - l_0) + \frac{1}{2} (A_{32} + 2A_{33}l_0) \cos A_{30} (l - l_0)^2 + \frac{1}{6} [-2A_{33} \cos A_{30} + (A_{32}^2 + 4A_{32}A_{33}l_0 + 4A_{33}^2l_0^2) \sin A_{30}] (l - l_0)^3. \quad (24)$$

gdzie:

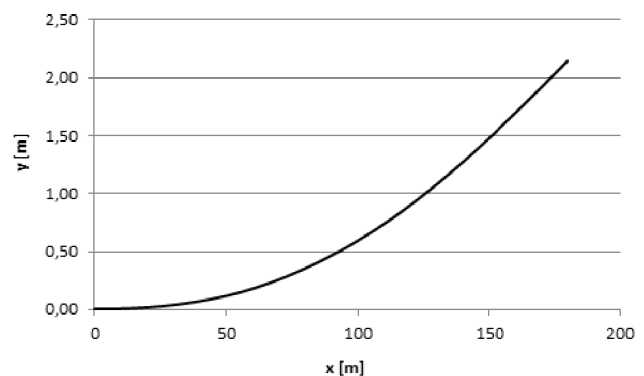
$$l_0 = l_1 + l_2,$$

$$A_{30} = A_{31} + A_{32} (l_1 + l_2) + A_{33} (l_1 + l_2)^2,$$

$$A_{31} = \frac{k_1 - k_2}{2} l_1 + \frac{k_3 - k_2}{2l_3} (l_1 + l_2)^2,$$

$$A_{32} = k_2 - \frac{k_3 - k_2}{l_3} (l_1 + l_2), \quad A_{33} = \frac{k_3 - k_2}{2l_3}.$$

Na rysunku 4 przedstawiono wykres rzędnych poziomych na długości toru zwrotnego rozjazdu, którego krzywiznę pokazano na rysunku 1.



Rys. 4. Wykres rzędnych na długości toru zwrotnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej ( $R_1 = 16000$  m,  $l_1 = 55$  m,  $R_2 = 6000$  m,  $l_2 = 60$  m,  $l_3 = 65$  m,  $R_3 = 25000$  m, w skali skazonej) [opracowanie własne]

Stosując podane wzory, można określić charakterystykę dowolnego rozjazdu z odcinkami krzywizny liniowej. Pokazano to na przykładzie dwóch wybranych rozjazdów firmy Voestalpine [10]:

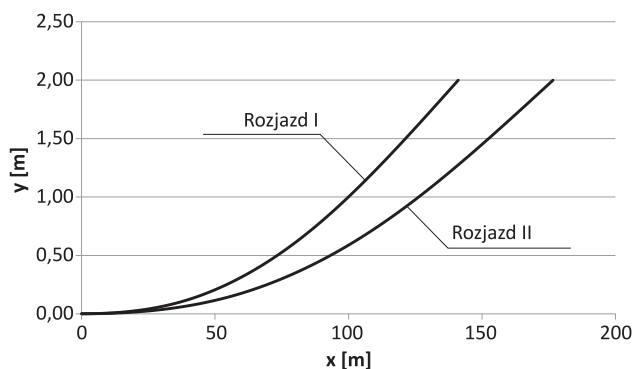
- Rozjazd I: Rz 60E1-10000/4000/ $\infty$ -1:39,111  
 $R_1 = 10000$  m,  $l_1 = 37,500$  m,  $R_2 = 4000$  m,  $l_2 = 48,383$  m,  $l_3 = 55,225$  m,  $R_3 = \infty$ ,
- Rozjazd II: Rz 60E1-16000/6100/ $\infty$ -1:47,833  
 $R_1 = 16000$  m,  $l_1 = 56,000$  m,  $R_2 = 6100$  m,  $l_2 = 58,0624$  m,  $l_3 = 62,500$  m,  $R_3 = \infty$ .

Wyniki obliczeń wielkości charakterystycznych toru zwrotnego obydwu rozjazdów przedstawiono w tabelcy 1, wykresy rzędnych poziomych zaś pokazano na rysunku 5.

Tabelca 1

Zestawienie wielkości charakterystycznych dla wybranych rozjazdów

	$l = l_1$			$l = l_1 + l_2$			$l = l_1 + l_2 + l_3$		
	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]
<b>I</b>	37,499	0,105	0,00656	85,878	0,716	0,01866	141,088	2,000	0,02556
<b>II</b>	55,999	0,151	0,00634	114,058	0,795	0,01586	176,546	2,000	0,02098



Rys. 5. Wykresy rzędnych na długości toru zwrotnego rozjazdów I i II z tablicy 1 (w skali skażonej) [opracowanie własne]

W pokazanych przykładach mamy do czynienia z sytuacją, kiedy krzywizna na końcu układu geometrycznego przyjmuje wartość zerową. Uzyskana rzędna końcowa  $y_k = 2,00$  m wskazuje na to, że obydwa rozjazdy są przewidziane do stosowania w połączeniach torów równoległych. Przedstawione rozwiązanie obejmuje zarówno takie przypadki szczególne, jak również gdy krzywizna przyjmuje wartość zerową w obydwu skrajnych punktach układu.

## 5. Metoda tworzenia rozwiązań geometrycznych

Z formalnego punktu widzenia rozwiązanie problemu konkretnego rozjazdu polega na przyjęciu odpowiednio skonfigurowanych sześciu parametrów geometrycznych, wyznaczających długości poszczególnych stref  $l_1$ ,  $l_2$  i  $l_3$  oraz wartości krzywizny w punktach skrajnych tychże stref, tj.  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$ . Parametry te wyznaczają skos rozjazdu na podstawie wzoru (22). Prędkość jazdy pociągów na torze zwrotnym rozjazdu limituje w głównym stopniu krzywizna łuku kołowego  $k_2$ .

Taki zestaw przyjmowanych wielkości charakterystycznych sprawia, że liczba rozwiązań możliwych do uzyskania wydaje się nieograniczona. Jednak w praktyce pewne ograniczenia występują. Jest to związane z tym, że dla danego zestawu parametrów geometrycznych jako wartość wynikową otrzymuje się m.in. wartość skosu rozjazdu oraz rzędna na końcu toru zwrotnego. Jeśli wartość rzędnej końcowej jest zdeterminowana od początku procesu projektowania, wówczas jej uzyskanie wymaga sekwencyjnego korygowania przyjętych parametrów geometrycznych. Dokonuje się tego metodą kolejnych przybliżeń. W dalszej części artykułu przedstawiono przykładowy tok postępowania prowadzący do uzyskania zadanego skosu rozjazdu oraz określonej rzędnej końcowej.

### 5.1. Uzyskanie zadanego skosu rozjazdu

Uzyskanie zadanego skosu rozjazdu odbywa się na podstawie wzorów (21) i (22), przy czym wymagane jest spełnienie następującego warunku:

$$\frac{k_1 + k_2}{2} l_1 + k_2 l_2 + \frac{k_2 + k_3}{2} l_3 = \arctg \frac{1}{n}. \quad (25)$$

Przykładowo, jeżeli ostatnim wprowadzanym parametrem geometrycznym jest długość  $l_3$ , wówczas jego wartość musi wynosić:

$$l_3 = \frac{2}{k_2 + k_3} \left( \arctg \frac{1}{n} - \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 - k_2 l_2 \right). \quad (26)$$

W tablicy 2 zestawiono parametry geometryczne przykładowych rozwiązań uzyskanych dla przyjętych wartości  $n = 20, 30$  i  $40$ , w tablicy 3 zestawiono wielkości charakte-

Tablica 2

Zestawienie parametrów geometrycznych dla wybranych rozjazdów

	$n$	$\Theta$ [rad]	$k_1$ [rad/m]	$l_1$ [m]	$k_2$ [rad/m]	$l_2$ [m]	$l_3$ [m]	$k_3$ [rad/m]
I	20	0,049958	1/4000	30,00	1/2000	50,00	39,167	1/5000
II	20	0,049958	1/4500	40,00	1/2500	55,00	53,329	1/5500
III	20	0,049958	1/5000	50,00	1/3000	60,00	66,500	1/6000
IV	30	0,033321	1/5000	30,00	1/3000	50,00	34,617	1/6000
V	30	0,033321	1/6000	40,00	1/3500	55,00	41,679	1/8000
VI	30	0,033321	1/8000	50,00	1/4000	60,00	51,120	1/10000
VII	40	0,024995	1/8000	30,00	1/4000	50,00	39,256	1/10000
VIII	40	0,024995	1/9000	40,00	1/4500	55,00	39,966	1/12000
IX	40	0,024995	1/10000	50,00	1/5000	60,00	40,488	1/14000

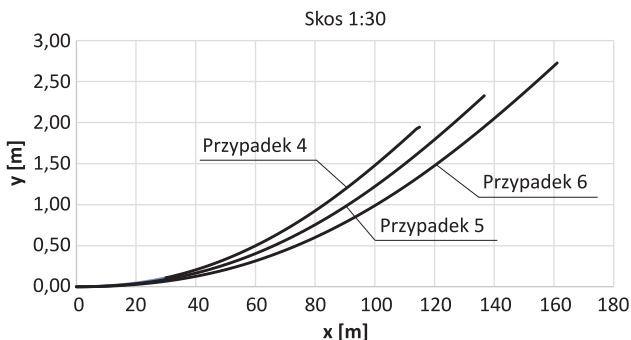
Tablica 3

Zestawienie wielkości charakterystycznych dla rozjazdów z tablicy 2

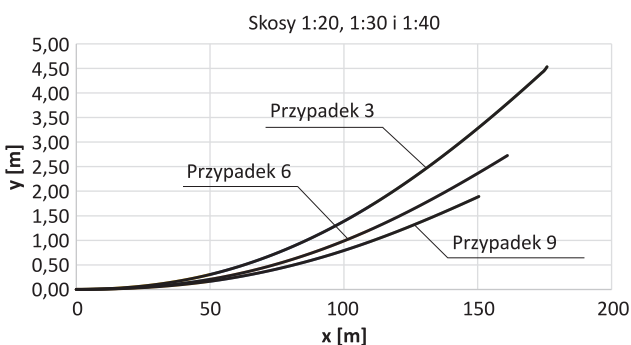
	$l = l_1$			$l = l_1 + l_2$			$l = l_1 + l_2 + l_3$		
	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]	$x(l)$ [m]	$y(l)$ [m]	$\theta(l)$ [rad]
I	29,999	0,150	0,01125	79,983	1,337	0,03625	119,112	3,063	0,04996
II	39,998	0,225	0,01244	94,982	1,514	0,03444	148,261	3,816	0,04996
III	49,997	0,306	0,01333	109,980	1,705	0,03333	176,419	4,535	0,04996
IV	29,999	0,110	0,00800	79,992	0,927	0,02467	114,594	1,947	0,03332
V	39,999	0,165	0,00905	94,991	1,095	0,02476	136,651	2,328	0,03332
VI	49,999	0,208	0,00937	109,989	1,221	0,02437	161,087	2,728	0,03332
VII	30,000	0,075	0,00562	79,996	0,669	0,01812	119,242	1,534	0,02499
VIII	39,999	0,119	0,00667	94,995	0,821	0,01889	134,950	1,717	0,02499
IX	49,999	0,167	0,00750	109,993	0,977	0,01950	150,471	1,895	0,02499

rystyczne. Wykresy rzędnych poziomych dla skosu 1:30 pokazano na rysunku 6, natomiast dla wybranych przypadków ze skosami 1:20, 1:30 i 1:40 na rysunku 7.

Z danych zawartych w tablicy 3 oraz wykresów na rysunku 6 wyraźnie widać, że dla danego skosu rozjazdu, długości rozjazdów oraz ich rzędne rosną w miarę poprawiania właściwości układu geometrycznego (zmniejszania wartości krzywizny i wydłużania jej poszczególnych odcinków). Jednocześnie zmniejszanie skosu rozjazdu 1:n powoduje jego skrócenie (rys. 7).



Rys. 6. Wykresy rzędnych na długości toru zwrotnego rozjazdów o skosie 1:30 z tablicy 2 (w skali skażonej) [opracowanie własne]



Rys. 7. Wykresy rzędnych na długości toru zwrotnego wybranych rozjazdów o skosie 1:20, 1:30 i 1:40 z tablicy 2 (w skali skażonej) [opracowanie własne]

## 5.2. Uzyskanie określonej rzędnej końcowej toru zwrotnego

Uzyskanie określonej rzędnej końcowej toru zwrotnego jest zagadnieniem znacznie bardziej złożonym niż ma to miejsce przy znajdowaniu rozwiązania dla zadanego skosu rozjazdu. Najogólniej mówiąc, rozwiązanie problemu wymaga sekwencyjnego korygowania przyjętych parametrów geometrycznych. Istnieją przy tym dwie możliwości: zmiany skosu rozjazdu oraz jego zachowania.

Uzyskanie rzędnej końcowej przy jednoczesnej zmianie skosu rozjazdu polega na wykorzystywaniu procedury opisanej w punkcie 5.1. Kolejno zmienia się długość  $l_3$  aż do uzyskania wymaganego  $d$ ; odpowiedni skos rozjazdu wynika z warunku (25). W tablicy 4 pokazano przykładowy tok postępowania, prowadzący do uzyskania rzędnej końcowej  $d = 2,5$  m. Jak widać, parametr  $n$  ma rozbudowaną część ułamkową, podobnie jak w wymienionych wcześniej rozjazdach firmy Voestalpine [10]; widocznie tam również zastosowano opisany sposób uzyskania założonej rzędnej końcowej.

Prezentowana w artykule analityczna metoda kształtowania toru zwrotnego rozjazdu pozwala także na zachowanie założonego skosu rozjazdu, z wartością  $n$  pozbawioną rozbudowanej części ułamkowej. W takim przypadku zmiany wymagają już dwa parametry geometryczne, zresztą wzajemnie ze sobą powiązane. Tak jak poprzednio, kolejno zmieniano długość  $l_3$ , co pociąga za sobą konieczność zmiany drugiego parametru. Jeśli będzie nim długość  $l_2$ , wówczas musi ona spełniać następujący warunek:

$$l_2 = \frac{1}{k_2} \left( \arctg \frac{1}{n} - \frac{k_1 + k_2}{2} l_1 - \frac{k_2 + k_3}{2} l_3 \right). \quad (27)$$

W tablicy 5 pokazano przykładowy tok postępowania, prowadzący, jak poprzednio, do uzyskania

rzędnej końcowej  $d = 2,5$  m, jednak przy zachowaniu założonej wartości parametru  $n = 30$ .

Tablica 4

Poszukiwanie rzędnej końcowej  $d = 2,5$  m przy zmianie skosu rozjazdu

	$k_1$ [rad/m]	$l_1$ [m]	$k_2$ [rad/m]	$l_2$ [m]	$k_3$ [rad/m]	$l_3$ [m]	$\Theta$ [rad]	$n$	$d$ [m]
I	1/6000	40,00	1/3500	55,00	1/8000	41,679	0,03332	30	2,328
II	1/6000	40,00	1/3500	55,00	1/8000	45,000	0,03400	29,39786	2,444
III	1/6000	40,00	1/3500	55,00	1/8000	47,000	0,03441	29,04673	2,515
IV	1/6000	40,00	1/3500	55,00	1/8000	46,590	0,03433	29,11803	2,500

Tablica 5

Poszukiwanie rzędnej końcowej  $d = 2,5$  m przy zachowaniu skosu rozjazdu

	$k_1$ [rad/m]	$l_1$ [m]	$k_2$ [rad/m]	$k_3$ [rad/m]	$l_3$ [m]	$l_2$ [m]	$\Theta$ [rad]	$n$	$d$ [m]
I	1/6000	40,00	1/3500	1/8000	41,679	55,000	0,03332	30	2,328
II	1/6000	40,00	1/3500	1/8000	50,000	49,019	0,03332	30	2,394
III	1/6000	40,00	1/3500	1/8000	65,000	38,238	0,03332	30	2,508
IV	1/6000	40,00	1/3500	1/8000	63,900	39,029	0,03332	30	2,500

## 6. Podsumowanie

W stosowanym od początku kolejnictwa rozjeździe kolejowym (zwyczajnym) stosuje się pojedynczy łuk kołowy bez krzywizny przejściowych. Wskutek tego na początku i na końcu rozjazdu występują miejsca gwałtownej, skokowej zmiany rzędnych wykresu krzywizny. W ostatnim okresie, w niektórych krajach w celu wygładzenia wykresu krzywizny w tych rejonach wprowadza się tzw. „odcinki klotoidy” po obu stronach łuku kołowego, na których krzywizna zmienia się w sposób liniowy.

W artykule przedstawiono analityczną metodę kształtowania toru zwrotnego rozjazdu kolejowego mającego na swojej długości odcinki krzywizny liniowej. W tej metodzie dokonano identyfikacji problemu rozkładu krzywizny za pomocą równań różniczkowych. Uzyskane rozwiązania mają charakter uniwersalny; m.in. pozwalają na przyjmowanie dowolnych wartości krzywizny na początku i na końcu układu geometrycznego.

Opracowana metoda pozwala na uzyskanie danego skosu rozjazdu, przy czym dla danego skosu rozjazdu długości rozjazdów oraz ich rzędne rosną w miarę poprawiania właściwości układu geometrycznego (zmniejszania wartości krzywizny i wydłużania jej poszczególnych odcinków). Jednocześnie zmniejszanie skosu rozjazdu powoduje jego skrócenie.

Uzyskanie określonej rzędnej końcowej toru zwrotnego wymaga sekwencyjnego korygowania przyjętych parametrów geometrycznych. Istnieją przy tym dwie możliwości: zmiany skosu rozjazdu (para-

metr  $n$  ma wówczas rozbudowaną część ułamkową) lub jego zachowania.

## Literatura

1. AutoCAD, <http://www.autodesk.pl> [dostępny 12.05.2017].
2. Fei Weizhu: *Major technical characteristics of high-speed turnout in France*, Journal of Railway Engineering Society, No. 9, pp. 18-35, 2009.
3. Koc W.: *Analytical method of modelling the geometric system of communication route*, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2014, Article ID 679817, 2014.
4. Koc W.: *Design of rail-track geometric systems by satellite measurement*, Journal of Transportation Engineering, ASCE, Vol. 138, No. 1, January 1, pp. 114-122, 2012.
5. Koc W.: *Design of reverse curves adapted to the satellite measurements*, Advances in Civil Engineering, Vol. 2016, Article ID 6503962, 9 p., 2016.
6. Koc W.: *The analytical design method of railway route's main directions intersection area*, Open Engineering, Vol. 6, Iss. 1 (Jan 2016), pp. 1-9, 2016.
7. Maxima package, <http://maksima.sourceforge.net>, [dostępny 12.05.2017].
8. MicroStation, <http://www.bentley.com> [dostępny 12.05.2017].
9. Nowakowski M.J.: *Rozjazdy do dużych prędkości o zmiennej krzywiznie toru zwrotnego*, Przegląd Komunikacyjny, nr 9-10, str. 88-91, 2011.



10. Plank B.: *Linie dużych prędkości realizowane przez VAE*, Prezentacja firmy Voestalpine GmbH, 2007.
11. *Technical Memorandum: Alignment design standards for high-speed train operation*. Prepared by Parsons Brinckerhoff for the California High-Speed Rail Authority, USA, 2009.
12. Wang Ping: *Design of high-speed railway turnouts. Theory and Applications*, Academic Press, Published by Elsevier Inc., 2015.

## Shaping of the Turnout Diverging Track with Linear Curvature Sections

### Summary

The paper shows the analytical method of shaping the diverging track of railway turnout with linear curvature sections. Presented method significantly differs from the typical method of diverging track shaping based on single arc (without transition curves). The problem of the curvature distribution was identified with the use of differential equations. The resulting solutions for each area of curvature distribution are of universal nature for instance the ability of assuming any values of curvature at the beginning and ending of the turnout. The method of creating the specified solutions is illustrated by the example of the algorithm leading to specify the value of turnout crossing angle and the ordinate of the ending (with and without the crossing angle change).

**Keywords:** railway turnouts, curvature modeling, calculation of horizontal ordinates

## Формирование возвратного пути пересечения с участком линейной кривой

### Резюме

В работе представлен аналитический метод формирования возвратного пути железнодорожного пересечения имеющего по длине участки линейной кривой. Это существенным образом отличает его от типичного решения, составляющего собой одиночную дугу без переходной кривой. В этом методе была совершена идентификация проблемы распределение кривой при помощи дифференциальных уравнений. Полученные результаты имеют универсальный характер, между прочим позволяют употреблять любые значения в начале и на конце пересечения. Метод формирования конкретных решений был проиллюстрирован на примере хода действий ведущего к получению определенного значения угла пересечения, а также конечной ординаты (при изменении угла пересечения и при его сохранении).

**Ключевые слова:** железнодорожные пересечения, формирование кривой, определение горизонтальных ординат

