

# MODELLING OF TRUSS WITH COLD-FORMED SECTIONS AND POSITIVE ECCENTRICITY IN THE NODES

## Abstract

*This work is dedicated to establishing the load carrying capacity of tensed and compressed truss' nodes made of cold-formed open cross sections. The occurrence of bending in the truss' nodes is the result of a specific production technology for system lattice girders assumed by the designer and the producer. The aim of this research is to present the methodology of conduct for creation of computational models that best depict the behaviour of truss members welded from cold-formed sections with positive eccentricities in the node. Gradual introduction of more complex computational analysis methods allowed for following, how the assumed method influenced the results and facilitated their analysis and estimation.*

**Keywords:** steel structures, thin-walled structures, cold-formed sections, eccentricities, truss

## 1. Introduction

During the last years, we have been observing vast interest in light constructions made of cold-formed sections. In design practice, greater emphasis is being put on rational forming of both the sections, and thin-walled constructions designed from these sections. Despite the fact that new research is done in this field and that new norms are being created, many aspects of work in this type of constructions remains uninvestigated and unexplained. Many issues still require conducting both detailed computational analysis, as well as experimental research. The aim of this work is to present the methodology of conduct for creation of computational models that best depict the behaviour of truss' members welded from cold-formed sections with positive eccentricities in the node.

## 2. Research problem

Eccentric crossing of members in the truss' node and the influence of the type and value of eccentricities on the load carrying capacity of nodes have been very thoroughly investigated and researched for trusses made of closed cross section members (CHS, RHS). The technology of manufacturing welded truss'

nodes can result in occurrence of positive or negative eccentricities. Detailed information regarding such nodes can be found in publications [1, 2, 3, 4, 5]. From information included in these publications, it can be concluded that the load carrying capacity of nodes made of circular hollow sections with positive eccentricities is lower than in nodes without eccentricities ( $e = 0$ ). However, in nodes with negative eccentricities, the load carrying capacity is greater. Additionally, the standard [4] defines threshold values for positive and negative eccentricities in nodes of lattice girder's made of circular or rectangular hollow sections, which allow for discounting their influence on the load carrying capacity of nodes:

$$-0.55 d_0 \leq e \leq 0.25 d_0 \quad (1)$$

$$-0.55 h_0 \leq e \leq 0.25 h_0 \quad (2)$$

where:  $e$  – value of eccentricity,  $d_0$  – chord's diameter (for circular hollow section),  $h_0$  – height of chord in the plain of lattice girder.

From the above description, it can be clearly concluded that welded nodes in lattice girders made of circular hollow sections have been thoroughly researched and

the influence of geometrical eccentricities has been definitely established. However, this cannot be said about nodes in lattice girders made of cold-formed open cross sections.

The technology behind manufacturing lattice girders made of cold-formed open cross sections has led to the choice of screw connections instead of welding. This results from the fact that cold-formed open cross sections are made of metal sheets, which are galvanized before forming. Welding of constructions made of these sections would lead to the destruction of the expensive anticorrosive film. In this case, the use of mechanical joints, such as screws, is a solution which guarantees preservation of an undamaged galvanized surface while connecting separate elements of the construction. Additionally, the use of screw connections solves problems connected with transportation of large elements of the construction. The advantages behind this solution are not only quicker and cheaper mount, but also the ability to create constructions which can be easily dismantled.

This paper describes system solutions used for setting up steel single-storey buildings in which the load carrying construction is made of frames with truss girders made of cold-formed open cross sections. In construction of typical trapezoidal mono-pitch lattice girder with regular distances between nodes, the angle in cross braces changes. The greater the angle in cross braces, the greater the value of positive eccentricity and, hence, the value of cutting force. The area where greatest eccentricities occurs is located around the ridge. According to the current state of knowledge, [6, 7], eccentricities should be taken into consideration for dimensioning of the chords of lattice girders, making it necessary to locally increase the section of the chord in the node area. Practically, this is realized by strengthening the chord with channel section cover plates, as presented in Figure 1.

Considering all of the above, the following research hypothesis was assumed: the load carrying capacity of tensed and compressed lattice girder's chord made of cold-formed open cross section is larger than established on the basis of current dimensioning methods for steel constructions, due to local support conditions for hat-section member's walls that occur around the truss' node.

In order to prove the assumed hypothesis, establishing the load carrying capacity of the truss' node with positive eccentricity on a model in 1:1 scale, as well as detailed computational analysis have been planned. The research model is to be made of cold-formed open cross sections: truss' chords from hat sections and truss' members from channel bars with single edge fold stiffeners. Ultimately, all connections in truss' nodes are to be made as bolted. Due to the large angle in cross braces - 60°, which is characteristic for this type of girders, positive eccentricities occur in the chord's nodes.

Detailed research is to be performed on the node with positive eccentricity located on the top chord, as the walls of compressed elements are prone to local instability, which does not occur in the bottom chord.

The research model will be loaded with the vertical node force  $P$ , which constitutes the main load in the researched construction. Additionally, balancing horizontal  $H$  forces will be applied, in order to increase the compression force in the bottom chord and better depict the forces distribution in the real construction. The view of the research model and its static scheme can be seen in Figure 2.

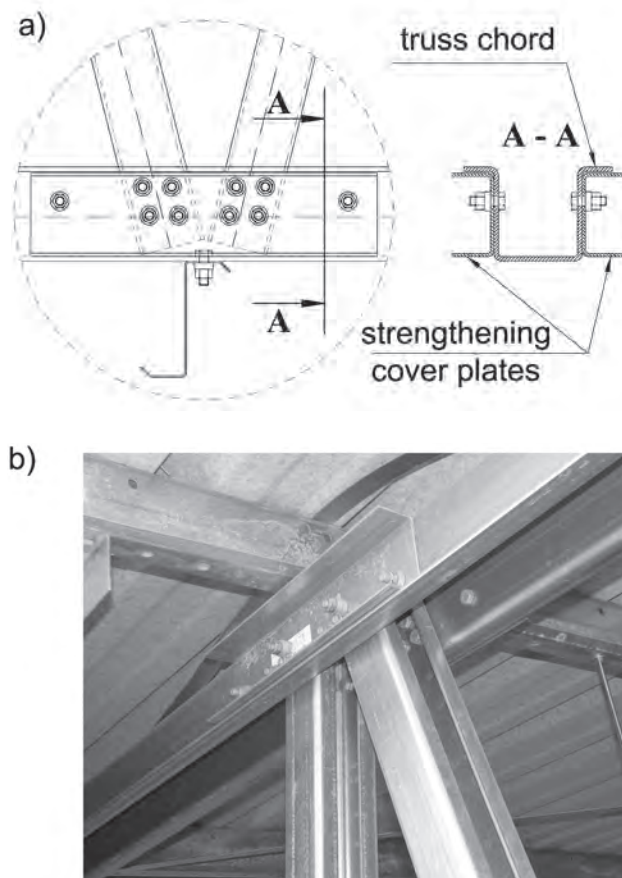


Fig. 1. Node with strengthening cover plates: a) view and section, b) Photo. M. Gordziej-Zagórska

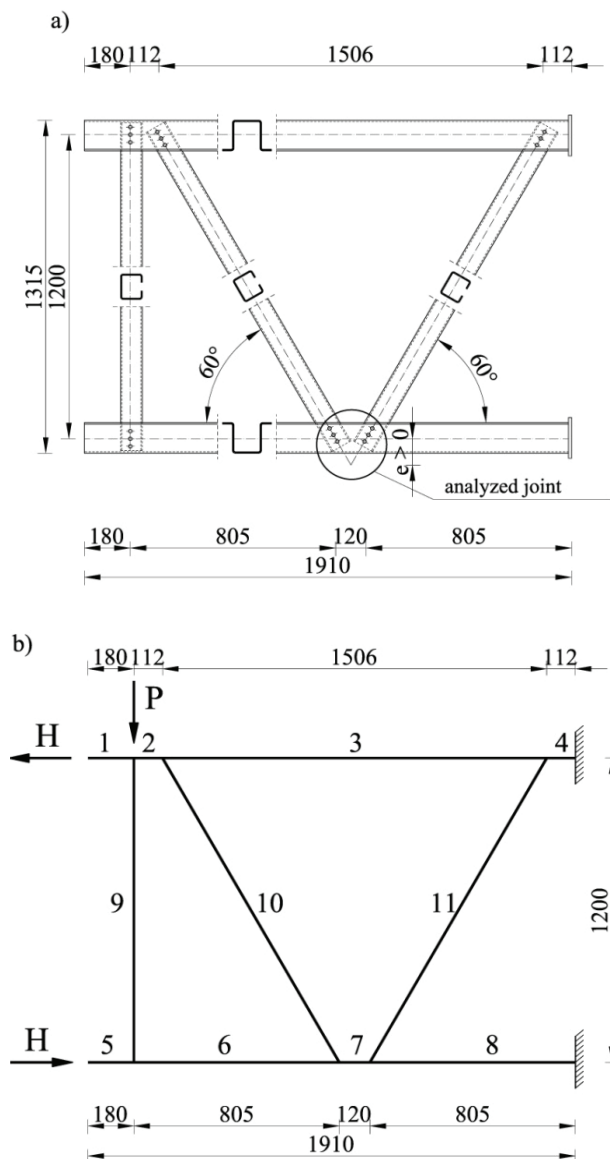


Fig. 2. Research model (own work on the basis of [8])

### 3. Load carrying capacity of cold-formed hat section member

Cold-formed open cross sections are considered thin-walled due to the proportions between the thickness of their walls, the size of cross section and their length. Yet, the proportion between the thickness of walls and their width, establishes the potential for occurrence of local instability resulting from shear and compression stress. Due to the slab slenderness parameter of the section's wall, it is necessary to differentiate between the load carrying capacity of members:

- insensitive to local instability (according to [9] – section class  $\leq 3$ ),
- sensitive to local instability (according to [9] – section class equals 4).

The load carrying capacity of members made of open cross sections does not only depend on the geometrical characteristics of the section and on the way it is supported and loaded. It may be subjected to various forms of buckling (distortional, torsional, flexural, torsional-flexural). Considering the above, when establishing the load carrying capacity of the lattice girder's chord made of hat sections, interactive load carrying capacity conditions must be taken into consideration.

Interactive forms of instability make a particular difficulty in establishing the load carrying capacity of bended and compressed members, as these forms of instability are related to parameters such as buckling length defined as the length of the half wave buckled after instability in the wall, part of the section comprised of several walls, or the entire member [6]. With small values of buckling length (comparable to the cross section), local instability of walls occurs, and thus, supercritical redistribution of stress in the section follows. Yet, significant buckling lengths result in general instability occurring in members. Between the two formerly described areas of buckling length, there is an intermediate area with interactive form of instability described as distortional instability.

Due to the great complexity of occurrences which take place in bended and compressed open cross section members, analytic solutions applied in order to establish the load carrying ability of members are based on various theories. Therefore, the load carrying capacity of cold formed thin walled members insensitive to local instability is established on the basis of the theory of thin walled members by Timoszenko. This theory was developed and systematized by Własow. It assumes that the outline of the member's cross section is not prone to deformations throughout its entire length. The section may only turn and shift in its plane. During deformation of the member, the section is subjected to deplanation. This theory, however, has a number of restrictions which may lead to calculation errors [10]. It cannot be applied when slenderness is low, when the instability is local and the assumption about lack of deformation in the member's outline is not met.

The issue of local loss of instability in the section's walls is addressed with the use of post-buckling theory. Research conducted by Winter, as well as definition of the term 'effective width' allowed for

establishing a method of including local instability by introduction of the term 'equivalent section'.

For the purpose of this work, a computational model was created in order to establish the load carrying capacity of the formed and compressed chord made of hat section, and to enable establishing the influence of deformations in the outline and interactions of various forms of buckling.

#### 4. Numerical model

Numerical analysis was performed with the use of Marc Mentat – MSC Software. For representation of the research model in a form of a computational model, surface elements were used. Discretization of the model was performed with the use of 'thin-shell' -type 4-node elements, which resemble squares to the extent it is possible, and some 'thin-shell' type 3-node elements used in the welded model. Construction and meshing of the computational model was conducted in the AutoCAD programme with the use of 3D surface elements. Subsequently, a ready, meshed model was imported to the Marc Mentat programme, where adequate finite elements and material features were assigned to specific geometric shapes, and supports and loading were defined.

Due to the time-consuming nature of the process of numerical modelling, welded joints were used during the preliminary analysis. Joints were made with the use of rigid surface elements, in order to make sure that they function as inflexible joints not prone to deformation when loaded. The complicated issue of proneness of lap screw joints in this type of connections will be investigated during further computational analysis with the use of relations established by [11, 12].

Numerical analyses were performed for two truss' models with various member's wall thickness. The first model was made of surface elements: 5 mm thick (truss members) and 6 mm thick (chords). This resulted in establishing sections not prone to local instability (the first class according to [9]). The second model was made of elements with the following thickness: former 2 mm and 3 mm, and latter 2 mm and 2 mm, which, according to [9] qualifies them as fourth class cross sections (sections prone to local instability).

Both truss models (prone and not prone to local instability) were subjected to three types of analyses: Material non-linear analysis (MNA), Geometrically

non-linear analysis (GNA) and geometric and material non-linear analysis (GMNA).

**Material non-linear analysis (MNA)** results from the parameters of the material. Steel is a material with non-linear mechanical parameters. Non-linearity of steel can be best depicted on the diagram presenting the relation between stress and buckling during forming. In theory of plasticity, several types of simplified diagram relations models are used  $\sigma$ - $\epsilon$ . For the purpose of this research, two of these models were used: the model for perfectly elastic plastic material with yield point equalling 420 MPa, and elastic plastic model with linear strengthening. The second model resembles the real characteristics of steel significantly more than the first model, which is of great importance, as the results of computational analysis will be compared with the results of experimental research. **Geometrically non-linear analysis (GNA)** includes the second aspect of nonlinearity which is the geometric nonlinearity. This analysis makes use of the theory of bending shells with perfect geometry and large bends. This analysis was also based on the assumption that the material has linear elastic mechanical characteristics. Finally, **the geometric and material non-linear analysis (GMNA)** is an analysis which takes into consideration both the geometrical and the physical nonlinearity. In this analysis, the theory of bending shells with perfect geometry and large bends, as well as a model of elastic-plastic material with linear strengthening are used.

#### 5. Results of numerical analysis

##### 5.1. Model of a truss made of members with walls insensitive to local instability

The analysis was performed on a model made of sections which truss' members walls' thickness equalled 5 mm and the chords' wall thickness equalled 6 mm. This construction was loaded with: vertical force of 300 kN and two balancing horizontal forces of 280 kN each. Figure 3 presents normal and reduced stress HMM maps established on the basis of three different types of analyses. In MNA, both when assuming a perfectly elastic plastic qualities of the material used for the creation of the model, and model made of material with linear strengthening, a plastic joint appeared at the top support node. However, this node is not representative for the analysed issue, as it constitutes a support for the model, not for the real construction.

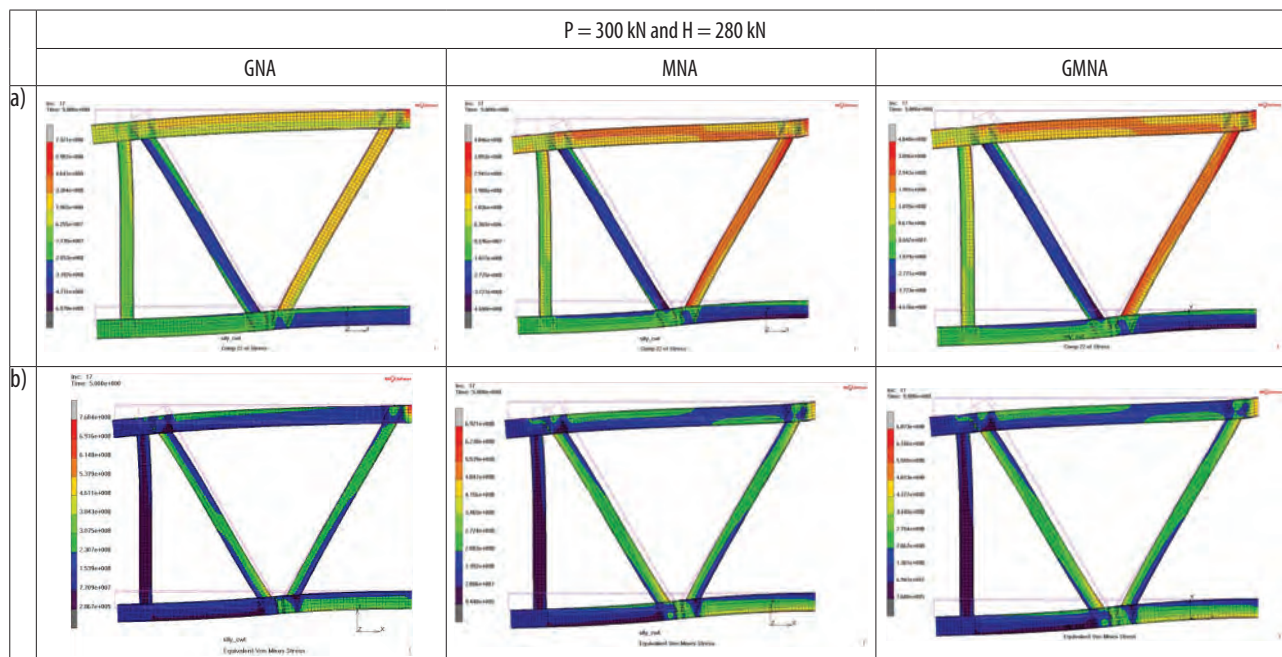


Fig. 3. Stress maps in a model made of sections insensitive to local instability: a) normal stress  $\sigma_{22}$ , b) reduced stress HMH (model of an elastic-plastic material with linear strengthening)

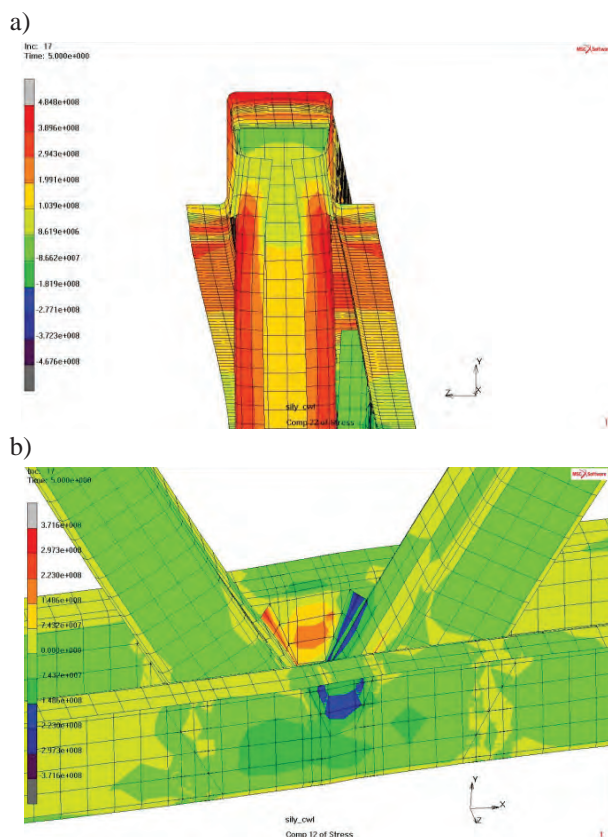


Fig. 4. a) Distortional buckling in cross braces, b) Shear stress map in the area of the analysed node

During all three types of analyses (MNA, GNA and GMNA) distortional buckling was also observed in cross braces, resulting from free inflection of (not

fixed) folds in channel section flanges (Fig. 4a), and increased shear stress values in the formed and compressed node (Fig. 4b).

On the basis of the conducted calculations, it can be stated that the value of stress in the area of the analysed node is not greater than in the members crossing in the node.

### 5.2. Model of a truss made of members with walls sensitive to local instability

The MNA and GMNA for the model of a truss made of members with walls sensitive to local instability was conducted only for assumed elastic plastic materials with linear strengthening. In this case, computational analysis was performed for two models of trusses with the following thickness of members' walls: cross braces 2 mm, chords 2 mm (further referred to as the '2/2' model) and cross braces 2 mm, chords 3 mm (further referred to as the '2/3' model). The '2/2' model was subjected to all three types of analyses (MNA, GNA and GMNA). Already with load value reaching  $P = 66$  kN and  $H = 140$  kN, both during the MNA and the GMNA, major deformations of the compressed hat section chord were observed (Fig. 5). However, during the GNA, deformations of the compressed chord were much less significant, which indicates that material nonlinearity for this type of trusses has strategic impact on local instability.

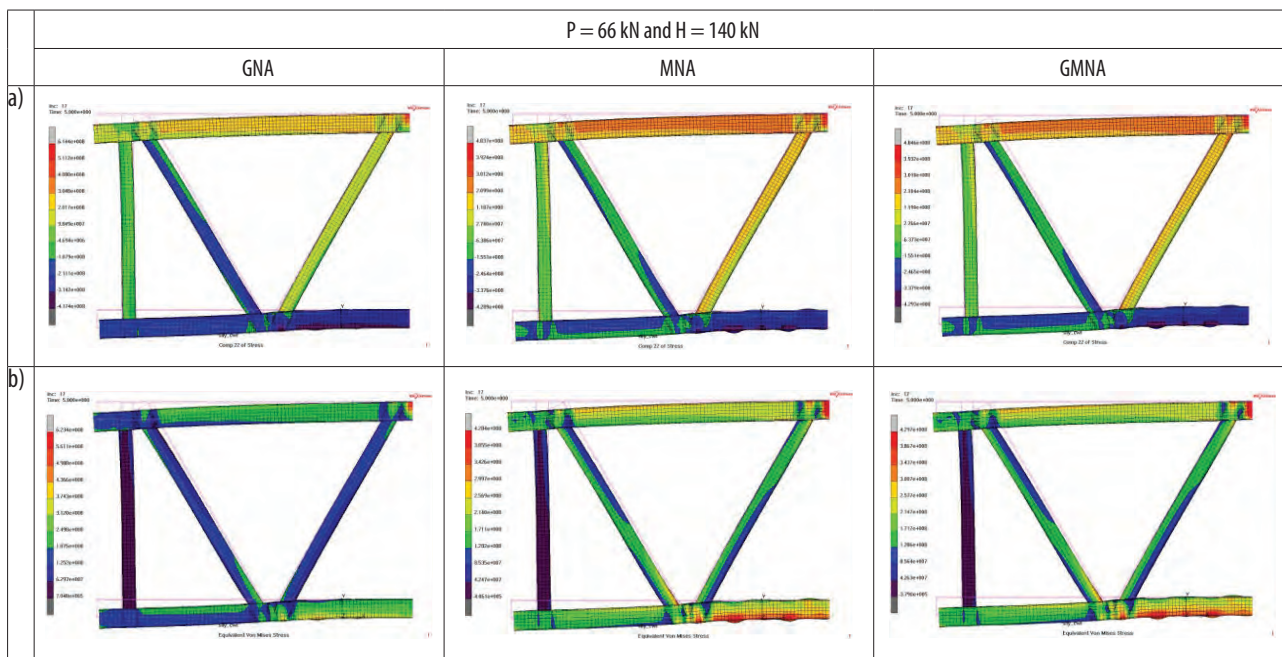


Fig. 5. Maps of stress occurring in the ‘2/2’ model, sensitive to local instability:  
a) Normal stress  $\sigma_{22}$ , b) Reduced stress HMM

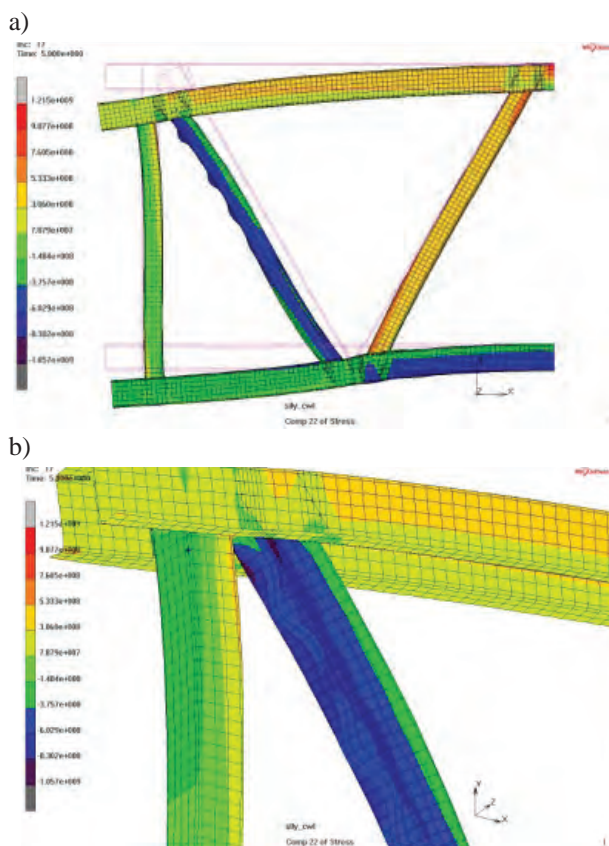


Fig. 6. Results of the GNA for the 2/3 model, a) Maps of normal stress  $\sigma_{22}$ ,  
b) Local instability for compressed cross brace

Additionally, for the purpose of GNA, a research on the ‘2/3’ model was conducted. It has been conducted

that the compressed cross brace is the weakest element for this model. Local instability was observed for the wall of the channel section, from which the cross brace was made, for load equalling  $P = 225$  kN and  $H = 280$  kN (Fig. 6).

### 6. Summary

The research that has been conducted until the present day on a computational model with rigid joints indicates the validity of the assumed research hypothesis, as none of the observed mechanisms of instability occurred in the compressed and bending area of the hat section. Also, no additional strain of material was noticed. However, complete verification of the hypothesis is only possible after performing further research on models and extended computational analysis, which would include the semi-rigid character of connections between cross braces and truss’ chords. Additionally, the results of computational analyses which were presented above, and which constituted the first stage of the conducted research, assumed perfect geometry of steel constructions. During further analysis, two types of geometric imperfection will be taken into consideration, namely: geometric deviations of cross sections and straightness deviation from the axis of specific members in the truss’ model.

## References

- [1] Bródka J., Broniewicz M.: *Konstrukcje stalowe z rur (Hollow sections structures)*, Arkady, Warszawa 2001.
- [2] Gordziej-Zagórowska M.: *Wpływ mimośrodków na nośność węzłów typu 'K' w kratownicach stalowych (The effect of load eccentricities of K-joints in steel trusses)*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, 625 (2012), pp. 23–32.
- [3] Packer J.A., Wardenier J., Kurobane Y., Dutta D., Yeomans N.: *Design guide for rectangular hollow section (RHS) joints under predominantly static loading*, CIODECT Construction with hollow steel sections, 1992.
- [4] PN-EN 1993-1-8, Eurocode 3: *Design of steel structures – Part 1-8: Design of joint*.
- [5] Wardenier J., Kurobane Y., Packer J.A., Dutta D., Yeomans N.: *Design guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading*, CIODECT Construction with hollow steel sections, 1991.
- [6] Bródka J., Broniewicz M., Gizejowski M.: *Kształtowniki gięte. Poradnik projektanta (Cold-formed sections. Design guide)*. Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów 2006.
- [7] Dubina D., Zaharia R.: *Cold-formed steel trusses with semi-rigid joints*, Thin-Walled Structures. Volume 29, Issues 1–4 (1997), pp. 273–287.
- [8] Camotin D., Basaglia C.: *Buckling analysis of thin-walled steel structures using generalized beam theory (GBT): state-of-the-art-report*, Steel Construction 2 (2013), pp. 117–131.
- [9] PN-EN 1993-1-1, Eurocode 3: *Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for building*.
- [10] Rzeszut K., Garstecki A.: *Zagadnienia niestateczności prętów z kształtowników giętych (Global and local stability of thin walled steel columns and beams)*, Inżynieria i Budownictwo 3 (2006), pp. 166–169.
- [11] Dubina D., Zaharia R.: *Stiffness of joints in bolted connected cold-formed steel trusses*, Journal of Constructional Steel Research, Volume 62, Issue 3 (2006), pp. 240–249.
- [12] Słowiński K., Świerczyńska S., Wuwer W., Zamorowski J.: *Podatność połączeń zakładkowych w konstrukcjach stalowych z kształtowników giętych (Flexibility of blind bolts of sheet metal sections)*, Inżynieria i Budownictwo, 5-6 (2010), pp. 327–331.

Małgorzata Gordziej-Zagórowska  
Elżbieta Urbańska-Galewska  
Robert Jankowski

# Modelowanie kratownicy z kształtowników giętych na zimno z mimośrodkami dodatnimi w węźle

## 1. Wstęp

W ostatnich latach można zaobserwować bardzo duże zainteresowanie lekkimi konstrukcjami z kształtowników giętych na zimno. W praktyce projektowej coraz większy nacisk kładzie się na racjonalne kształtowanie zarówno samych prętów, jak i projektowanych z nich konstrukcji cienkościennych. Pomimo iż w tej dziedzinie wciąż prowadzone są nowe badania i opracowywane normy, nadal nie wszystkie aspekty pracy tego typu konstrukcji zostały zbadane i wyjaśnione. Wiele zagadnień wciąż wymaga przeprowadzenia zarówno szczegółowych analiz numerycznych, jak również badań doświadczalnych. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie metodyki postępowania przy budowaniu modeli numerycznych,

najlepiej odwzorowujących zachowania się prętów kratownicy spawanej z kształtowników giętych na zimno, z mimośrodkami dodatnimi w węźle.

## 2. Problem badawczy

Zagadnienie mimośrodowego przecinania się prętów w węźle kratownicy oraz wpływu rodzaju i wartości mimośrodu na nośność węzłów jest bardzo dobrze przebadane i opracowane w przypadku kratownic z prętów o przekrojach poprzecznych zamkniętych (CHS, RHS). Technologia wykonania kratownicowych węzłów spawanych może powodować powstawanie dodatnich lub ujemnych mimośrodków. Szczegółowe informacje na temat takich węzłów znajdują się m.in. w publikacjach [1 – 5]. Z informacji zawartych w wymienionych pracach wynika, że nośność węzłów,



wykonanych z kształtowników rurowych, z mimośrodem dodatnim jest mniejsza niż węzłów bez mimośrodu ( $e = 0$ ). Natomiast w węzłach z mimośrodem ujemnym jest odwrotnie, ich nośność jest większa. Ponadto w normie [4] określono graniczne wartości mimośrodu dodatniego i ujemnego w węzłach dźwigarów kratownicowych wykonanych z przekrojów okrągłych i prostokątnych, przy których można pomijać ich wpływ na nośność węzłów: (1) i (2).

Z powyższego opisu wynika jednoznacznie, że spawane węzły dźwigarów kratowych z kształtowników rurowych, zostały bardzo dobrze przebadane i wpływ mimośrodów geometrycznych został jednoznacznie określony. Nie można tego jednak powiedzieć o węzłach dźwigarów kratowych wykonanych z kształtowników giętych na zimno o przekrojach poprzecznych otwartych.

Technologia wytwarzania dźwigarów kratowych z kształtowników giętych na zimno o przekrojach otwartych spowodowała odejście od połączeń spawanych na rzecz śrubowych. Wynika to z faktu, iż kształtowniki gięte na zimno o przekrojach poprzecznych otwartych wykonuje się z blach, które fabrycznie są ocynkowane jeszcze przed gięciem. Spawanie tych kształtowników w konstrukcji doprowadziłoby do zniszczenia kosztownej powłoki antykorozyjnej. W tej sytuacji zastosowanie łączników mechanicznych np. śrub jest rozwiązaniem, które gwarantuje zachowanie nieuszkodzonej powłoki cynkowej podczas łączenia poszczególnych elementów konstrukcji. Dodatkowo zastosowanie łączników śrubowych rozwiązuje problemy z transportem dużych elementów składowych konstrukcji, zyskując w ten sposób nie tylko szybki i tańszy montaż, ale również możliwość tworzenia konstrukcji rozbiernalych.

W niniejszej pracy wzięto pod uwagę systemowe rozwiązania hal stalowych, w których głównymi układami nośnymi są ramy z ryglami kratowymi wykonanymi z kształtowników giętych na zimno o przekrojach poprzecznych otwartych. W konstrukcji typowego jednospadowego dźwigara kratowniowego o kształcie trapezowym przy założeniu stałego rozstawu węzłów, zmienia się kąt nachylenia krzyżulców. Im większy kąt nachylenia krzyżulca, tym większa wartość mimośrodu dodatniego, a co za tym idzie i wartość siły tnącej. Strefa występowania największych mimośrodów dodatnich przypada w rejonie kalenicy. Zgodnie z obecnym stanem wiedzy [6, 7], wymiarując pasy dźwigara kratowniowego należy uwzględnić występowanie mimośrodu,

co w efekcie prowadzi do konieczności lokalnego zwiększenia przekroju pasa w strefie przywęzłowej. W praktyce realizuje się to przez wzmocnienie pasa nakładkami o przekrojach ceowych, tak jak to pokazano na rysunku 1.

Uwzględniając powyższe założono następującą hipotezę badawczą: nośność ściskanego i zginanego pasa dźwigara kratowego, wykonanego z kształtownika giętego na zimno o przekroju poprzecznym otwartym jest większa niż to wynika ze znanych dotychczas metod wymiarowania konstrukcji stalowych, z uwagi na lokalne warunki podparcia ścianek pręta o przekroju kapeluszowym występujące w obszarze węzła kratownicy.

W celu udowodnienia przyjętej hipotezy zaplanowano zarówno badania nośności węzła kratownicy z mimośrodem dodatnim na modelu badawczym wykonanym w skali 1:1, jak i szczegółowe analizy numeryczne. Model badawczy zaprojektowano z kształtowników giętych na zimno o przekrojach poprzecznych otwartych: pasy dźwigara z przekroju kapeluszowego, natomiast pręty wykratowania z ceowników z usztywnieniami brzegowymi. Docelowo wszystkie połączenia w węzłach kratownicy przewidziano jako śrubowe. Ze względu na duży kąt nachylenia krzyżulców –  $60^\circ$ , charakterystyczny dla tego typu dźwigarów, w węzłach pasów występuje mimośród dodatni.

Szczegółowym badaniom podlegać będzie węzeł z mimośrodem dodatnim znajdujący się na pasie ściskanym, ze względu na to, że ścianki elementów ściskanych są narażone na lokalną utratę stateczności, co nie będzie miało miejsca w przypadku elementu rozciąganego.

Model badawczy będzie obciążony pionową siłą węzłową P, która stanowi główne obciążenie badanej konstrukcji oraz dodatkowo do pasów będą wprowadzone równoważące się siły poziome H, w celu zwiększenia siły ściskającej w pasie dolnym, tak aby model lepiej odzwierciedlał rozkład sił w pasach występujących w rzeczywistej konstrukcji. Widok modelu badawczego i jego schemat statyczny przedstawiono na rysunku 2.

### 3. Nośność pręta giętego na zimno o przekroju kapeluszowym

Kształtowniki gięte na zimno, o przekrojach poprzecznych otwartych, z uwagi na proporcje grubości ścianek, wymiarów przekroju poprzecznego i ich długości należą do tzw. prętów cienkościennych.



Z kolei stosunek szerokości ścianek do ich grubości, będzie decydował o możliwości miejscowej utraty stateczności pod wpływem naprężeń ściskających lub stycznych. Z uwagi na parametr smukłości płytowej ścianki kształtownika konieczne jest rozróżnienie nośności pręta:

- niewrażliwego na miejscową utratę stateczności (wg [9] – klasa przekroju  $\leq 3$ ),
- wrażliwego na miejscową utratę stateczności (wg [9] – klasa przekroju równa 4).

Nośność pręta z kształtownika o przekroju poprzecznym otwartym zależy nie tylko od charakterystyki geometrycznej przekroju oraz sposobu jego podparcia i obciążenia. Może on ulec różnym formom utraty stateczności (dystorsyjnej, skrętnej, giętnej, giętno-skrętnej). Wobec powyższego, określając nośność pasa dźwigara kratowego wykonanego z przekroju kapeluszowego, należy uwzględnić interakcyjne warunki nośności.

Szczególną trudność w określaniu nośności prętów zginanych i ściskanych stanowią interakcyjne formy niestateczności, wystąpienie których uwarunkowane jest między innymi długością wybocheniową rozumianą jako długość półfali odkształconej po utracie stateczności ścianki, fragmentu przekroju złożonego z kilku ścianek lub też pręta jako całości [6]. I tak przy bardzo małych długościach wybocheniowych (porównywalnych z wymiarami przekroju poprzecznego) będzie występowała niestateczność miejscowa ścianek i odpowiadająca temu zjawisku nadkrytyczna redystrybucja naprężeń w przekroju. Natomiast duże długości wybocheniowe odpowiadają prętowym formom niestateczności ogólnej. Pomiędzy dwoma wymienionymi obszarami długości wybocheniowych występuje obszar pośredni o interakcyjnym charakterze niestateczności określanym jako dystorsyjna forma niestateczności.

Z uwagi na bardzo dużą złożoność zjawisk zachodzących w ściskanych i zginanych prętach o przekroju otwartym, rozwiązania analityczne problemu nośności pręta wykorzystują różne teorie. I tak nośność giętych na zimno prętów cienkościennych, niewrażliwych na miejscową utratę stateczności określa się na podstawie teorii prętów cienkościennych Timoszenki, która to została rozwinięta i uporządkowana przez Własowa. Teoria ta zakłada nieodkształcalność konturu przekroju poprzecznego pręta w każdym miejscu na jego długości. Przekrój może się tylko obracać lub przesuwac w swojej płaszczyźnie. Podczas odkształcania się pręta przekrój ulega deplanacji. Teoria ta ma jednak szereg ograniczeń, które mogą prowadzić

do błędnych wyników [10]. Nie można jej stosować w przypadku małych smukłości, kiedy forma utraty stateczności ma charakter miejscowy i założenie nieodkształcalności konturu nie jest spełnione.

Zagadnienie utraty stateczności miejscowej ścianki kształtownika jest rozwiązane za pomocą teorii nośności nadkrytycznej płyt. Przeprowadzone przez Wintera badania oraz zdefiniowanie pojęcia „szerokości współpracującej” pozwoliły na opracowanie metody uwzględniania utraty stateczności miejscowej poprzez wprowadzenie pojęcia „przekroju zastępczego”.

W niniejszej pracy, w celu określenia nośności ściskanego i zginanego pasa wykonanego z przekroju kapeluszowego opracowano model numeryczny, umożliwiający uwzględnienie deformacji konturu oraz interakcji różnych postaci wybochenia.

#### 4. Model numeryczny

Analizę numeryczną wykonano w programie Marc Mentat – MSC Software. Do odwzorowania modelu badawczego w formie modelu obliczeniowego zastosowano elementy powłokowe. Dyskretyzację modelu przeprowadzono przy użyciu elementów 4-węzłowych, typu „thin Stell”, w miarę możliwości zbliżonych kształtem do kwadratu oraz kilku 3-węzłowych również typu „thin Stell”, zastosowanych w modelu spoiny. Konstruowanie i siatkowanie modelu obliczeniowego przeprowadzono w programie AutoCAD przy zastosowaniu elementów powierzchniowych 3D, a następnie importowano gotowy, posiatkowany model do programu Marc Mentat, gdzie przyporządkowano poszczególnym elementom geometrycznym odpowiednie elementy skończone i cechy materiałowe oraz określono podpory i obciążenie.

Z uwagi na czasochłonność modelowania, w analizach wstępnych przyjęto założenie, że pręty w węzłach będą połączone spoinami, których model wykonano z elementów powłokowych o bardzo dużej sztywności, tak aby jedynie pełniły rolę nieodkształcalnych łączników, które nie będą deformować się pod wpływem obciążenia. Skomplikowane zagadnienie podatności zakładkowych połączeń śrubowych w tego typu połączeniach będzie uwzględnione w dalszych etapach prowadzonych analiz numerycznych przy wykorzystaniu zależności wyznaczonych przez [11] i [12].

Analizy numeryczne przeprowadzono dla dwóch modeli kratownic z różnymi grubościami ścianek prętów. Pierwszy model opracowano z elementów powłokowych o grubości: 5 mm (pręty wykratowania) i 6 mm (pasy), uzyskując tym samym przekroje

niewrażliwe na miejscową utratę stateczności (klasa pierwsza wg [9]). Natomiast drugi model został opracowany z elementów o grubości odpowiednio 2 mm i 3 mm oraz 2 mm i 2 mm, co wg [9] kwalifikuje te przekroje poprzeczne do klasy czwartej (przekroje wrażliwe na miejscową utratę stateczności).

Oba modele kratownic (niewrażliwe i wrażliwe na miejscową utratę stateczności) poddano trzem rodzajom analiz: analizie fizycznie nieliniowej (MNA), geometrycznie nieliniowej analizie sprężystej (GNA) oraz analizie geometrycznie i fizycznie nieliniowej (GMNA).

**Analiza fizycznie nieliniowa (MNA)** wynika z fizycznych właściwości materiału. Stal jest materiałem o nieliniowych własnościach mechanicznych. Nieliniowość stali można najlepiej zobrazować na wykresie zależności naprężenie-odkształcenie przy rozciąganiu. W teorii plastyczności stosuje się kilka rodzajów uproszczonych modeli wykresów zależności  $\sigma$ - $\epsilon$ . W podjętych rozważaniach przyjęto tylko dwa, a mianowicie: model materiału idealnie sprężysto-plastycznego, w którym wartość granicy plastyczności wynosi 420MPa oraz model materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem liniowym. Drugi model zdecydowanie lepiej odpowiada rzeczywistej charakterystyce wytrzymałościowej stali, co ma duże znaczenie, gdyż wyniki analiz numerycznych będą porównywane z wynikami badań doświadczalnych. **Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta (GNA)** uwzględnia drugi rodzaj nieliniowości, jakim jest nieliniowość geometryczna. Analiza ta wykorzystuje teorię zginania powłok o idealnej geometrii i dużych ugięciach. Należy tu również zaznaczyć, iż analizę tę oparto na założeniu liniowo-sprężystych właściwości mechanicznych materiału. Natomiast **analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa (GMNA)** jest to analiza uwzględniająca zarówno nieliniowość geometryczną, jak i fizyczną. W analizie tej wykorzystuje się teorię zginania powłok o idealnej geometrii i dużych ugięciach oraz model materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem liniowym.

## 5. Wyniki analiz numerycznych

### 5.1. Model kratownicy z prętów o ściankach niewrażliwych na miejscową utratę stateczności

Analiza została przeprowadzona na modelu wykonanym z kształtowników o grubości ścianek prętów wykratowania równej 5 mm oraz grubości ścianek pasów – 6 mm. Do konstrukcji przyłożono następujące obciążenie: siłę pionową 300 kN oraz dwie rów-

noważące się siły poziome o wartości 280 kN każda. Na rysunku 3 zestawiono mapy naprężeń normalnych i naprężeń zredukowanych HMH uzyskane w trzech różnych rodzajach analiz. Przy zastosowaniu analizy fizycznie nieliniowej, zarówno przy założeniu modelu materiału idealnie sprężysto-plastycznego, jak i modelu materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem liniowym, zaobserwowano powstanie przegubu plastycznego przy górnym węźle podporowym. Nie jest to jednak węzeł reprezentatywny dla analizowanego zagadnienia, jako że jest to podpora modelu, a nie rzeczywistej konstrukcji.

We wszystkich trzech rodzajach analiz (MNA, GNA i GMNA) zaobserwowano również dystorsyjną formę utraty stateczności krzyżulców, spowodowaną odchyleniem się swobodnym (niezamocowanych) zagięć stopek ceownika (rys. 4a), oraz podwyższone wartości naprężeń ścinających w zginanym i ścinanym węźle (rys. 4b).

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że wartości naprężeń w obszarze analizowanego węzła nie są większe niż w krzyżujących się w węźle prętach.

### 5.2. Model kratownicy z prętów o ściankach wrażliwych na miejscową utratę stateczności

Analizy MNA i GMNA dla modelu kratownicy z prętów o ściankach wrażliwych na miejscową utratę stateczności wykonano tylko przy założeniu materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem liniowym. W tym przypadku analizy numeryczne wykonano dla dwóch modeli kratownic o następujących grubościach ścianek prętów: krzyżulce 2 mm, pasy 2 mm (dalej nazywanym modelem '2/2') oraz krzyżulce – 2 mm, pasy – 3 mm (dalej nazywanym modelem '2/3'). Model '2/2' poddano wszystkim trzem rodzajom analiz (MNA, GNA i GMNA). Już przy wartości obciążenia  $P = 66$  kN i  $H = 140$  kN, zarówno w analizie MNA, jak i GMNA, zaobserwowano znaczne deformacje ściskanego pasa o przekroju kapeluszkowym (rys. 5). Natomiast w przypadku analizy GNA deformacje ściskanego pasa są znacznie mniejsze, co wskazuje na fakt, iż nieliniowość materiałowa dla tego modelu kratownicy ma decydujący wpływ na miejscową utratę stateczności.

Dodatkowo dla analizy GNA przeprowadzono również badania na modelu '2/3', dla którego najsłabszym elementem okazał się ściskany krzyżulec. Zaobserwowano miejscową utratę stateczności ścianek ceownika, z którego został wykonany krzyżulec, przy obciążeniu  $P = 225$  kN i  $H = 280$  kN (rys. 6).

## 6. Podsumowanie

Przeprowadzone dotychczas badania na modelu numerycznym o węzłach sztywnych, wskazują na słuszność założonej hipotezy badawczej, gdyż żaden z zaobserwowanych mechanizmów utraty stateczności nie występował w ściskanym i zginanym obszarze kształtownika o przekroju kapeluszowym, jak również nie zaobserwowano w tym obszarze zwiększonego wyężenia materiału. Jednakże pełna weryfikacja hipotezy wymaga przeprowadzenia badań modelowych oraz rozszerzonej analizy numerycznej, uwzględniającej podatność połączenia krzyżulców z pasami kratownicy. Ponadto w przedstawionych powyżej wynikach analiz numerycznych, stanowiących pierwszy etap prowadzonych badań, założono idealną geometrię konstrukcji stalowej. W kolejnych analizach zostaną również uwzględnione dwa rodzaje imperfekcji geometrycznych: odchyłki geometrii przekroju poprzecznego oraz odchyłki prostoliniowości osi poszczególnych prętów w modelu kratownicy.

