

# Obserwator prędkości kątovej wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej oparty na metodzie backstepping ze ślizgowymi funkcjami przełączającymi

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono strukturę obserwatora prędkości kątovej wirnika, która jest oparta na rozszerzonym modelu matematycznym maszyny indukcyjnej klatkowej. Funkcje stabilizujące obserwator uzyskano na podstawie metody backstepping. Ponadto zastosowano ślizgowe funkcje przełączające. Przedstawiono badania eksperymentalne.

**Abstract.** The speed observer structure of induction machine in which is based on extended induction machine model is presented in this paper. Stabilizing functions are obtained by using the backstepping approach. Furthermore the sliding mode control law is used. The experimental results are presented. (Speed observer of induction machine based on backstepping and sliding mode approaches).

**Słowa kluczowe:** maszyna indukcyjna klatkowa, obserwator prędkości, backstepping, sterowanie ślizgowe.

**Keywords:** induction machine, speed observer, backstepping, sliding mode.

## Wstęp

Sterowanie bez czujnika prędkości kątovej wirnika dowolnej maszyny elektrycznej jest nazwane sterowaniem bezczujnikowym. W układzie regulacji stosuje się algorytm estymujący wartość prędkości kątovej wirnika oraz zmiennych stanu maszyny. Tematyka sterowania bezczujnikowego jest rozwijana od lat 80 dwudziestego wieku. Artykuły te dotyczą układów opartych na mechanizmach adaptacyjnych [1-2] z wykorzystaniem ślizgowych funkcji przełączających, metodzie backstepping [3-4] oraz metodach sztucznej inteligencji. W artykułach tych zawarto różne struktury układów odtwarzających zmienne stanu maszyny jak np.: adaptacyjne [3-5], ze ślizgowymi funkcjami przełączającymi, bazujące na metodzie backstepping [3-5].

W strukturach regulacji opartych na metodzie ślizgowej występuje zjawisko związane z nieciągłą funkcją przełączającą z ang. *chattering* [6-11]. W niektórych rozwiązaniach zaproponowano, aby nieciągłą funkcję przełączającą *signum(.)* zastąpić funkcją saturacji *sat(.)* i nieco obniżyć poziom niekorzystnego zjawiska. Częściową eliminację zjawiska *chatteringu* uzyskuje się poprzez zastosowanie sterowania ślizgowego wyższego rzędu. Jednym z takich algorytmów jest STA z ang. *supertwisting algorithm* nadający się do układów odtwarzających zmienne stanu [12] jak i układów sterowania [13].

W [14] zaproponowano liniowy obserwator prędkości kątovej wirnika oparty na rozszerzonym modelu maszyny. Obserwator ten cechuje się nieadaptacyjną metodą odtwarzania prędkości kątovej wirnika. W [15] pokazano obserwator prędkości oparty na rozszerzonych zmiennych stanu maszyny oraz na metodzie backstepping. W tym artykule zaproponowano rozszerzenie struktury obserwatora przedstawionego w [15] o dodatkowe ślizgowe funkcje przełączające. Takie podejście poprawia właściwości obserwatora zwłaszcza przy prędkościach wirnika bliskich zero oraz niepewności parametrów obwodu zastępczego maszyny, co pokazano w kolejnych sekcjach artykułu.

## Model matematyczny maszyny indukcyjnej klatkowej

Maszynę indukcyjną klatkową można przedstawić za pomocą równań różniczkowych dla wektora prądu stojana oraz strumienia wirnika [14-16]:

$$(1) \quad \frac{di_s}{d\tau} = -a_1 i_s + a_2 \psi_r + ja_3 \omega_r \psi_r + a_4 u_s,$$

$$(2) \quad \frac{d\psi_r}{d\tau} = -a_5 \psi_r + j\omega_r \psi_r + a_6 i_s,$$

oraz równanie ruchu

$$(3) \quad \frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{1}{J} (T_e - T_l),$$

gdzie  $i_s$ ,  $u_s$ ,  $\psi_r$  są odpowiednio wektorami prądu, napięcia stojana oraz strumienia wirnika oraz wprowadzono następujące oznaczenia:

$$a_1 = \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma}, \quad a_2 = \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma}, \quad a_3 = \frac{L_m}{w_\sigma}, \quad a_4 = \frac{L_r}{w_\sigma},$$

$$a_5 = \frac{R_r}{L_r}, \quad a_6 = \frac{R_r L_m}{L_r}, \quad w_\sigma = L_r L_s - L_m^2.$$

Na etapie projektowania układu regulacji zakłada się, że parametry maszyny są znane i niezmiennie w czasie oraz składowe wektora prądu stojana  $i_{s\alpha}$ ,  $i_{s\beta}$  jak i składowe wektora napięcia stojana  $u_{s\alpha}$ ,  $u_{s\beta}$  są wielkościami znanymi lub dostępnymi pomiarowo, natomiast składowe wektora strumienia wirnika  $\psi_{r\alpha}$ ,  $\psi_{r\beta}$ , wartość prędkości kątovej  $\omega_r$  i składowe wektora prądu stojana będą odtwarzane za pomocą struktury obserwatora prędkości.

## Obserwator prędkości kątovej wirnika

W [17] przedstawiono syntezę estymatorów zmiennych stanu obiektu, w której prawo sterowania uzyskano na podstawie mechanizmu backstepping. Opierając się na założeniach przedstawionych w [17], model matematyczny estymatora maszyny indukcyjnej należy rozszerzyć o integrator uzyskując przy tym strukturę z ang. *integrator backstepping*.

W celu syntezy obserwatora prędkości model matematyczny opisany w postaci wektorowej rozszerzono o integrator:

$$(4) \quad \dot{x} = Ax + Bu,$$

$$(5) \quad y = Cx,$$

$$(6) \quad \dot{\xi} = x_1,$$

gdzie  $y_1 = x_1$  a wektor  $u$  jest dostępny pomiarowo lub jego wartość jest znana.

Obserwator prędkości dla (4)–(6) przyjmuje następującą postać:

$$(7) \quad \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + v,$$

$$(8) \quad \hat{y} = C\hat{x},$$

$$(9) \quad \dot{\hat{\xi}} = \hat{x}_1.$$

Integrator (9) nie jest w żaden sposób powiązany ze strukturą (7)–(8) zatem należy określić odpowiednie sprzężenia zapewniające stabilność strukturze (7)–(9). Wektor  $v$  jest traktowany jako wektor funkcji stabilizujących system (nowe wejście), który zostanie określony za pomocą mechanizmu backstepping.

Opierając się na koncepcji przedstawionej w [14] model matematyczny obserwatora prędkości kątowej wirnika można rozszerzyć o dodatkowe zmienne stanu:

$$(10) \quad \hat{Z}_\alpha = \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\alpha},$$

$$(11) \quad \hat{Z}_\beta = \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\beta}.$$

Rozważając model matematyczny (1)–(2) w układzie związanym z nieruchomym stojanem ( $\alpha\beta$ ), po określeniu równań różniczkowych dla zmiennych  $Z_\alpha$  i  $Z_\beta$  oraz oznaczeniu estymowanych wielkości przez “ $\wedge$ ” otrzymano następującą strukturę [15]:

$$(12) \quad \frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau} = -a_1 \hat{i}_{s\alpha} + a_2 \hat{\psi}_{r\alpha} + a_3 \hat{Z}_\beta + a_4 u_{s\alpha} + v_\alpha,$$

$$(13) \quad \frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau} = -a_1 \hat{i}_{s\beta} + a_2 \hat{\psi}_{r\beta} - a_3 \hat{Z}_\alpha + a_4 u_{s\beta} + v_\beta,$$

$$(14) \quad \frac{d\hat{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = -a_5 \hat{\psi}_{r\alpha} - \hat{Z}_\beta + a_6 \hat{i}_{s\alpha} + v_{\psi\alpha},$$

$$(15) \quad \frac{d\hat{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = -a_5 \hat{\psi}_{r\beta} + \hat{Z}_\alpha + a_6 \hat{i}_{s\beta} + v_{\psi\beta},$$

$$(16) \quad \frac{d\hat{Z}_\alpha}{d\tau} = \frac{d\hat{\omega}_r}{d\tau} \hat{\psi}_{r\alpha} - \hat{\omega}_r (\hat{Z}_\beta - a_6 \hat{i}_{s\alpha}) + a_5 \hat{Z}_\alpha + v_{Z\alpha}$$

$$(17) \quad \frac{d\hat{Z}_\beta}{d\tau} = \frac{d\hat{\omega}_r}{d\tau} \hat{\psi}_{r\beta} + \hat{\omega}_r (\hat{Z}_\alpha + a_6 \hat{i}_{s\beta}) + a_5 \hat{Z}_\beta + v_{Z\beta},$$

w której wprowadzono nowe funkcje stabilizujące obserwator oznaczone:  $v_{\alpha,\beta}$ ,  $v_{\psi\alpha,\beta}$ ,  $v_{Z\alpha,\beta}$ .

Prędkość kątowa wirnika może być określona za pomocą następującej formuły [14]:

$$(18) \quad \hat{\omega}_r = \frac{\hat{Z}_\alpha \hat{\psi}_{r\alpha} + \hat{Z}_\beta \hat{\psi}_{r\beta}}{\hat{\psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\psi}_{r\beta}^2}.$$

W celu wykorzystania metody backstepping strukturę (12)–(17) należy rozszerzyć o integrator [15]:

$$(19) \quad \frac{d\hat{\xi}_{s\alpha}}{d\tau} = \hat{i}_{s\alpha},$$

$$(20) \quad \frac{d\hat{\xi}_{s\beta}}{d\tau} = \hat{i}_{s\beta}.$$

Rozważając formę wyjściową z ang. *strict-output feedback form*, w której składowe wektora prądu stojana są mierzone oraz składowe wektora napięcia stojana są znane, otrzymano model błędów estymacji (odchyłeń):

$$(21) \quad \frac{d\tilde{i}_{s\alpha}}{d\tau} = a_2 \tilde{\psi}_{r\alpha} + a_3 \tilde{Z}_\beta + v_\alpha,$$

$$(22) \quad \frac{d\tilde{i}_{s\beta}}{d\tau} = a_2 \tilde{\psi}_{r\beta} - a_3 \tilde{Z}_\alpha + v_\beta,$$

$$(23) \quad \frac{d\tilde{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = -a_5 \tilde{\psi}_{r\alpha} - \tilde{Z}_\beta + v_{\psi\alpha},$$

$$(24) \quad \frac{d\tilde{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = -a_5 \tilde{\psi}_{r\beta} + \tilde{Z}_\alpha + v_{\psi\beta},$$

$$(25) \quad \frac{d\tilde{Z}_\alpha}{d\tau} = -\hat{\omega}_r \tilde{Z}_\beta - \tilde{\omega}_r (\hat{Z}_\beta - \tilde{Z}_\beta - a_6 \hat{i}_{s\alpha}) + a_5 \tilde{Z}_\alpha + v_{Z\alpha},$$

$$(26) \quad \frac{d\tilde{Z}_\beta}{d\tau} = \hat{\omega}_r \tilde{Z}_\alpha + \tilde{\omega}_r (\hat{Z}_\alpha - \tilde{Z}_\alpha + a_6 \hat{i}_{s\beta}) + a_5 \tilde{Z}_\beta + v_{Z\beta},$$

$$(27) \quad \frac{d\tilde{\xi}_{s\alpha}}{d\tau} = \tilde{i}_{s\alpha},$$

$$(28) \quad \frac{d\tilde{\xi}_{s\beta}}{d\tau} = \tilde{i}_{s\beta},$$

gdzie błędy estymacji zdefiniowano następująco:

$$\tilde{i}_{s\alpha,\beta} = \hat{i}_{s\alpha,\beta} - i_{s\alpha,\beta},$$

$$\tilde{\omega}_r = \hat{\omega}_r - \omega_r,$$

$$\tilde{\psi}_{r\alpha,\beta} = \hat{\psi}_{r\alpha,\beta} - \psi_{r\alpha,\beta},$$

$$\tilde{Z}_\alpha = \hat{Z}_\alpha - Z_\alpha,$$

$$\tilde{Z}_\beta = \hat{Z}_\beta - Z_\beta,$$

$$\tilde{\xi}_{s\alpha} = \hat{\xi}_{s\alpha} - \xi_{s\alpha},$$

$$\tilde{\xi}_{s\beta} = \hat{\xi}_{s\beta} - \xi_{s\beta}.$$

W celu uproszczenia struktury (21)–(28) założono, że:

$$\frac{d\tilde{\omega}_r}{d\tau} = \frac{\Delta\tilde{\omega}_r}{\Delta T} = const.$$

Struktura zawierająca model błędów estymacji obserwatora rozszerzona o integrator nadaje się do zastosowania metody backstepping. W pierwszym kroku należy ustabilizować strukturę obserwatora przez integrator. Funkcje stabilizujące otrzymano poprzez zastosowanie teorii stabilności Lapunowa. Funkcję Lapunowa określono następująco:

$$(29) \quad V_1(\tilde{\xi}_{\alpha,\beta}) = \frac{1}{2}(\tilde{\xi}_{s\alpha}^2 + \tilde{\xi}_{s\beta}^2).$$

Pochodna funkcji musi być ujemnie określona zatem funkcje stabilizujące integrator  $\sigma_{\alpha,\beta}$  powinny być wybrane w następujący sposób:

$$(30) \quad \sigma_\alpha = -c_\alpha \tilde{\xi}_{s\alpha},$$

$$(31) \quad \sigma_\beta = -c_\alpha \tilde{\xi}_{s\beta}.$$

W drugim kroku procedury backstepping należy wprowadzić odchyłkę  $z_{\alpha,\beta}$ , która stanowi różnicę pomiędzy  $\tilde{i}_{s\alpha,\beta}$  a funkcjami stabilizującymi integrator  $\sigma_{\alpha,\beta}$ :

$$(32) \quad z_\alpha = \tilde{i}_{s\alpha} + c_\alpha \tilde{\xi}_{s\alpha},$$

$$(33) \quad z_\beta = \tilde{i}_{s\beta} + c_\alpha \tilde{\xi}_{s\beta}.$$

Po odpowiednim przekształceniu (32)–(33) i podstawieniu do (27)–(28) otrzymano krok wstecz przez integrator:

$$(34) \quad \frac{d\tilde{\xi}_{s\alpha}}{d\tau} = z_\alpha - c_\alpha \tilde{\xi}_{s\alpha},$$

$$(35) \quad \frac{d\tilde{\xi}_{s\beta}}{d\tau} = z_\beta - c_\alpha \tilde{\xi}_{s\beta}.$$

Kolejnym krokiem metody backstepping jest określenie pochodnej odchyłki  $z_{\alpha,\beta}$  (32)–(33), która ma następującą postać:

$$(36) \quad \dot{z}_\alpha = a_2 \tilde{\psi}_{r\alpha} + a_3 \tilde{Z}_\beta + v_\alpha + c_\alpha \tilde{i}_{s\alpha},$$

$$(37) \quad \dot{z}_\beta = a_2 \tilde{\psi}_{r\beta} - a_3 \tilde{Z}_\alpha + v_\beta + c_\alpha \tilde{i}_{s\beta}.$$

Realizując kolejne kroki procedury backstepping można uzyskać strukturę obserwatora z ciągłymi funkcjami stabilizującymi [15]. W tym artykule zostanie przedstawione odmienne podejście polegające na wprowadzeniu ślizgowego prawa sterowania, które przedstawiono np. w

[10]. Należy zdefiniować następujące powierzchnie ślizgowe:

$$(38) \quad s_{i\alpha} = \tilde{i}_{s\alpha},$$

$$(39) \quad s_{i\beta} = \tilde{i}_{s\beta}.$$

Ślizgowe prawo sterowania w postaci ogólnej zdefiniowano w [10]:

$$(40) \quad u = u_{eq} + u^*,$$

gdzie:

$$(41) \quad u^* = -c \operatorname{sgn}(s_i), \quad c > 0.$$

przy czym funkcja  $\operatorname{sign}(\cdot)$  może być kawałkami ciągła [13].

W celu określenia funkcji stabilizujących strukturę obserwatora można skorzystać z teorii Lapunowa. Funkcja Lapunowa ma następującą postać:

$$(42) \quad V = \frac{1}{2} (\tilde{\xi}_\alpha^2 + \tilde{\xi}_\beta^2 + z_\alpha^2 + z_\beta^2 + \tilde{\psi}_\alpha^2 + \tilde{\psi}_\beta^2 + \tilde{Z}_\alpha^2 + \tilde{Z}_\beta^2).$$

Pochodna funkcji (42) musi być ujemnie określona zatem po podstawieniu odpowiednich zależności można wyznaczyć funkcje stabilizujące, przy czym uwzględniono ślizgowe prawo sterowania (41):

$$(43) \quad v_\alpha = -a_2 \tilde{\psi}_{r\alpha} - c_\alpha \operatorname{sgn}(s_{i\alpha}) - c_\beta z_\alpha - \tilde{\xi}_\alpha,$$

$$(44) \quad v_\beta = -a_2 \tilde{\psi}_{r\beta} - c_\alpha \operatorname{sgn}(s_{i\beta}) - c_\beta z_\beta - \tilde{\xi}_\beta,$$

$$(45) \quad v_{\psi\alpha} = \tilde{Z}_\beta,$$

$$(46) \quad v_{\psi\beta} = -\tilde{Z}_\alpha,$$

$$(47) \quad v_{z\alpha} = k_z (a_5 v_{\psi\beta} + a_3 z_\beta),$$

$$(48) \quad v_{z\beta} = k_z (a_5 v_{\psi\alpha} - a_3 z_\alpha),$$

gdzie wprowadzono wzmocnienia  $c_\alpha, c_\beta > 0$  and  $k_z > 0$  dla, których pochodna funkcji Lapunowa jest ujemnie określona.

**Propozycja 1:** Rozpatrując (45)–(46) można wprowadzić nowe powierzchnie ślizgowe zdefiniowane następująco:

$$(49) \quad s_{z\alpha} \equiv \tilde{Z}_\alpha = \hat{Z}_\alpha - \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\alpha},$$

$$(50) \quad s_{z\beta} \equiv \tilde{Z}_\beta = \hat{Z}_\beta - \hat{\omega}_r \hat{\psi}_{r\beta}.$$

Po zastosowaniu prawa ślizgowego otrzymano nową postać funkcji stabilizujących (45)–(46):

$$(51) \quad v_{\psi\alpha} = k_\psi \operatorname{sgn}(s_{z\beta}),$$

$$(52) \quad v_{\psi\beta} = -k_\psi \operatorname{sgn}(s_{z\alpha}).$$

W wyrażeniu określającym pochodną funkcji Lapunowa występują składniki zawierające błędy prędkości kątovej wirnika, które mogą mieć wpływ na znak pochodnej i w efekcie destabilizować strukturę obserwatora. Dlatego funkcję Lapunowa (42) należy rozszerzyć o następujący składnik:

$$(53) \quad V_2 = \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\omega}_r^2.$$

Pochodną  $\frac{d\tilde{\omega}_r}{d\tau}$  występującą w (16)–(17) można określić:

$$(54) \quad \frac{d\tilde{\omega}_r}{d\tau} = \gamma_1 \left( \tilde{Z}_\alpha (\hat{Z}_\beta - a_6 \hat{i}_{s\alpha}) - \tilde{Z}_\beta (\hat{Z}_\alpha + a_6 \hat{i}_{s\beta}) \right),$$

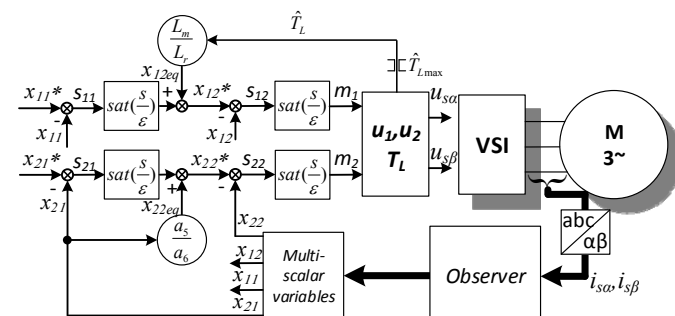
gdzie  $\gamma_1 > 0$  przy założeniu  $\frac{d\omega_r}{d\tau} = 0$ .

W podobny sposób jak powyżej do wyrażenia (54) można wprowadzić ślizgowe funkcje przełączające, korzystając przy tym z (51)–(52):

$$(55) \quad \frac{d\tilde{\omega}_r}{d\tau} = \gamma_1 \left( \operatorname{sgn}(s_{z\alpha}) (\hat{Z}_\beta - a_6 \hat{i}_{s\alpha}) - \operatorname{sgn}(s_{z\beta}) (\hat{Z}_\alpha + a_6 \hat{i}_{s\beta}) \right).$$

Struktura obserwatora prędkości (12)–(17) wraz z (34)–(35) jest stabilna jeżeli wprowadzone wzmocnienia w funkcjach stabilizujących są dodatnio określone. Wzmocnienia te można określić na podstawie rozmieszczenia biegunów zlinearyzowanej struktury obserwatora wokół zmian błędów estymacji lub poprzez analizę znaku pochodnej funkcji Lapunowa [8, 13], czego w niniejszym artykule nie przedstawiono.

Zaproponowaną strukturę obserwatora prędkości kątovej wirnika zaimplementowano w układzie regulacji ze ślizgowym prawem sterowania [18], w którym wymuszano prędkość kątovej wirnika oraz stabilizowano kwadrat składowych wektora strumienia wirnika. Schemat blokowy układu regulacji przedstawia rys. 1.



Rys.1. Schemat blokowy układu regulacji ze zmiennymi multiskalarnymi

W układzie regulacji z rysunku 1 zastosowano transformację do postaci zmiennych multiskalarnych oraz wartość momentu obciążenia estymowana w sposób adaptacyjny. Układ zawiera sterowania odsprzęgające  $u_1, u_2$ , które określono zgodnie z prawem sterowania ślizgowego dla zdefiniowanych powierzchni ślizgowych  $s_{ii}$ , gdzie  $i=1 \dots 4$ .

Zmienne multiskalarnie zdefiniowano [16]:

$$(56) \quad X_i = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_r \\ \hat{\psi}_{r\alpha} \hat{i}_{s\beta} - \hat{\psi}_{r\beta} \hat{i}_{s\alpha} \\ \hat{\psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\psi}_{r\beta}^2 \\ \hat{\psi}_{r\alpha} \hat{i}_{s\alpha} + \hat{\psi}_{r\beta} \hat{i}_{s\beta} \end{bmatrix}.$$

## Wyniki badań eksperymentalnych

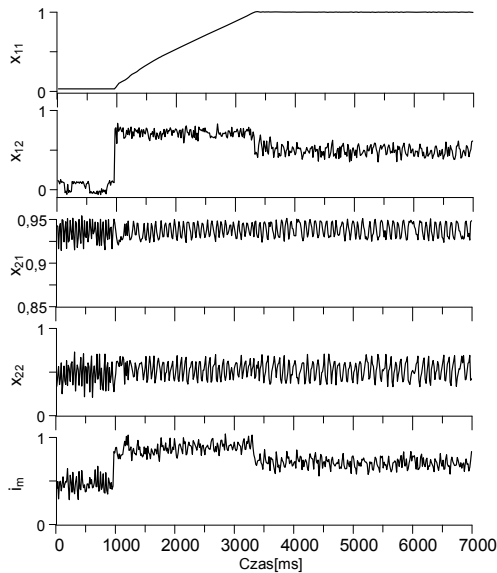
Testy eksperymentalne zrealizowano na maszynie o mocy 5,5 kW zasilanej dwukierunkowym przekształtnikiem napięcia. Parametry układu napędowego przedstawiono w Tabeli 1.

Bezczujnikowy układ regulacji zaimplementowano w interfejsie z procesorem *DSP Sharc ADSP21363* współpracującym z układem FPGA Altera Cyclone 2.

Testy podzielono na dwie sekcje (A. Rozruch, nawrót i zmiana momentu obciążenia, B. Odporność na niedokładność parametrów maszyny). Na wszystkich zaprezentowanych rysunkach wymuszany kwadrat strumienia wirnika to  $x_{21}=0,92$  j.w. Zaprezentowano przebiegi następujących wielkości:  $x_{11}$  – estymowana prędkość kątovej wirnika,  $x_{12}$  – estymowany moment elektromagnetyczny,  $x_{21}$  – kwadrat składowych wektora strumienia wirnika,  $x_{22}$  – dodatkowa zmienna,  $\hat{T}_L$  – estymowany moment obciążenia,  $i_m$  – moduł wektora prądu stojana,  $\tilde{\omega}_r$  – błąd estymowanej prędkości kątovej wirnika.

### A. Rozruch, nawrót i zmiana momentu obciążenia

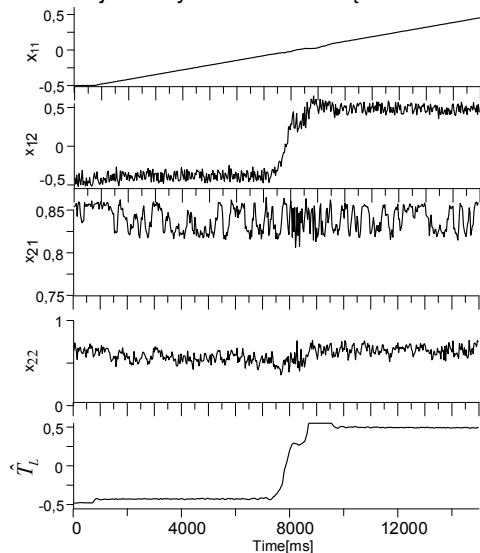
Na rys. 2 przedstawiono przebiegi zmiennych dla skokowej zmiany prędkości kątovej wirnika oraz przy zadanym momencie obciążenia 0,6 j.w.



Rys.2. Rozruch maszyny do prędkości znamionowej, moment obciążenia zadano około 0,6 j.w.

Na rysunku 3 pokazano nawrót do prędkości 0,5 j.w. Maszyna została obciążona około 0,5 j.w. oraz ograniczono narastanie prędkości zadanej, przez co przejście przez zero prędkości trwa dłużej (około 0,3 s). Pomimo tego układ regulacji jest stabilny. Nie oznacza to, że dla zerowej częstotliwości napięcia stojana będzie stabilny.

Na rysunku 4 przedstawiono nawrót do prędkości -0,005 j.w., maszyna nieobciążona. Błąd odtwarzania prędkości kątowej wirnika jest mniejszy od 0,02 j.w. Zaprezentowano dodatkowo przebiegi estymowanych składowych prądu stojana oraz składowej wektora strumienia wirnika  $\psi_{ra}$ . Testy zaprezentowane na rysunkach 2 i 3 zrealizowano przy znamionowych parametrach obwodu zastępczego maszyny. Układ regulacji odpowiednio reaguje na wymuszenie oraz wprowadzane zakłócenia w postaci skokowej zmiany momentu obciążenia.

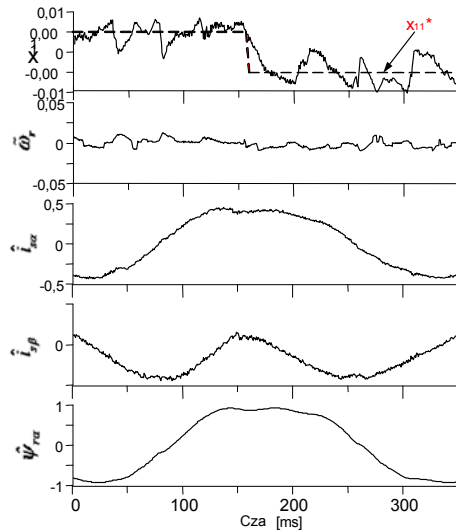


Rys.3. Nawrót od 0,5 do -0,5 j.w., moment obciążenia 0,5 j.w.

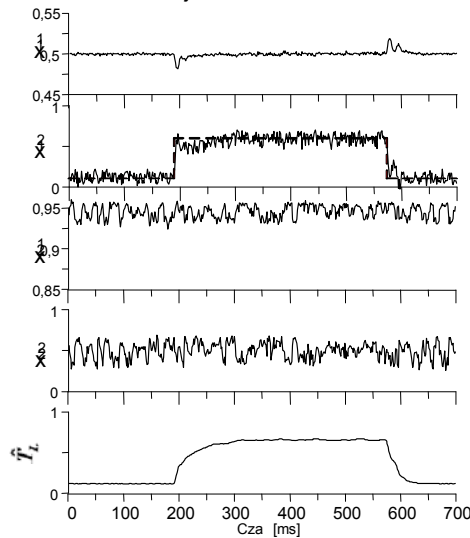
Na rysunku 5 pokazano reakcję wybranych estymowanych wielkości na wprowadzone zakłócenie w postaci skokowej zmiany momentu obciążenia. Test przeprowadzono dla zadanej prędkości kątowej wirnika równej 0,5 j.w.

Na rysunku 6 przedstawiono skokową zmianę prędkości kątowej wirnika z 0,1 na 0 j.w. przy zadanym momencie obciążenia równym około 0,5 j.w. W chwili wymuszenia

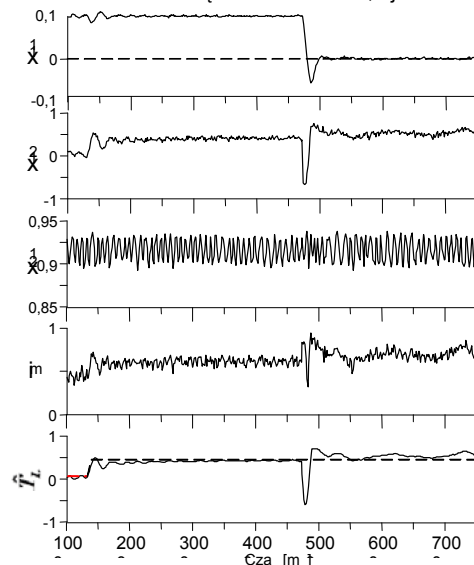
zerowej prędkości kątowej wirnika widoczna jest odchyłka estymowanego momentu obciążenia związana z błędami estymacji pozostałych zmiennych stanu maszyny. Układ regulacji pozostaje stabilny.



Rys.4. Nawrót przeprowadzony dla bardzo małych prędkości wirnika od 0,005 do -0,005 j.w.



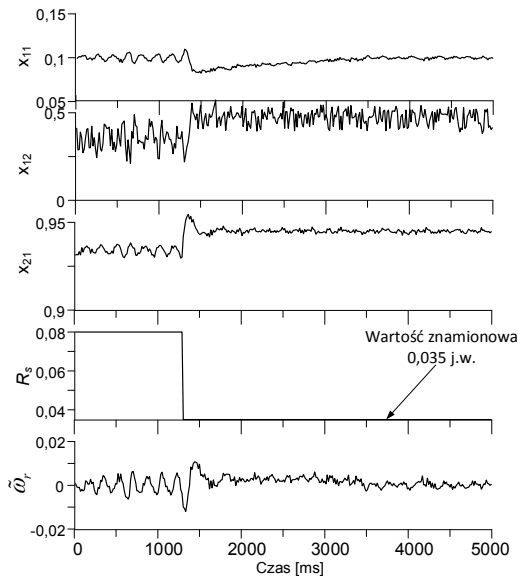
Rys.5. Zmiana momentu obciążenia do około 0,6 j.w.



Rys.6. W chwili 1,5 s skokowa zmiana momentu obciążenia do wartości 0,5 j.w. oraz w chwili około 4,5 s zmiana wymuszanej prędkości na 0 j.w.

## B. Odporność na niedokładność parametrów maszyny

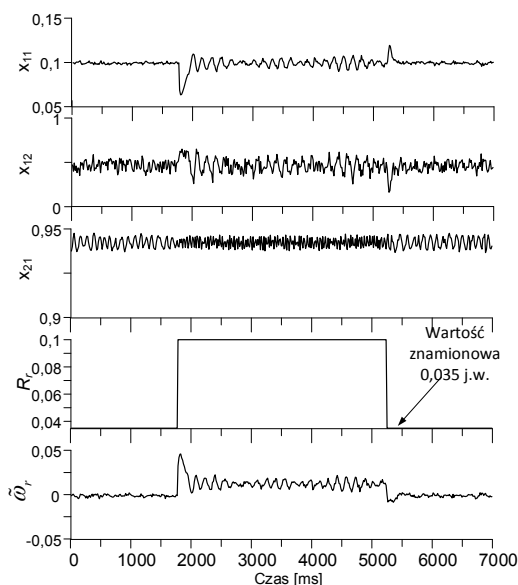
Na rys. 7 przedstawiono przebiegi wybranych wielkości silnika przy ponad dwukrotnej zmianie rezystancji stojana w stosunku do znamionowej. Wartość rezystancji stojana zmieniono z 0,08 na 0,035 j.w.



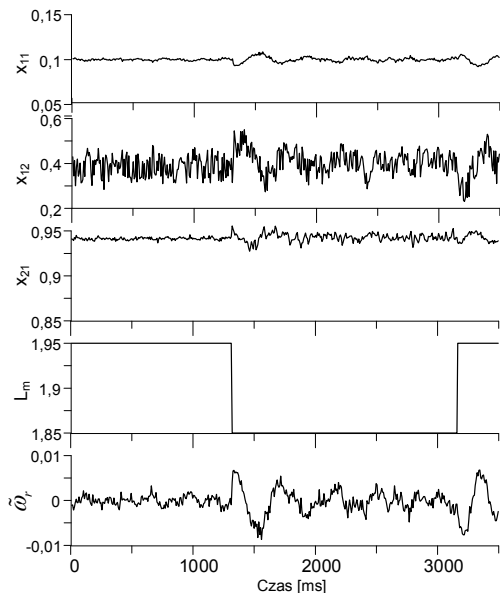
Rys.7. Zmiana rezystancji stojana z 0,08 na 0,035 j.w., maszyna obciążona momentem o wartości 0,45 j.w.

Tabela 1. Parametry znamionowe maszyny

Symbol	Opis	Wartość
$R_{sN}$	Rezystancja stojana	2.92 $\Omega$ /0.035 p.u.
$R_{rN}$	Rezystancja wirnika	3.36 $\Omega$ /0.032 p.u.
$L_m$	Indukcyjność główna	0.422 H/1.95 p.u.
$L_s, L_r$	Indukcyjność stojana i wirnika	0.439 H/2.04 p.u.
$L_\sigma$	Indukcyjność rozproszenia	0.017 H/0.09 p.u.
$P_n$	Moc znamionowa	5.5 kW
$I_n$	Prąd stojana (Y)	11 A
$U_n$	Napięcie stojana (Y)	400 V
$n$	Prędkość znamionowa	1430 rpm
$f$	Częstotliwość	50 Hz
$U_b=U_n$	Napięcie odniesienia	400 V
$I_b = I_n \sqrt{3}$	Prąd odniesienia	18,9 A
$P_b$	Moc odniesienia	7,56 kW

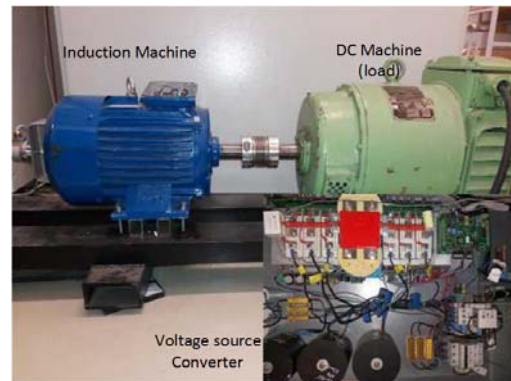


Rys.8. Zmiana rezystancji wirnika z 0,035 na 0,1 j.w., maszyna obciążona momentem o wartości 0,45 j.w.



Rys. 9. Zmiana indukcyjności głównej z 1,95 na 1,85 j.w., maszyna obciążona momentem o wartości około 0,45 j.w.

Na rysunkach 8 i 9 zaprezentowano przebiegi wielkości dla zmiany odpowiednio rezystancji wirnika z 0,035 na 0,1 j.w. oraz indukcyjności głównej z 1,85 na 1,95 j.w. Pomimo wprowadzonego zakłócenia układ regulacji pracuje stabilnie.



Rys.10. Stanowisko laboratoryjne z maszyną indukcyjną klatkową obciążoną maszyną prądu stałego

Na rysunku 10 pokazano zdjęcie stanowiska laboratoryjnego. Maszynę indukcyjną klatkową zesprzęglono z maszyną prądu stałego, która stanowi obciążenie. Na rys. 10 pokazano również dwukierunkowy przekształtnik napięcia o mocy 7,5 kW.

## Podsumowanie

W artykule przedstawiono strukturę obserwatora prędkości kątowej wirnika z nowymi funkcjami stabilizującymi. Funkcje te otrzymano po rozszerzeniu struktury o integrator oraz zastosowaniu metody backstepping wraz ze ślizgowym prawem sterowania. Ponadto zastosowano układ regulacji, w którym występują regulatory ślizgowe. Testy eksperymentalne pokazały, że struktura taka sprawdza się szczególnie dla prędkości kątowej wirnika bliskiej zero. Maszyna nieobciążona jest w stanie wykonać nawrót przy prędkości 7 obr/min. Bardzo duże znaczenie przy tak małych prędkościach ma zastosowany algorytm modulacji szerokości impulsów oraz kompensacji czasów martwych. W układzie eksperymentalnym zaimplementowano rozwiązanie przedstawione w [19]. Nieciągłe funkcje przełączające



powodują dodatkowe wzbudzenie struktury obserwatora prędkości zwłaszcza przy zerowych prędkościach wirnika, co pozytywnie wpływa na eksponencyjną stabilność estymatora [20]. Zaproponowany obserwator wykazuje dużą odporność na niepewność parametrów. Przeprowadzone testy pokazują, że w stanie ustalonym przy maszynie obciążonej i prawie znamionowym momentem obciążenia, ponad dwukrotna zmiana rezystancji stojana lub wirnika nie wytrąca bezczujnikowego układu regulacji ze stabilności. Podobna sytuacja występuje podczas zmiany indukcyjności głównej. Wprowadzone w ten sposób dodatkowe zakłócenia powodują jedynie zwiększenie poziomu oscylacji estymat, czyli błędów odtwarzania składowych wektora strumienia wirnika.

Istotną wadą zaproponowanego rozwiązania jest efekt chatteringu pojawiającego się w przebiegach prezentowanych wielkości maszyny. Poziom oscylacji można ograniczyć zmieniając progi i wzmocnienia funkcji saturacji. Jest on związany ze ślizgowymi funkcjami przełączającymi i praktycznie nie do wyeliminowania. Ponadto generowany jest dodatkowy poziom hałasu wytwarzany przez maszyny.

### Nomenklatura ważniejszych oznaczeń

" $\wedge$ "	oznaczenie zmiennych estymowanych,
" $\sim$ "	oznaczenie błędów estymacji,
$i_{sa,\beta}$	składowe wektora prądu stojana,
$\psi_{ra,\beta}$	składowe wektora strumienia wirnika,
$U_{sa,\beta}$	składowe wektora napięcia stojana,
$\omega_r$	prędkość kątowna wirnika,
$R_r, R_s$	rezystancje wirnika i stojana,
$L_m$	indukcyjność główna,
$L_s, L_r$	indukcyjności stojana i wirnika,
$T_e$	moment elektromagnetyczny,
$T_L$	moment obciążenia,
$J$	moment bezwładności,
$\tau$	czas bezwzględny,
$\hat{Z}_{\alpha,\beta}$	dodatkowe zmienne stanu obserwatora,
$V_{\alpha,\beta}$	funkcje stabilizujące obserwator,
$v_{\psi\alpha,\beta}, v_{Z\alpha,\beta}$	funkcje stabilizujące obserwator,
$C_{\alpha,\beta}, Y_1$	wzmocnienia obserwatora,

**Autorzy:** dr hab. inż. Marcin Morawiec, E-mail: marcin.morawiec@edu.pg.gda.pl dr hab. inż. Arkadiusz Lewicki, E-mail: arkadiusz.lewicki@edu.pg.gda.pl Prof. dr hab. inż. Zbigniew Krzemiński, E-mail: zbigniew.krzemiński@edu.pg.gda.pl Politechniki Gdańskiej, Katedra Automatyki Napędu Elektrycznego, ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk.

### LITERATURA

- [1] Benlaloui I., Drid S., Chrifi-Alaoui L., Ouriagli M., Implementation of a New MRAS Speed Sensorless Vector Control of Induction Machine, *IEEE Trans. on Energy Conv.*, Vol.: 30, Issue: 2, pp: 588-595, DOI: 10.1109/TEC.2014.2366473.
- [2] Zhao L., Huang J., Liu H., Li B., Kong W., Second-Order Sliding-Mode Observer With Online Parameter Identification for Sensorless Induction Motor Drives, *IEEE Trans. on Ind. Electr.*, Vol.: 61, Issue: 10, pp.: 5280-5289, DOI: 10.1109/TIE.2014.2301730.
- [3] Trabelsi R., Khedher A., Mimouni M. F., M'Sahli F., Backstepping control for an induction motor using an adaptive sliding rotor-flux observer. *Electric Power Systems Research*, Vol. 93, pp. 1–1, Dec. 2012.
- [4] Drid S., Tadjine M., Nait-Said M. S., Robust backstepping vector control for the doubly fed induction motor, *IET Control Theory & Applications*, 2007, Vol.: 1, Issue: 4, pp: 861-868, DOI: 10.1049/iet-cta:20060053.
- [5] Saghafinia A., Ping H. W., Uddin M. N., Gaeid K. S., Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control Into Chattering-Free IM Drive, *IEEE Trans. On Ind. Appl.*, Vol 51, No. 1, 2015.
- [6] Barrero F., Gonzalez A., Torralba A., Galvan E., Franquelo L. G., Speed control of induction motors using a novel fuzzy sliding-mode structure, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 3, pp. 375–383, Jun. 2002.
- [7] Ghanes M., Gang Z., On Sensorless Induction Motor Drives: Sliding-Mode Observer and Output Feedback Controller. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3404-3413, Sep. 2009.
- [8] Benchaib A., Rachid A., Audrezet E., Tadjine M., Real time sliding mode observer and control of an induction motor. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol.46, no. 1, pp.128–138, Feb.1999.
- [9] Rao S., Buss, M. Utkin V., Simultaneous state and parameter estimation in induction motors using first and second-order sliding modes. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3369-3376, Sep. 2009.
- [10] Utkin V. I., Guldner J. G., Sh J.i, Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. ISBN 9781420065602. CRC Press 2009.
- [11] Young, K. D. Utkin V. I., A control engineer's guide to sliding mode control, *IEEE Trans. on Control Sys. Tech.*, vol. 7, no. 3, may 1999.
- [12] Moreno J. A., Osorio M., Strict Lyapunov functions for the super-twisting algorithm, *IEEE Trans. Autom. Control.*, vol. 57, no. 4, pp. 1035–1040, Apr. 2012.
- [13] Gennaro S., Rivera Dominguez J., Meza M. A., Sensorless High Order Sliding Mode Control of Induction Motors With Core Loss, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 6, pp. 2678–2689, June 2014.
- [14] Krzeminski Z., Observer of induction motor speed based on exact disturbance model, *Power Electr. and Motion Control Conf., 13th EPE-PEMC*, pp. 2294-2299, 2008.
- [15] Morawiec M., Z type Observer Backstepping For Induction Machines, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, Vol. 62, Issue: 4, pp. 2090-2103, 2015.
- [16] Krzeminski Z., Nonlinear control of induction motor. *Proc. of the 10th IFAC World Congress*, Munich 1987.
- [17] Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P., Nonlinear and Adaptive Control Design, Wiley-Interscience Publication 1995.
- [18] Morawiec M., Lewicki A., Krzemiński Z.: Sliding mode multiscalar control of induction motor, *International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.)*. Vol. 3, no 5, 2008, pp. 892–900.
- [19] Lewicki A.: Wybrane problemy cyfrowego sterowania pośrednimi przekształtnikami napięcia i prądu, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Monografie 132, 2013.
- [20] Marino, R. Tomei P., Verrelli C. M., Induction motor control design, Springer, London, 2010.