

# Nieliniowe sterowanie predykcyjne kaskadowym układem zbiorników

Bartosz Bieniek, Robert Piotrowski

Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Politechnika Gdańska, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

**Streszczenie:** Obiektem regulacji jest kaskadowy układ trzech zbiorników firmy INTECO. Do sterowania wykorzystywane są dwa z nich. Zaprojektowano dwa układy regulacji poziomu wody: jednowymiarowe algorytmy MPC – po jednym dla każdego ze zbiorników oraz wielowymiarowy algorytm MPC sterujący całym układem. Przeprowadzono analizę porównawczą opracowanych algorytmów sterowania dla zmiennej trajektorii zadanej.

**Słowa kluczowe:** kaskadowy układ zbiorników, modelowanie, sterowanie, nieliniowy układ regulacji, predykcyjny układ regulacji

## 1. Wprowadzenie

Zagadnienia sterowania poziomem cieczy w zbiornikach są aktualne i znajdują szerokie zastosowanie, w szczególności w gospodarce wodnej, np. sieci dystrybucji wody pitnej, zbiorniki retencyjne.

W ostatnich latach projektowano rozmaite jedno- i wielowymiarowe układy sterowania poziomem wody w zbiornikach [2]. W pracy [3] przedstawiono rozmyte i neuronowe układy regulacji. Autorzy udowodnili przewagę obu regulatorów nad regulatorem PID. Inne podejście pokazano w [4] i do sterowania zbiornikami wykorzystano regulatory PID oraz metodę alokacji biegunów. W pracy [5] zaprojektowano trzy układy regulacji: PI, wieloobszarowy oraz odporny z modelem. Przeprowadzono analizę porównawczą opracowanych algorytmów sterowania dla stałej i zmiennej trajektorii zadanej.

Obiektem zainteresowania jest układ trzech zbiorników połączonych kaskadowo. Dodatkowe elementy tego systemu to: urządzenia wykonawcze (pompa oraz trzy pary zaworów, po jednej dla każdego ze zbiorników), urządzenia pomiarowe (piezorezystancyjne czujniki ciśnienia, po jednym dla każdego ze zbiorników wraz z przetwornikami do zmiany wartości ciśnienia na sygnał elektryczny odpowiadający wysokości słupa cieczy w zbiorniku). Rozważany układ został kupiony od firmy INTECO [1] i jest wykorzystywany, w celach dydaktycznych i badawczych, przez studentów i pracowników Politechniki Gdańskiej (Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Inżynierii Systemów Sterowania). Nowe algorytmy sterowania zostały zaimplementowane i przetestowane w śro-

dowisku MATLAB. Wymianę danych między obiektem sterowania, a oprogramowaniem MATLAB, zrealizowano z wykorzystaniem karty akwizycji danych.

Algorytmy predykcyjne MPC (ang. *Model Predictive Control*) należą do grupy zaawansowanych metod sterowania. Ich działanie opiera się na wykorzystaniu przewidywanej odpowiedzi wielkości regulowanej, w celu wyznaczenia wartości wielkości sterujących. W tym celu korzysta się z modelu matematycznego sterowanego obiektu, wcześniejszych wartości sygnału sterującego oraz wartości sygnałów zakłócających. Algorytmy predykcyjne są wykorzystywane do sterowania nieliniowymi, wielowymiarowymi systemami dynamicznymi pracującymi w warunkach zakłóceń. Liczne przykłady zastosowań algorytmów MPC świadczą o ich dużym zainteresowaniu i użyteczności [6–9].

W pierwszej kolejności zaprojektowano system sterowania poziomem wody w dwóch zbiornikach (górny i środkowy), wykorzystując dwa jednowymiarowe regulatory MPC. Następnie zaprojektowano i przetestowano wielowymiarowy regulator MPC. Przeprowadzono testy symulacyjne, których celem była ocena jakości regulacji dla stałej i zmiennej trajektorii zadanej przy sterowaniu pompą oraz górnym i środkowym zaworem. Dolny zawór był otwarty w celu umożliwienia ciągłego transportu cieczy, a tym samym ciągłej regulacji.

## 2. Charakterystyka systemu sterowania

Szczegółowy opis systemu sterowania można znaleźć w dokumentacji firmy INTECO [1] oraz w pracy [5].

### 2.1. Zbiorniki

Podstawowymi elementami rozważanego systemu sterowania są trzy zbiorniki główne i zbiornik dodatkowy służący do magazynowania wody (rys. 1). Górny zbiornik jest prostopadłością, środkowy ma ścianę czołową w kształcie trapezu prostokątnego, a dolny zbiornik ma ścianę czołową w kształcie ćwierćokręgu.

#### Autor korespondujący:

Robert Piotrowski, robert.piotrowski@pg.gda.pl

#### Artykuł recenzowany

nadesłany 01.02.2017 r., przyjęty do druku 07.03.2017 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0



Rys. 1. Kaskadowy układ zbiorników  
Fig. 1. System of cascade tanks

## 2.2. Urządzenia wykonawcze

### 2.2.1. Pompa

Do wymuszania przepływu wody między zbiornikami (magazynującym a górnym) zainstalowano pompę prądu stałego zasilaną sygnałem PWM (ang. *Pulse Width Modulation*) (rys. 2).



Rys. 2. Pompa  
Fig. 2. Pump



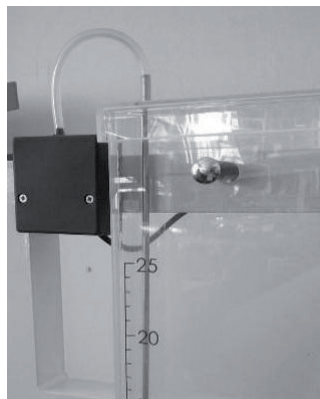
Rys. 3. Para zaworów – ręczny (lewy), sterowany (prawy)  
Fig. 3. Pair of valves – manual (left), controllable (right)

### 2.2.2. Zawory

Układ zbiorników wyposażony jest w trzy pary zaworów, po jednej dla każdego zbiornika. Para składa się z zaworu ręcznego oraz sterowanego (rys. 3). Drugi z nich regulowany jest za pomocą sygnału PWM i ma zmienny przepływ proporcjonalny do sygnału sterującego.

## 2.3. Urządzenia pomiarowe

Do pomiaru poziomu cieczy zainstalowano trzy piezorezystancyjne czujniki ciśnienia, po jednym do każdego zbiornika (rys. 4).



Rys. 4. Czujnik piezorezystancyjny  
Fig. 4. Piezoresistive sensor

Szczegółowy model obiektu sterowania przedstawiono w pracy [5]. Składa się on z liniowych i nieliniowych równań algebraicznych oraz różniczkowych, opisujących zależności między poszczególnymi elementami tego systemu sterowania. Jest to zatem złożony, z punktu widzenia sterowania, nieliniowy, dynamiczny system sterowania. Po weryfikacji modelu matematycznego stwierdzono jego użyteczność na potrzeby projektowania nowych algorytmów regulacji.

## 3. Projektowanie systemu sterowania

Do sterowania układem zbiorników wykorzystano dwa algorytmy MPC: jednowymiarowy i wielowymiarowy.

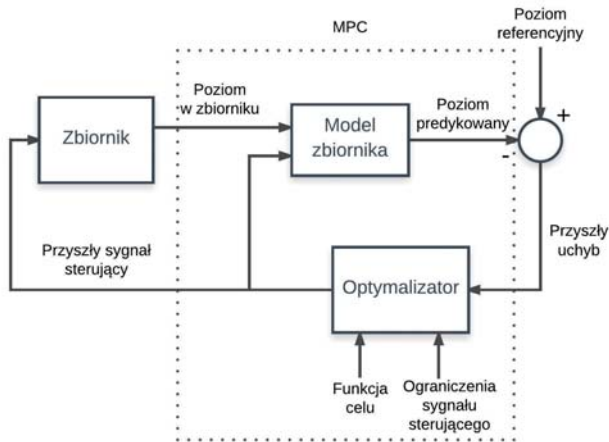
### 3.1. Jednowymiarowy algorytm MPC

Pierwszym podejściem do sterowania predykcyjnym układem zbiorników było zastosowanie dwóch niezależnych jednowymiarowych algorytmów MPC. Każdy z nich bazuje na pomiarze wyłącznie poziomu wody w sterowanym zbiorniku, jak również każdy z nich generuje sygnał sterujący dla pojedynczego urządzenia wykonawczego. Strukturę systemu sterowania przedstawiono na rys. 5 [10]. W całym układzie zaimplementowano dwa takie algorytmy.

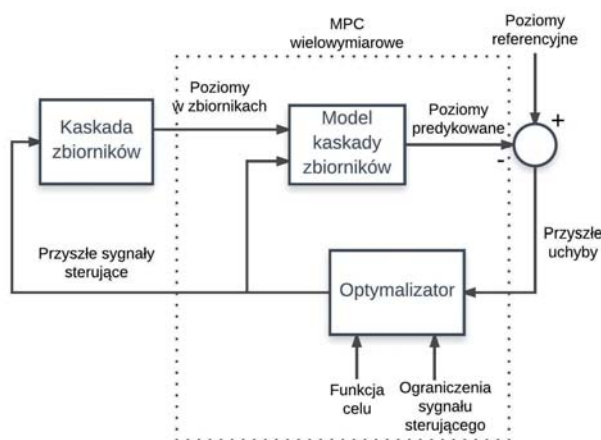
Trajektorie referencyjne dla regulatora MPC generowane są przez algorytmy tworzące macierz wartości zadanych dla chwili obecnej oraz chwil przyszłych. Macierz ta ma wymiary  $[1, H]$ , gdzie  $H$  jest długością horyzontu predykcji. Przyszłe wyjścia obiektu wyznaczone są iteracyjnie w każdym cyklu. Narzędziem predykcji jest model impulsowy, a jego parametry wyznaczone są metodą gradientową. Na bazie tych parametrów obliczana jest macierz  $Q$ , wykorzystywana do obliczenia nowych wartości przyrostów sygnału sterującego. Celem algorytmu jest minimalizacja różnicy między przewidywanym poziomem wody w zbiorniku i poziomem zadany, z uwzględnieniem wagi na zmianę sygnału sterującego. Minimalizowany jest następujący wskaźnik jakości sterowania:

$$J = \sum_{i=1}^H \left\{ \left[ \bar{y}(i+j) - h^0(i+j) \right]^2 + \rho \delta u(i+j-1) \right\} \quad (1)$$

gdzie:  $\bar{y}(i+j)$  – wyznaczona w chwili  $i$  predykcja wartości sygnału sterującego na chwilę  $i+j$  [-],  $h^0(i+j)$  – wartość poziomu referencyjnego w chwili  $i+j$  [m],  $\rho$  – parametr strojenia [-],  $H$  – horyzont predykcji [-],  $\delta u(i+j-1)$  – zmiana sygnału sterującego [-].



Rys. 5. Struktura jednowymiarowego układu regulacji MPC  
Fig. 5. Structure of a control system with a one-dimensional MPC controller



Rys. 6. Struktura wielowymiarowego układu regulacji MPC  
Fig. 6. Structure of a control system with a multidimensional MPC controller

Na obiekt podawane jest wyłącznie pierwsze z ciągu wygenerowanych sterowań. Ciąg ten ma wymiar  $[L, 1]$ , czyli długość horyzontu sterowania. Następnie mierzone są wyjścia obiektu, które wykorzystywane są w kolejnej iteracji algorytmu.

Tab. 1. Parametry jednowymiarowego układu regulacji MPC  
Tab. 1. Parameters of a one-dimensional MPC algorithm

Parametr	Wartość
$H$	40
$L$	20
$\rho$	10
długość kroku	0,01 s

Na sterowanie predycyjne MPC mają więc wpływ cztery parametry: horyzont predykcji  $H$ , horyzont sterowania  $L$ , parametr strojenia  $\rho$  oraz długość kroku. Horyzont predykcji powinien być dobrany tak, aby obejmował dynamikę obiektu. Horyzont sterowania nie może być większy od horyzontu predykcji. Długość kroku pozwala na częstsze wykonywanie algorytmu, dzięki czemu kosztem większych wymagań mocy obliczeniowej uzyskiwana jest większa kontrola nad procesem. Parametr  $\rho$  jest parametrem strojenia, określającym wagę przyrostu sterowania we wskaźniku jakości sterowania. W celu określenia wartości parametrów algorytmu MPC, przeprowadzono badania symulacyjne. Konieczny był kompromis między jakością sterowania a czasem obliczeń. Ostateczne wartości parametrów pokazano w tabeli 1.

### 3.2. Wielowymiarowy algorytm MPC

Drugim podejściem do sterowania układem zbiorników było zastosowanie wielowymiarowego algorytmu predycyjnego. Takie podejście pozwoliło na wspólną pracę dwóch urządzeń wykonawczych, w tym przypadku pompy i górnego zaworu. Wielowymiarowa odmiana algorytmu MPC pozwala na kontrolę nad interakcjami wewnętrznymi (w tym przypadku wpływu działania pompy na zbiornik górny oraz środkowy i działania zaworu górnego na oba zbiorniki).

Algorytm otrzymuje dwie trajektorie zadane: dla zbiornika górnego i środkowego, oraz dwie wartości mierzone: poziom wody w zbiorniku górnym i środkowym. Strukturę systemu sterowania przedstawiono na rys. 6.

Tab. 2. Parametry wielowymiarowego układu regulacji MPC  
Tab. 2. Parameters of a multidimensional MPC algorithm

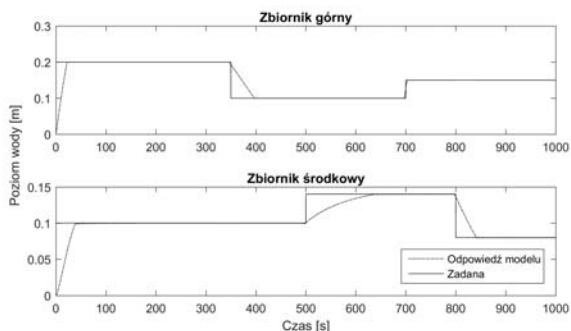
Parametr	Wartość
$H$	20
$L$	10
$\rho_1$	10
$\rho_2$	10
długość kroku	0,01 s

Analogicznie jak poprzednio, również dla układu wielowymiarowego algorytm tworzy macierz z trajektorią zadaną wymiaru  $[2, H]$ , gdyż jest to trajektoria dla obu zbiorników jednocześnie. Model impulsowy, zastosowany w celu predykcji przyszłych wyjść obiektu, ulega rozszerzeniu. Dodawane są estymatory wpływu poszczególnych urządzeń wykonawczych na oba zbiorniki, tj. wpływ pompy na zbiornik górny, pompy na zbiornik środkowy, zaworu górnego na zbiornik górny oraz zaworu górnego na zbiornik środkowy. Daje to możliwość sterowania obiektem z uwzględnieniem jego cech wewnętrznych. Większa liczba estymowanych modeli impulsowych wiąże się jednak ze wzrostem wymiaru macierzy  $Q$  – składają się na nią podmacierze zbudowane z parametrów poszczególnych modeli. Powoduje to znaczny wzrost wymagań na moc obliczeniową komputera. Zwiększa się również liczba parametrów algorytmu, gdyż zamiast pojedynczego parametru strojenia  $\rho$  pojawiają się dwa parametry  $\rho_1$  oraz  $\rho_2$ , po jednym dla każdego wymiaru algorytmu. Wyznaczone symulacyjne wartości parametrów pokazano w tabeli 2.

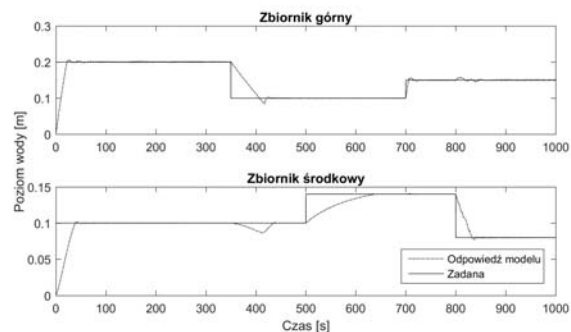
### 4. Wyniki sterowania

W pierwszej kolejności przeprowadzono badania symulacyjne na modelach symulacyjnych. Analizowane algorytmy predykcyjne zostały opracowane w środowisku MATLAB w postaci osobnych aplikacji. Wyniki sterowania dla układu jednowymiarowego pokazano na rys. 7, a dla układu wielowymiarowego na rys. 8. Sygnały sterujące poszczególnymi urządzeniami wykonawczymi dla obu algorytmów przedstawiono na rys. 9–10.

W obu przypadkach wyniki sterowania są satysfakcjonujące. W układzie wielowymiarowym uzyskano krótsze czasy regulacji. Pojawiło się natomiast większe przeregulowanie spowodowane minimalizacją sumy uchybu dla obu zbiorników jednocześnie. Regulator celowo doprowadzał do wzrostu wartości uchybu w jednym ze zbiorników, w celu szybszego uzyskania wartości zadanej dla drugiego zbiornika.



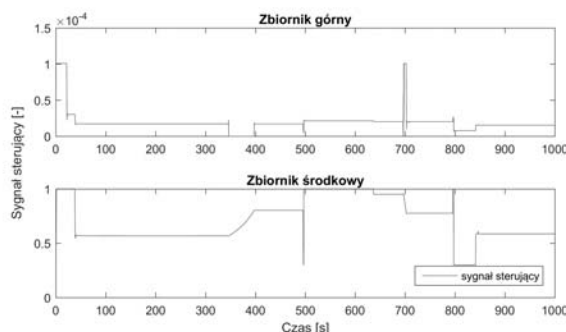
Rys. 7. Odpowiedź modelu układu regulacji – jednowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 7. Response of a model – one-dimensional MPC



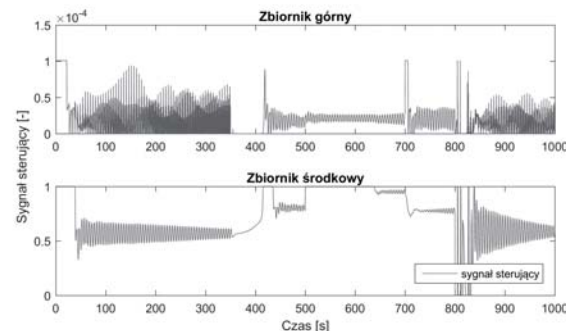
Rys. 8. Odpowiedź modelu układu regulacji – wielowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 8. Response of a model – multidimensional MPC

Tab. 4. Analiza porównawcza  
Tab. 4. Comparative analysis

Regulator	Zbiornik górny	Zbiornik środkowy	Suma
PI	6,73	5,2	11,93
wieloobszarowy	6,18	4,94	11,12
MFC	11,21	4,27	15,48
jednowymiarowy MPC	3,03	3,42	6,45
wielowymiarowy MPC	2,98	3,31	6,29



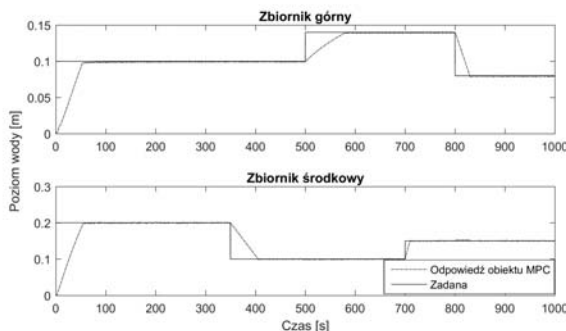
Rys. 9. Sygnały sterujące – jednowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 9. Control signals – one-dimensional MPC



Rys. 10. Sygnały sterujące – wielowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 10. Control signals – multidimensional MPC

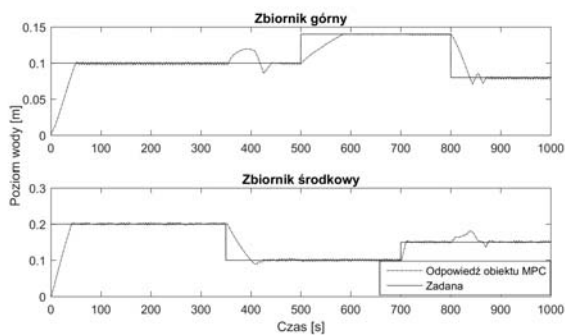
Tab. 3. Wartości kryterium ISE  
Tab. 3. Values of ISE criterion

Regulator	Zbiornik górny	Zbiornik środkowy	Suma
jednowymiarowy MPC	0,7841	0,2357	1,2413
wielowymiarowy MPC	0,5324	0,2305	0,7629



Rys. 11. Odpowiedź układu regulacji – jednowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 11. Response of a control system – one-dimensional MPC





Rys. 12. Odpowiedź układu regulacji – wielowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 12. Response of a control system – multidimensional MPC

Sygnał sterujący dla układu jednowymiarowego nie zawiera szybkich zmian, co pozytywnie wpływa na żywotność urządzeń wykonawczych. W przypadku algorytmu wielowymiarowego, zmiany sygnałów sterujących były większe. Nie były one jednak na tyle duże, aby urządzenia wykonawcze nie mogły ich zrealizować.

Ostatnim i najważniejszym elementem projektowania algorytmu sterowania było sprawdzenie poprawności działania na obiekcie. Wyniki sterowania oraz sygnały sterujące przedstawiono na rys. 11–14.

W obu przypadkach można zauważyć wysoką jakość sterowania. Mimo różnic między modelem obiektu, a obiektem nie było potrzeby zmiany algorytmu sterowania. Dzięki adaptacyjnym cechom algorytmu MPC, możliwe było uwzględnienie strefy nieczułości w urządzeniach wykonawczych oraz zmiany charakterystyki przepływu pompy i zaworu. Algorytm wielowymiarowy brał pod uwagę minimalizację uchybu dla obu zbiorników jednocześnie. Takie podejście poprawiło wynik sterowania (zmniejszenie kwadratów błędów dla sumy obu zbiorników), dzięki zwiększeniu uchybu w jednym ze zbiorników w celu zmniejszenia uchybu w drugim zbiorniku. Skutkiem tego było występowanie uchybów w stanie ustalonym. Uchyby te nie występowały przy jednowymiarowych algorytmach MPC. Uwzględnienie dodatkowego współczynnika kary dla uchybów występujących w stanie ustalonym powinno doprowadzić do ich wyeliminowania, a przynajmniej zmniejszenia. Sygnały sterujące charakteryzowały się dużo większą zmiennością niż w przypadku odpowiednich testów symulacyjnych. Spowodowane było to zaszumieniem pomiaru wysokości słupa wody w zbiornikach (falewanie, niedokładność czujników). W celu poprawy konieczne byłoby zaprojektowanie dodatkowych filtrów dla urządzeń pomiarowych.

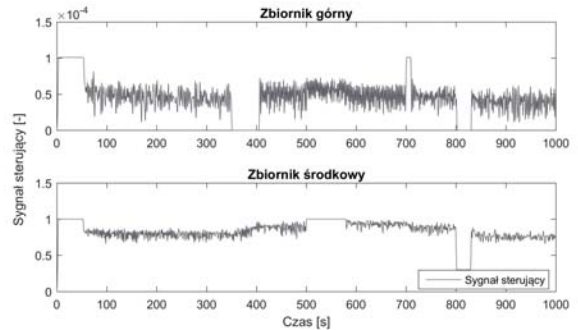
Dla dokładniejszego porównania wyników regulacji obliczono całkę z kwadratu uchybu regulacji (2) (ang. *Integral Square Error*). Przedstawione wyniki (tabela 3) potwierdzają wcześniejsze wnioski.

$$ISE = \int_{t_0}^{t_k} e^2(t) dt \quad (2)$$

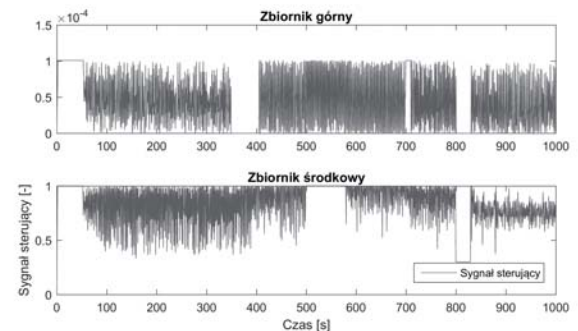
Ponadto wyniki sterowania porównano z tymi uzyskanymi w pracy [5], wykorzystując zmienną trajektorię zadaną z [5] i kryterium (2) (tab. 4).

## 5. Podsumowanie

Rozważany w artykule obiekt sterowania, kaskadowy układ zbiorników, jest systemem nieliniowym, wielowymiarowym i dynamicznym, pracującym w warunkach zakłóceń. Cechy te spowodowały, że do regulacji poziomem wody w zbiornikach zaprojektowano dwa nieliniowe algorytmy predykcyjne: jedno-



Rys. 13. Sygnały sterujące – jednowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 13. Control signals – one-dimensional MPC



Rys. 14. Sygnały sterujące – wielowymiarowy algorytm MPC  
Fig. 14. Control signals – multidimensional MPC

wymiarowy i wielowymiarowy. Dokonano oceny otrzymanych rezultatów sterowania. Wyniki przedstawiono na modelach (komputerowym i fizycznym) układu zbiorników i porównano je z [5]. Wielowymiarowy algorytm predykcyjny okazał się dokładniejszy od dwóch jednowymiarowych algorytmów MPC. Ponadto algorytmy predykcyjne okazały się lepsze od wszystkich przedstawionych w [5].

## Bibliografia

- [www.diee.unica.it/~pisano/3TankUserManual.pdf] – Inteco (2013). *User Manual*, dostęp 05.04.2015 r.
- Stenlund B., Medvedev A., *Level control of cascade coupled flotation tanks*. “Control Engineering Practice”, Vol. 10 (4), 2002, 443–448.
- Tomera M., Kasprowicz A., *Zastosowanie regulatora neuronowego i rozmytego do sterowania poziomem wody w układzie kaskadowym dwóch zbiorników*. „Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej”, Rok LIII, Nr 3 (190) 2012, 123–138.
- Tomera M., Kaczmarczyk A., *Komputerowy układ sterowania poziomem wody w kaskadzie dwóch zbiorników*. „Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki”, Nr 28/2010, 135–138.
- Bakun P., Długoński O., Piotrowski R. *Zaawansowane metody sterowania kaskadowym układem zbiorników*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, 3/2015, 25–30.
- Tatjewski P., *Advanced control of industrial processes: structures and algorithms*. Springer-Verlag, London Limited 2007.
- Holkar K.S., Waghmare L.M., *An Overview of Model Predictive Control*, “International Journal of Control and Automation”, Vol. 3, No. 4, 2010, 47–63.
- Christofides P.D., Scattolini R., de la Pena D.M., Liu J., *Distributed model predictive control: A tutorial review and*

- future research directions*, "Computers & Chemical Engineering", Vol. 51, 21–41.
9. Tarnawski J., *Implementacja algorytmu regulacji predykcyjnej MPC w sterownikach programowalnych*, "Pomiary Automatyka Robotyka", Nr 6, 2013 100–107.
  10. Fitri Y., Yasuchika M., *Model Predictive Control for Car Vehicle Dynamics System – Comparative Study*, IEEE International Conferencw on Information Science and technology ICIST 2013, DOI: 10.1109/ICIST.2013.6747530.

## Nonlinear predictive control of a cascade of tanks

**Abstract:** The control system is a cascade of three tanks of INTECO. They are used to control two of them. Two algorithms of water level control are used: two single dimensional model predictive control (MPC) algorithms, one for each tank, and a multi-dimensional MPC controlling both tanks simultaneously. A comparative analysis of developed control algorithms for variable set-point trajectory.

**Keywords:** cascade tanks, modeling, control, nonlinear control system, predictive control

### mgr inż. Bartosz Bieniek

b.bieniek92@gmail.com

Absolwent studiów magisterskich kierunku Automatyka i Robotyka, spec. Systemy Sterowania i Wspomagania Decyzji na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Zainteresowania: zaawansowane systemy sterowania, sterowanie predykcyjne, automatyka przemysłowa.



### dr inż. Robert Piotrowski

robert.piotrowski@pg.gda.pl

Absolwent Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej (2001 r.) (kierunek: Automatyka i Robotyka). W 2005 r. uzyskał stopień doktora nauk technicznych (Automatyka i Robotyka). Obecnie adiunkt w Katedrze Inżynierii Systemów Sterowania. Zainteresowania naukowe dotyczą modelowania i zaawansowanych metod sterowania procesami przemysłowymi.

