

## OCENA MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA METODY PUNKTU WEWNĘTRZNEGO DO OPTIMALIZACJI ROZPŁYWU MOCY BIERNEJ W SYSTEMIE ELEKTROENERGETYCZNYM – REFERAT KONFERENCYJNY

Zbigniew LUBOŚNY<sup>1</sup>, Krzysztof DOBRZYŃSKI<sup>2</sup>, Jacek KLUCZNIK<sup>3</sup>

1. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: 58 3471641      fax: 58 347 1898      e-mail: z.lubosny@ely.pg.gda.pl
2. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: 58 3471798      fax: 58 347 1898      e-mail: k.dobrzynski@ely.pg.gda.pl
3. Wydział Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej  
tel: 58 3471798      fax: 58 347 1898      e-mail: j.klucznik@ely.pg.gda.pl

**Streszczenie:** W referacie poddano weryfikacji metodę punktu wewnętrznego pod kątem jej wykorzystania do optymalizacji rozpyływu mocy biernej w systemie elektroenergetycznym. Rozważania przeprowadzono na 28 węzłowym systemie CIGRE, z wykorzystaniem zaimplementowanej metody punktu wewnętrznego w programie Power Factory firmy DIGSILENT.

**Słowa kluczowe:** optymalizacja rozpyływu mocy biernej, metoda punktu wewnętrznego.

### 1. WSTĘP

Właściwe gospodarowanie mocą bierną w systemie wydaje się być uzasadnione z wielu powodów. Jako podstawowe argumenty można wymienić minimalizację strat mocy czynnej w systemie, minimalizację kosztów wytwarzania, czy optymalizację poziomów napięć w węzłach systemu. Osiągnięcie wybranego celu optymalizacji jest możliwe z wykorzystaniem odpowiedniej metody optymalizacyjnej działającej w powiązaniu z programem obliczającym rozpyływu na modelu matematycznym systemu. W niniejszym artykule zamieszczono wyniki analiz przeprowadzonych pod kątem możliwości wykorzystania metody punktu wewnętrznego do minimalizacji strat mocy czynnej w systemie.

### 2. PODSTAWY TEORETYCZNE

Metoda punktu wewnętrznego jest jedną z metod optymalizacji znajdującą zastosowanie w zagadnieniach programowania liniowego jak i nieliniowego. Metoda ta jest szczególnie zalecana dla problemów wielowymiarowych. Tym samym nadaje się do rozwiązywania problemów optymalizacji w systemach elektroenergetycznych. W tym przypadku, ze względu na charakter zależności opisujących sieć elektroenergetyczną oraz (często) optymalizowaną funkcję celu, lokuje się w grupie zagadnień programowania nieliniowego.

Zadanie optymalizacji funkcji  $f(X)$  w wielowymiarowej przestrzeni rozpiętej na wektorze  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , ograniczonej wektorami funkcji liniowych  $G(X)$  i nieliniowych  $H(X)$  można sformułować następująco [4]:

$$\min_X f(X) \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$G(X) = 0 \quad (2)$$

$$H(X) \leq 0 \quad (3)$$

z (ewentualnym) uwzględnieniem dodatkowych warunków:

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \quad (4)$$

Ograniczenia nierównościowe  $H(X)$  przekształcane są do postaci ograniczeń równościowych z wykorzystaniem tzw. funkcji barierowej (często jest to funkcja logarytmiczna dodatkowej zmiennej  $Z$ ). Po tym przekształceniu zagadnienie (1) przybiera postać:

$$\min_X \left[ f(X) - \gamma \sum_{m=1}^{n_i} \ln(Z_m) \right] \quad (6)$$

przy ograniczeniach:

$$G(X) = 0 \quad (7)$$

$$H(X) + Z = 0 \quad (8)$$

$$Z > 0 \quad (9)$$

gdzie:  $\gamma$  jest parametrem zaburzenia, a  $n_i$  określa liczbę ograniczeń nierównościowych.

Dla wartości parametru zaburzenia  $\gamma$  zbliżonej do zera problem optymalizacji (6) staje się zbliżony do problemu wyjściowego (1). Wprowadzenie logarytmicznej funkcji barie-

rowej prowadzi do stanu, w którym w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji rozwiązanie zawsze znajduje się w obszarze ograniczonym.

Forma optymalizowanej funkcji  $f(X)$ , tj. funkcji celu, zależy od rozważanego zagadnienia. Do powszechnie rozważanych zagadnień zaliczyć można:

- Minimalizację strat mocy czynnej (energii) w sieci elektroenergetycznej.
- Minimalizację kosztów wytwarzania energii elektrycznej.
- Optymalizację poziomów napięć w sieci elektroenergetycznej.
- Minimalizację przepływów mocy biernej w sieci elektroenergetycznej lub w jej fragmencie.
- Optymalizację wartości generowanej mocy biernej przez źródła mocy biernej w sieci elektroenergetycznej (w tym optymalizacja rozmieszczenia źródeł mocy biernej).
- Optymalizację kosztu mocy (energii) pobieranej w węzle przez odbiory, dla których względy techniczno-ekonomiczne umożliwiają (uzasadniają) uzależnienie poboru mocy od ceny energii.

Wektor zmiennych, w podstawowej formie może mieć postać:

$$X = [\Theta U P_g Q_g]^T \quad (10)$$

$X = [\Theta U P_g Q_g]^T$  tj. może składać się odpowiednio z wektorów kątów napięć, modułów napięć, mocy czynnych węzłowych oraz mocy biernych węzłowych danej sieci elektroenergetycznej. W przypadku, gdy w rozwiązywanym problemie uwzględnia się regulację transformatorami, wektor zmiennych powinien być poszerzony o przekładnie tych transformatorów. W ogólności o przekładnie poprzeczne  $\mathcal{G}_p$  i podłużne  $\mathcal{G}_d$ . Wektor  $X$  przyjmuje wówczas następującą postać:

$$X = [\Theta U P_g Q_g \mathcal{G}_p \mathcal{G}_d]^T \quad (11)$$

Funkcje ograniczeń równościowych  $G(X)$  wynikają tu z równań węzłowych sieci, formułowanych oddzielnie dla mocy czynnych i mocy biernych. Funkcje te w postaci podstawowej mają następującą postać:

$$G_p(X) = P(\Theta, U) + P_o - P_g = 0 \quad (12)$$

$$G_Q(X) = Q(\Theta, U) + Q_o - Q_g = 0 \quad (13)$$

gdzie  $P_o$ ,  $Q_o$  oznaczają odpowiednio moc czynną i bierną odbioru przyłączonego do danego węzła sieci<sup>1</sup>.

Z kolei funkcje ograniczeń nierównościowych  $H(X)$  wynikają z różnego rodzaju ograniczeń technicznych lub ekonomicznych (w zależności od rozważanego problemu). Funkcje te, przykładowo, w odniesieniu do maksymalnego obciążenia gałęzi (linii, transformatora) wyrażonego przez prąd, mają następującą postać:

$$H_p(X) = |I_p(\Theta, U)| - I_{\max} \leq 0 \quad (14)$$

$$H_k(X) = |I_k(\Theta, U)| - I_{\max} \leq 0 \quad (15)$$

gdzie  $I_p$ ,  $I_k$ ,  $I_{\max}$  są odpowiednio prądami na początku i na końcu gałęzi oraz prądem maksymalnym gałęzi. W ogólności prąd graniczny  $I_{\max}$  może być wyrażony w postaci funkcji różnych zmiennych, w tym prądu danej linii.

W grupie funkcji ograniczeń nierównościowych  $H(X)$  wystąpić mogą również ograniczenia wynikające z obszaru dopuszczalnych stanów pracy generatora synchronicznego (lub innego źródła energii).

Ostatnią grupę ograniczeń stanowią ograniczenia odnoszące się do poszczególnych zmiennych wektora  $X$ , tj. do napięć węzłowych, mocy wprowadzanej przez źródła i ewentualnie do przekładni transformatorów:

$$u_{i,\min} \leq u_i \leq u_{i,\max} \quad i \in 1 \dots n_b \quad (16)$$

$$p_{gi,\min} \leq p_i \leq p_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (17)$$

$$q_{gi,\min} \leq q_i \leq q_{gi,\max} \quad i \in 1 \dots n_g \quad (18)$$

$$\mathcal{G}_{pi,\min} \leq \mathcal{G}_{pi} \leq \mathcal{G}_{pi,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (19)$$

$$\mathcal{G}_{di,\min} \leq \mathcal{G}_{di} \leq \mathcal{G}_{di,\max} \quad i \in 1 \dots n_t \quad (20)$$

$$\Delta\Theta_{ij} \leq \Delta\Theta_{ij,\max} \quad i, j \in 1 \dots n_b \quad (21)$$

gdzie  $n_b$ ,  $n_g$ ,  $n_t$  oznaczają odpowiednio liczbę węzłów, liczbę węzłów generacyjnych oraz liczbę transformatorów. Warunek (21) określający maksymalną różnicę kąta napięć w węzłach  $i$  oraz  $j$  może być wprowadzony ze względu na wymóg zachowania odpowiedniego zapasu stabilności lokalnej systemu.

### 3. PRZYKŁADOWE WYNIKI BADAŃ

W badaniach dotyczących optymalizacji napięć i mocy biernej wykorzystujących metodę punktu wewnętrznego zastosowano przykładowy model systemu elektroenergetycznego CIGRE składający się z 28 węzłów. Na potrzeby analiz system CIGRE został zamodelowany w programie PowerFactory firmy DigSILENT. Program ten udostępnia zaimplementowaną metodę punktu wewnętrznego opartą na algorytmie Newtona – Lagrange'a, gdzie poszukiwanym rozwiązaniem jest minimalna wartość funkcji celu (1), przy spełnieniu ograniczeń równościowych (2), które odpowiadają równaniom rozplwywowym sieci oraz przy spełnieniu ograniczeń nierównościowych (3). Ograniczenia nierównościowe w podjętych rozważaniach reprezentowane są przez dopuszczalne zakresy napięć w węzłach ( $U_{\min}$ ,  $U_{\max}$ ) oraz mocy biernych generatorów ( $Q_{g\min}$ ,  $Q_{g\max}$ ).

W badaniach weryfikujących działanie metody punktu wewnętrznego przeanalizowano szereg wariantów pracy testowego systemu. Z jednej strony postać wariantów wynikała z przyjęcia określonego programu badania metody, a z drugiej strony z uwzględnienia dobrego obciążenia systemu. W ogólności przyjęto szereg założeń, a w tym między innymi:

- Przyjęto, że w optymalizacji bierze udział wybrana część generatorów w systemie. Odpowiada to podejściu, które zostałyby zastosowane w rzeczywistym systemie, gdzie centralnie regulowana byłaby tylko określona część generatorów (tak jak ma to miejsce np. podczas regulacji wtórnej).
- Podczas regulacji optymalizacji podlegają napięcia wzbudzenia wybranych generatorów, czyli de facto ich moce bierne. Moc czynna dla każdego wariantu pozostaje na ustalonym, niezmiennym poziomie.

<sup>1</sup> W przypadku modelowania odbiorów w postaci admittancji moce czynne i bierne odbiorów w postaci jawnej w zależnościach (12) i (13) nie występują.

- Jako ograniczenia przyjęto dopuszczalne napięcia w węzłach, które w zależności od poziomu napięcia są następujące (w wartościach względnych):
  - o Sieć 110 kV:  $U_{\min} = 0,955$ ;  $U_{\max} = 1,118$ ,
  - o sieć 220 kV:  $U_{\min} = 0,955$ ;  $U_{\max} = 1,114$ ,
  - o sieć 400 kV:  $U_{\min} = 0,9$ ;  $U_{\max} = 1,1$ ,
  - o węzły generatorowe (poziom SN):  
 $U_{\min} = 0,9$ ;  $U_{\max} = 1,1$ ,

oraz dopuszczalne moce bierne generatorów ( $Q_{g\min}$ ,  $Q_{g\max}$ ).

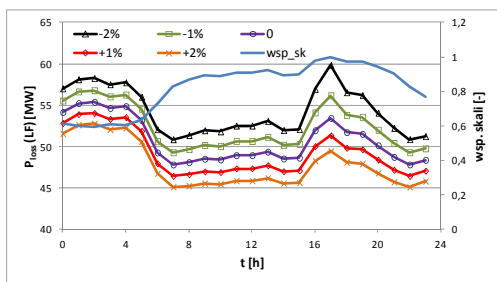
- Jako funkcję celu przyjęto minimalizację strat w sieci.
- Warianty rozważane w badaniach. – Podstawowym podejściem jest różne obciążenie systemu, które wynika z przyjęcia przykładowej krzywej zapotrzebowania. Przyjęto, że stan (obciążenie, generacja, struktura) wykorzystanego w badaniach testowego systemu CIGRE stanowi obciążenie szczytowe w odniesieniu do krzywej zapotrzebowania, które przypada na godzinę 17. Założono, że wariantów wynikających z krzywej zapotrzebowania jest 24, czyli wariant obciążenia dla każdej pełnej godziny (krzywa obciążenia dobowego widoczna jest na wykresach z wynikami zamieszczonymi w dalszej części i została oznaczona jako 'wsp\_sk').

Ponadto założono następujące warianty badania wrażliwości metody punktu wewnętrznego:

- o wpływ zmiany napięć zadanych generatorów,
- o wpływ lokalizacji generatora bilansującego w systemie,
- o wpływ sposobu bilansowania sieci,
- o wpływ zmiany dopuszczalnych wartości napięć w węzłach systemu.

### 3.1. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów

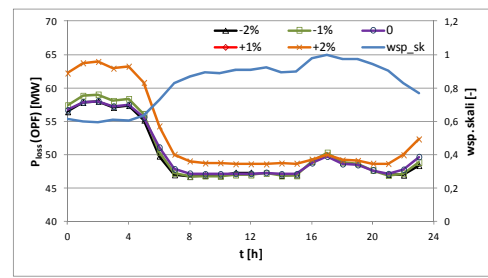
Poniżej zamieszczono wybrane wyniki badań pokazujące wpływ zmiany wartości napięć zadanych generatorów. Założono, że napięcia te zmieniają się o  $\pm 1\%$  i  $\pm 2\%$  w stosunku do wariantu referencyjnego (na wykresach wariant referencyjny oznaczono jako '0'), przy czym zmiana dokonywana jest równocześnie we wszystkich generatorach.



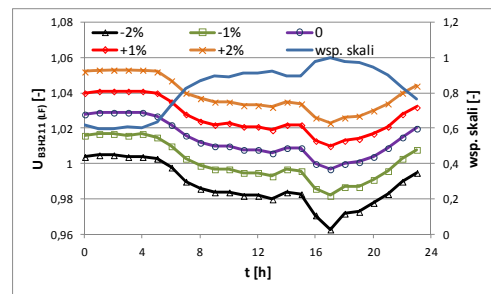
Rys. 1. Straty mocy w sieci. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów. Bez optymalizacji (LF)

Na zamieszczonych przebiegach na rysunkach 1-2 można zauważyć, że różnica strat w sieci uzyskana bez (LF) i z optymalizacją (OPF) silnie zależy od wartości napięć zadanych generatorów. Wynika to jednak głównie ze zmiany tych strat (w przeciągu doby) przy obliczeniach wykonanych bez optymalizacji.

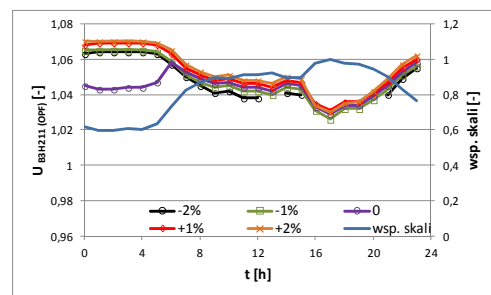
W przypadku wykorzystania optymalnego rozplýwu w sieci, straty dla poszczególnych zmian napięć zadanych generatorów są do siebie zbliżone. Zauważalnie odbiega tu tylko wariant, w którym napięcia zadane generatorów zostały w stosunku do wartości wyjściowej zwiększone o 2%.



Rys. 2. Straty mocy w sieci. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów. Z optymalizacją (OPF)



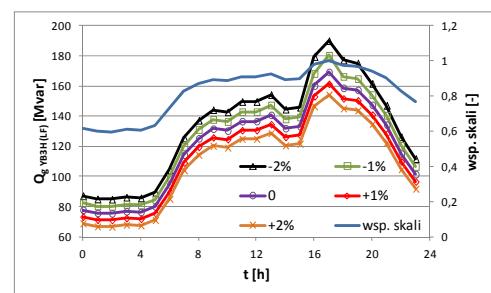
Rys. 3. Napięcia w wybranym węźle sieci: B3H211. Bez optymalizacji (LF)



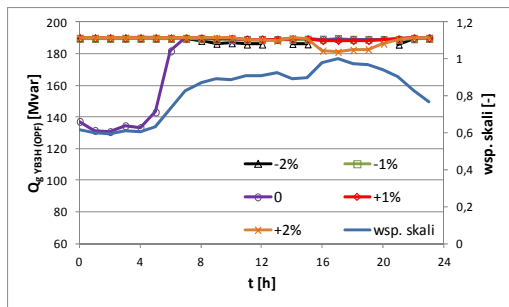
Rys. 4. Napięcia w wybranym węźle sieci: B3H211. Z optymalizacją (OPF)

Na rysunkach 3 i 4 zamieszczono wartości napięć w węźle B3H211. Wpływ zmiany napięć zadanych generatorów jest wyraźnie widoczny dla obliczeń wykonanych bez optymalizacji (LF). Znacznie mniejsze rozbieżności w napięciach obserwuje się dla wyników uzyskanych z wykorzystaniem optymalnego rozplýwu (OPF).

W przypadku mocy biernej przykładowego generatora YB3H (rys. 5 i 6) można zauważyć, że osiąga on swoją wartość graniczną mocy biernej.



Rys. 5. Moc bierna wybranego generatora: YB3H. Bez optymalizacji (LF)



Rys. 6. Moc bierna wybranego generatora: YB3H. Z optymalizacją (OPF)

#### 4. WNIOSKI KOŃCOWE

Na podstawie przeprowadzonych analiz dotyczących działania metody optymalizacyjnej punktu wewnętrznego można sformułować następujące wnioski:

- W analizach wykorzystano metodę punktu wewnętrznego zaimplementowaną w komercyjnym programie PowerFactory firmy DlgSILENT. Należy uznać, że zastosowana tam metoda jest kompletna i poprawnie zrealizowana.
- Czasy działania metody punktu wewnętrznego na wykorzystanym w analizach przykładowym systemie kształtują się na poziomie 1-2 sekund. Nie były wykonywane analizy na pełnym systemie, ale należy się spodziewać, że czasy te nie przekroczą 1 minuty.
- Z przebiegów napięć wynika, że w wielu przypadkach są one w wyniku optymalizacji lokowane przy górnej wartości dopuszczalnej dla węzłów. Wynika to z przyjętej w badaniach funkcji celu, która opierała się na minimalizacji strat w sieci. Z tego też powodu w niektórych wariantach moce bierne generatorów biorących udział w procesie optymalizacji osiągają swoją górną granicę mocy biernej. W ogólności należy zwrócić uwagę na dużą zmienność mocy biernej poszczególnych generatorów w przekroju całej doby.
- Nie dla każdego obciążenia godzinowego w rozważanych wariantach obliczany jest optymalny rozptyw. Wynika to z zasady działania metody punktu wewnętrznego przyjętej w programie PowerFactory, która nie uruchamia procesu optymalizacji jeżeli w stanie wyjściowym nie jest speł-

nione dowolne ograniczenie (np. jeżeli napięcie w dowolnym węźle znajduje się poza ograniczeniem).

- W badaniach przeprowadzono optymalizację dla 304 wariantów. Dla 174 wariantów uzyskano wynik lepszy od wartości wyjściowej, co stanowi 57,2% wariantów. Gorszy wynik od wartości wyjściowej uzyskano dla 42,8% wariantów i co charakterystyczne, są to przede wszystkim warianty (28,6%) o niskim obciążeniu systemu (w godzinach 23-6). Należy tu zauważyć, że metoda punktu wewnętrznego jest silnie zależna od stanu wyjściowego systemu.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

1. D.Xiaoying, W. Xifan, S. Yonghua and G.Jian, "The interior point branch and cut method for optimal power flow", 0-7803-7459-2/02/\$17.00 © 2002 IEEE, pp. 651-655.
2. Dobrzyński K., Klucznik J., Kowalak R., Lubośny Z., Małkowski R., Zajczyk R., Zbroński A., Optymalizacja gospodarki mocą bierną w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym, Część 1: Analizy techniczne – wybór metody/metod optymalizacji gospodarki mocą bierną. Praca na zlecenie PTPiREE pod kierownictwem prof. K. Wilkosza, Politechnika Wroclawska 2012.
3. M.J. Rider, V.L. Paucar, A.V. Garcia. Enhanced higher-order interior-point method to minimize active power losses in electric energy system[J]. IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., 2004, 151(4): 517-525
4. MATPOWER 4.1, *User's Manual*, grudzień 2011.
5. S. Granville, "Optimal reactive dispatch through interior point methods", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 1, pp. 136-146, Feb. 1994.
6. Wei Yan, J. Yu, D. C. Yu and K. Bhattacharai, "A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 1, pp. 61-67, Feb. 2006.
7. Y. Wu, A. S. Debs and R. E. Marsten, "Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows," *1993 IEEE Power Industry Computer Applications Conference*, pp. 138-145.

### INTERIOR POINT METHOD EVALUATION FOR REACTIVE POWER FLOW OPTIMIZATION IN THE POWER SYSTEM – CONFERENCE PAPER

**Key-words:** reactive power flow optimization, interior point method

The paper verifies an interior point method for reactive power flow optimization in the power system. The study was conducted on 28 node CIGRE system, using the interior point method optimization procedures implemented in Power Factory software.