

**Aleksander KNIAT**

POLITECHNIKA GDAŃSKA, WYDZIAŁ OCEANOTECHNIKI I OKRĘTOWNICTWA, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

**Optymalizacja transformacji wyników pomiarów bloków kadłuba statku z uwzględnieniem ograniczeń**

Dr inż. Aleksander KNIAT

Adiunkt zatrudniony na Wydziale Oceanotechniki i Okrętownictwa Politechniki Gdańskiej. Absolwent kierunku Informatyka na Wydziale Elektroniki Telekomunikacji i Informatyki Politechniki Gdańskiej. W 2002 roku obronił pracę doktorską w dziedzinie budowa i eksploatacja maszyn. Specjalizuje się w zagadnieniach związanych z zastosowaniami grafiki komputerowej i optymalizacją.



e-mail: olek@pg.gda.pl

**Streszczenie**

Artykuł przedstawia algorytm optymalizujący transformację wyników pomiarów bloków i sekcji kadłuba statku, która jest wykonywana w celu oceny przydatności montażowej bloków i sekcji podczas ostatniej fazy montażu kadłuba w suchym doku lub na pochylni. Ponieważ każdy blok jest mierzony w innym układzie odniesienia, istnieje konieczność transformacji wyników pomiarów do wspólnego układu przyjętego w modelu CAD. Zakłada się, że transformacja nie pogarsza dokładności wyników pomiarów i zachowuje odległości pomiędzy zmierzonymi punktami. Zaproponowany algorytm optymalizacji transformacji wyników pomiarów minimalizuje sumy odległości pomiędzy mierzonymi punktami, a korespondującymi punktami w modelu CAD, uwzględniając jedno z dwóch możliwych ograniczeń: wspólna płaszczyzna, albo wspólna oś. W artykule zaprezentowano zarówno opis metody optymalizacji, jak i przykład transformacji punktów zmierzonych na styku dwóch sekcji dna podwójnego statku. We wnioskach opisano zalety i wady przedstawionego algorytmu, jak również kierunki dalszych badań.

**Słowa kluczowe:** optymalizacja, transformacja układu współrzędnych, pomiary, kadłuba statku, montaż kadłuba statku, komputerowe wspomaganie projektowania (CAD).

**Constrained optimisation of transformation of ship block measurements****Abstract**

The paper presents the constrained optimisation algorithm for transformation of measurements taken on ship blocks and sections to assess their feasibility for the final stage of assembly in a dry dock or on a slipway. As each block is measured in different coordinate system it is necessary to make transformations and bring results to a common CAD model. Transformation must keep distances between the measured points and must not lose accuracy. The analysis of transformed measurements requires first to check if blocks were manufactured within tolerances assumed in the design and then to compare if the two neighbour blocks can be joined. The optimisation is aimed at minimising the sum of distances between the transformed and corresponding points in a CAD model. The constraint is alignment of chosen axes or planes. The paper contains both description of the transformation algorithms and an example of transformation of points measured on two neighbour sections of a ship double bottom. In the summary advantages and disadvantages of the algorithm are described and directions for further research are given.

**Keywords:** constrained optimization, co-ordinate system transformation, ship hull measurements, ship hull assembly, computer aided design (CAD).

**1. Wstęp**

Kontrola wymiarów prefabrykowanych elementów kadłuba statku jest bardzo istotna w całym procesie budowy. Nieodzowne dla stoczni jest zapewnienie, aby sekcje i bloki wprowadzane do suchego doku lub na pochylnię miały wymiary mieszczące się w tolerancjach i nie wymagały poprawek. Przy takim podejściu

czas potrzebny na ich łączenie jest minimalny. Wykonywanie poprawek na sekcjach i blokach poza stanowiskiem produkcyjnym, na którym zostały wykonane, jest bardzo czasochłonne. Skutkiem może być spowolnienie ostatecznego montażu kadłuba w suchym doku lub na pochylni, który jest zwykle wąskim gardłem w procesie produkcyjnym stoczni.

Aby sprawdzić poprawność wymiarów sekcji lub bloku powinno się wykonać dwa pomiary. Pierwszy pomiar to sprawdzenie, czy wymiary mieszczą się w założonych tolerancjach. Jeśli tak, można jeszcze sprawdzić, jakie są największe różnice wymiarów w sąsiednich sekcjach lub blokach i gdzie występują. Ta ostatnia informacja może wpłynąć na sposób montażu.

Prefabrykowane elementy są zwykle mierzone przy pomocy nowoczesnych laserowo-optycznych instrumentów. Wynikiem pomiarów jest zbiór współrzędnych punktów w przestrzeni trójwymiarowej. Aby sprawdzić wymiary niezbędne jest porównanie zmierzonych punktów z modelem CAD. Dlatego zmierzone punkty muszą zostać przeniesione do układu współrzędnych takiego jak w modelu CAD. Wymaga to izometrycznego przekształcenia wyników pomiarów. Zwykle przekształcenie to jest wykonywane intuicyjnie przez doświadczonego specjalistę, który sprawdza wymiary. W celu wyeliminowania ludzkich błędów i przyspieszenia przekształcania wyników pomiarów proponuje się zastosowanie algorytmu zaimplementowanego w postaci programu komputerowego.

**2. Pomiary - dokładność, trudności**

Pomiary muszą być wykonane z odpowiednią dokładnością. Dokładność jest jedną z głównych cech instrumentu pomiarowego. Tylko pomiary wykonane instrumentem o odpowiedniej dokładności mogą podlegać dalszej analizie. Niestety większość instrumentów stosowanych w geodezji i do pomiaru konstrukcji budowlanych na dokładność niewystarczającą do zastosowania w okrętownictwie.

Pomiary sekcji i bloków kadłuba statku są trudne z dwóch powodów. Pierwszym powodem jest położenie mierzonych punktów wewnątrz sekcji lub bloku. Mierzone punkty zwykle nie znajdują się na krawędziach, lecz wewnątrz konstrukcji i mogą być schowane za usztywnieniami, albo za elementami wzdlużnymi lub poprzecznymi. Drugim powodem jest usytuowanie sekcji lub bloku na placu i jego otoczenie. Zwykle z powodu braku miejsca w stoczni prefabrykowane sekcje i bloki są składowane blisko siebie. W takim przypadku część punktów może być dostępna jedynie z jednej strony, a część jedynie z drugiej strony mierzonego obiektu. Wykonywanie pomiarów w wąskich przestrzeniach pomiędzy sekcjami i blokami może uniemożliwić bezpośredni pomiar. W takim przypadku stosuje się dodatkowe techniki. Jednak należy pamiętać, aby nie prowadziły one do utraty dokładności pomiaru i zniekształcenia wyników.

Jeśli sekcja lub blok jest mierzona z różnych stron, bardzo istotne jest prawidłowe skorelowanie pomiarów. Uzyskuje się to poprzez wybór tych samych punktów do pomiaru z obu stron, albo poprzez ustawienie wspólnego układu odniesienia, wykorzystując funkcje instrumentu pomiarowego.

Jest również wiele technik wykonywania pomiarów: laser widzialny, laser niewidzialny, z reflektorem, bez reflektora, automatyczne wyszukiwanie, skanowanie etc. Każda z tych technik jest przeznaczona do innych celów i ma swoje wady oraz zalety. Jednakże wybór techniki pomiarowej nie jest tematem tego artykułu. Istotą opracowania jest transformacja wyników pomiarów, w celu oceny, czy prefabrykowane sekcje i bloki kadłuba nadają się do dalszego montażu. Dlatego zakłada się, że pomiary wykonano adekwatną techniką z zadowalającą dokładnością.

### 3. Transformacja wyników pomiarów

Pomiary każdej sekcji lub bloku wykonywane są w innym układzie odniesienia. Układ odniesienia dobierany jest tak, aby dostosować się do istniejącej sytuacji, gdzie wykonywane są pomiary. Wszystkie mierzone punkty mają swoje odpowiedniki w projekcie i w sąsiedniej sekcji lub bloku, z którym będą łączone. W takim przypadku transformacja wyników pomiarów musi spełniać następujące wymagania:

- musi zachowywać odległości między mierzonymi punktami wewnątrz sekcji lub bloku,
- nie może pogarszać dokładności pomiaru.

Celem transformacji jest uzyskanie możliwie najlepszego dopasowania pomiędzy zmierzonymi punktami, a punktami z modelu CAD, albo z sąsiedniej sekcji lub bloku. Innymi słowy, transformacja ma zminimalizować sumę odległości pomiędzy odpowiadającymi sobie punktami.

Jeśli mierzony blok został zdeformowany podczas wytwarzania, to bardzo ważne jest zachowanie współpłaszczyznowości pokładów lub współosiowości wybranych osi, podczas dopasowywania ze sobą sąsiednich bloków na ich stykach. Warunek współpłaszczyznowości lub warunek współosiowości są ograniczeniami, które muszą zostać uwzględnione w trakcie optymalizacji transformacji wyników pomiarów.

Problem transformacji wyników pomiarów z uwzględnieniem ograniczeń jest szczególnym przypadkiem tego samego problemu bez uwzględnienia ograniczeń opisanego w [12]. Aby uwzględnić ograniczenia potrzebne są dodatkowe punkty definiujące wspólną płaszczyznę albo oś ograniczenia. Są to dodatkowe punkty, ponieważ mierzone punkty na styku bloków leżą zazwyczaj w płaszczyźnie prostopadłej do ograniczającej płaszczyzny lub osi. Formalna definicja problemu transformacji wyników pomiarów z uwzględnieniem ograniczeń jest następująca:

#### Definicja 1

Dysponując dwoma zbiorami punktów  $A \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\}$  i  $Ac \{ac_1, \dots, ac_n\}$  w jednym układzie odniesienia oraz dwoma zbiorami punktów  $C \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_k\}$  i  $Cc \{cc_1, \dots, cc_n\}$  w innym układzie odniesienia, gdzie  $k > 1$  i  $n=2$  albo  $n=3$ , poszukujemy przekształcenia izometrycznego punktów ze zbioru  $A$ , które daje minimalną sumę odległości z odpowiadającymi punktami ze zbioru  $C$ , jednocześnie zapewniając współosiowość punktów ze zbiorów  $Ac$  i  $Cc$  jeśli  $n=2$ , albo współpłaszczyznowość punktów ze zbiorów  $Ac$  i  $Cc$  jeśli  $n=3$ .

Zakłada się, że każdy punkt ze zbioru  $A$  posiada dokładnie jeden odpowiednik w zbiorze  $C$  i każdy punkt ze zbioru  $C$  posiada dokładnie jeden odpowiednik w zbiorze  $A$ . Punkty posiadają etykiety i znane są ich współrzędne w przestrzeni trójwymiarowej. Zakłada się również, że transformacja izometryczna jest złożeniem obrotów i translacji. Wzór (1) definiuje macierz transformacji  $I$ , która zależy od sześciu zmiennych decyzyjnych:  $x, y, z$  są współrzędnymi translacji, a  $\chi, \beta, \alpha$  są kątami obrotu względem osi  $X, Y$  i  $Z$ .

$$I(x, y, z, \chi, \beta, \alpha) = T(x, y, z) \cdot R(\chi, \beta, \alpha) \quad (1)$$

### 4. Optymalizacja transformacji wyników pomiarów z uwzględnieniem ograniczeń

Zgodnie z Definicją 1 należy określić funkcję celu dla zagadnienia transformacji wyników pomiarów. Przyjmujemy odległość jako metrykę w przestrzeni trójwymiarowej. Kwadrat odległości jest również metryką, lecz jest mniej skomplikowany w obliczeniach, więc funkcję celu przedstawia wzór (2).

$$f = \sum_{i=1}^k (\|c_i - a_i\|_2)^2 \quad (2)$$

Ponieważ transformujemy punkty  $a_i$  przy pomocy izometrycznej macierzy transformacji  $I(x, y, z, \chi, \beta, \alpha)$  funkcja celu zależy co najwyżej od sześciu zmiennych decyzyjnych przedstawionych we wzorze (3).

$$f(x, y, z, \chi, \beta, \alpha) = \sum_{i=1}^k (\|c_i - I(x, y, z, \chi, \beta, \alpha) \cdot a_i\|_2)^2 \quad (3)$$

Postępując się funkcją celu (3) można obliczyć przybliżenie sumy odległości pomiędzy odpowiadającymi sobie punktami ze zbioru  $C$  i przetransformowanymi punktami ze zbioru  $A$ . Celem jest znalezienie takich wartości zmiennych decyzyjnych  $x, y, z$  i  $\chi, \beta, \alpha$ , które dają minimalną wartość funkcji celu i jednocześnie spełniają ograniczenia. Ponieważ punkty ze zbioru  $Ac$  są zdefiniowane w tym samym układzie odniesienia co punkty ze zbioru  $A$ , spełnienie ograniczenia oznacza, że punkty ze zbioru  $Ac$  są albo współosiowe, albo współpłaszczyznowe z punktami ze zbioru  $Cc$  po transformacji macierzą  $I(x, y, z, \chi, \beta, \alpha)$ .

Klasyczne podejście do optymalizacji z ograniczeniami podane przez Bertsekas-a w [3] zakłada minimalizację funkcji celu w zawężonej domenie zmiennych decyzyjnych, gdzie ograniczenia wyrażone są w postaci układu nierówności, które muszą spełniać zmienne decyzyjne (4).

$$f(x) = \min \quad (4)$$

pod warunkiem, że:  $g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, p$

Zgodnie z Definicją 1 możliwe jest zdefiniowanie funkcji  $g_1(x)$ , która zapewni albo współliniowość, albo współpłaszczyznowość punktów ze zbiorów  $Ac$  i  $Cc$ . W ogólnym przypadku funkcja ta wymaga wszystkich sześciu zmiennych decyzyjnych  $x, y, z$  i  $\chi, \beta, \alpha$  zawartych w wektorze  $x$ . Tak zdefiniowany problem może być rozwiązany przy zastosowaniu jednej z znanych metod np. metody funkcji kary, metody współczynników Lagrange-a, programowania kwadratowego, albo metody rzutowania gradientu. Jednak w tym przypadku funkcja celu może zostać uproszczona poprzez przyjęcie wartości wybranych zmiennych decyzyjnych jako stałe. Dzięki temu możliwe jest pominięcie funkcji ograniczeń  $g_1(x)$  i zredukowanie liczby zmiennych decyzyjnych.

#### Warunek współosiowości punktów

Zgodnie z Definicją 1 w przypadku gdy  $n=2$  rozważamy warunek współosiowości punktów ze zbiorów  $Ac$  i  $Cc$ . Jeśli w obu zbiorach punktów  $Aa$  i  $Cc$  oś ograniczająca zdefiniowana jest jako oś  $X$ , to całe zagadnienie optymalizacji z ograniczeniem redukuje się do znalezienia rozwiązania ze względu na zmienne decyzyjne:  $x$  (translacja wzgl. osi  $X$ ) i  $\chi$  (obrót wzgl. osi  $X$ ), ponieważ pozostałe zmienne decyzyjne przyjmują wartość stałą. Jest to przypadek szczególny, który może zostać uogólniony, bowiem w każdym przypadku możemy znaleźć taką macierz transformacji  $I_{aa}$ , która przekształci punkty ze zbioru  $Aa$  w ten sposób, że oś ograniczająca stanie się osią  $X$ . Również w każdym przypadku możemy znaleźć taką macierz transformacji  $I_{ca}$ , która przekształci punkty ze zbioru  $Cc$  w ten sposób, że oś ograniczająca stanie się osią  $X$ . Jeśli przekształcimy wszystkie punkty ze zbioru  $A$  przy pomocy macierzy  $I_{aa}$  i wszystkie punkty ze zbioru  $C$  przy pomocy macierzy  $I_{ca}$ , to możemy poszukiwać minimum funkcji celu  $f(x, \chi)$  bez ograniczeń tak, jak w przypadku szczególnym. Kiedy minimum zostanie znalezione, można powrócić do oryginalnego układu odniesienia, transformując wyniki przy pomocy macierzy odwrotnej do  $I_{ca}$ . Poszukiwana transformacja dla zagadnienia optymalizacyjnego z ograniczeniem jest złożeniem trzech trans-

formacji izometrycznych:  $\mathbf{I}_{aa}$ ,  $\mathbf{I}(x, \chi)$  i  $\mathbf{I}_{ca}^{-1}$ . Transformacja  $\mathbf{I}_{aa}$  jest przedstawiona wzorem (5), a transformacja  $\mathbf{I}_{ca}$  jest przedstawiona wzorem (6).

$$\mathbf{I}_{aa} = \begin{bmatrix} x_{ax} & y_{ax} & z_{ax} & 0 \\ x_{ay} & y_{ay} & z_{ay} & 0 \\ x_{az} & y_{az} & z_{az} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{ax} \\ 0 & 1 & 0 & t_{ay} \\ 0 & 0 & 1 & t_{az} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

gdzie

$$\begin{aligned} [t_{ax} \quad t_{ay} \quad t_{az}]^T &= -\mathbf{aa}_1 \\ [x_{ax} \quad y_{ax} \quad z_{ax}] &= \mathbf{aa}_2 - \mathbf{aa}_1 \\ [x_{ay} \quad y_{ay} \quad z_{ay}] &= [y_{ax} \quad -x_{ax} \quad z_{ax}] \\ [x_{az} \quad y_{az} \quad z_{az}] &= [x_{ax} \quad y_{ax} \quad z_{ax}] \times [x_{ay} \quad y_{ay} \quad z_{ay}] \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \begin{bmatrix} x_{cx} & y_{cx} & z_{cx} & 0 \\ x_{cy} & y_{cy} & z_{cy} & 0 \\ x_{cz} & y_{cz} & z_{cz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{cx} \\ 0 & 1 & 0 & t_{cy} \\ 0 & 0 & 1 & t_{cz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie

$$\begin{aligned} [t_{cx} \quad t_{cy} \quad t_{cz}]^T &= -\mathbf{cc}_1 \\ [x_{cx} \quad y_{cx} \quad z_{cx}] &= \mathbf{cc}_2 - \mathbf{cc}_1 \\ [x_{cy} \quad y_{cy} \quad z_{cy}] &= [y_{cx} \quad -x_{cx} \quad z_{cx}] \\ [x_{cz} \quad y_{cz} \quad z_{cz}] &= [x_{cx} \quad y_{cx} \quad z_{cx}] \times [x_{cy} \quad y_{cy} \quad z_{cy}] \end{aligned}$$

#### Warunek współpłaszczyznowości punktów

Zgodnie z Definicją 1 w przypadku gdy  $n=3$  rozważamy warunek współpłaszczyznowości punktów ze zbiorów  $\mathbf{Ac}$  i  $\mathbf{Cc}$ . Jeśli w obu zbiorach punktów  $\mathbf{Aa}$  i  $\mathbf{Cc}$  płaszczyzna ograniczająca zdefiniowana jest jako płaszczyzna  $X$ - $Y$ , to całe zagadnienie optymalizacji z ograniczeniem redukuje się do znalezienia rozwiązania ze względu na zmienne decyzyjne:  $x, y$  (przesunięcia wzgl. osi  $X$  i  $Y$ ) oraz  $\alpha$  (obrót wzgl. osi  $Z$ ), ponieważ pozostałe zmienne decyzyjne przyjmują wartość stałą. Jest to przypadek szczególny, który może zostać uogólniony, bowiem w każdym przypadku możemy znaleźć taką macierz transformacji  $\mathbf{I}_{ap}$ , która przekształci punkty ze zbioru  $\mathbf{Aa}$  w ten sposób, że płaszczyzna ograniczająca stanie się płaszczyzną  $X$ - $Y$ . Również w każdym przypadku możemy znaleźć taką macierz transformacji  $\mathbf{I}_{cp}$ , która przekształci punkty ze zbioru  $\mathbf{Cc}$  w ten sposób, że płaszczyzna ograniczająca stanie się płaszczyzną  $X$ - $Y$ . Jeśli przekształcimy wszystkie punkty ze zbioru  $\mathbf{A}$  przy pomocy macierzy  $\mathbf{I}_{ap}$  i wszystkie punkty ze zbioru  $\mathbf{C}$  przy pomocy macierzy  $\mathbf{I}_{cp}$ , to możemy poszukiwać minimum funkcji celu  $f(x, y, \alpha)$ . Kiedy minimum zostanie znalezione, można powrócić do oryginalnego układu odniesienia transformując wyniki przy pomocy macierzy odwrotnej do  $\mathbf{I}_{cp}$ . Poszukiwana transformacja dla zagadnienia optymalizacyjnego z ograniczeniami jest złożeniem trzech transformacji izometrycznych:  $\mathbf{I}_{ap}$ ,  $\mathbf{I}(x, y, \alpha)$  i  $\mathbf{I}_{cp}^{-1}$ . Transformacja  $\mathbf{I}_{ap}$  jest przedstawiona wzorem (7), a transformacja  $\mathbf{I}_{cp}$  jest przedstawiona wzorem (8).

$$\mathbf{I}_{ap} = \begin{bmatrix} x_{ax} & y_{ax} & z_{ax} & 0 \\ x_{ay} & y_{ay} & z_{ay} & 0 \\ x_{az} & y_{az} & z_{az} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{ax} \\ 0 & 1 & 0 & t_{ay} \\ 0 & 0 & 1 & t_{az} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie

$$\begin{aligned} [t_{ax} \quad t_{ay} \quad t_{az}]^T &= -\mathbf{aa}_1 \\ [x_{ax} \quad y_{ax} \quad z_{ax}] &= \mathbf{aa}_2 - \mathbf{aa}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [x_{ay} \quad y_{ay} \quad z_{ay}] &= \mathbf{aa}_3 - \mathbf{aa}_1 \\ [x_{az} \quad y_{az} \quad z_{az}] &= [x_{ax} \quad y_{ax} \quad z_{ax}] \times [x_{ay} \quad y_{ay} \quad z_{ay}] \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}_{cp} = \begin{bmatrix} x_{cx} & y_{cx} & z_{cx} & 0 \\ x_{cy} & y_{cy} & z_{cy} & 0 \\ x_{cz} & y_{cz} & z_{cz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{cx} \\ 0 & 1 & 0 & t_{cy} \\ 0 & 0 & 1 & t_{cz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

gdzie

$$\begin{aligned} [t_{cx} \quad t_{cy} \quad t_{cz}]^T &= -\mathbf{cc}_1 \\ [x_{cx} \quad y_{cx} \quad z_{cx}] &= \mathbf{cc}_2 - \mathbf{cc}_1 \\ [x_{cy} \quad y_{cy} \quad z_{cy}] &= \mathbf{cc}_3 - \mathbf{cc}_1 \\ [x_{cz} \quad y_{cz} \quad z_{cz}] &= [x_{cx} \quad y_{cx} \quad z_{cx}] \times [x_{cy} \quad y_{cy} \quad z_{cy}] \end{aligned}$$

#### Ograniczenia wyrażone jako stałe wartości zmiennych decyzyjnych

Funkcja celu (3) wykorzystująca macierze transformacji  $\mathbf{I}_{aa}$  oraz  $\mathbf{I}_{ca}$  zgodnie z wzorami (5) i (6) dla warunku współosiowych punktów jest przedstawiona wzorem (9).

$$f(x, \chi) = \sum_{i=1}^k (\|\mathbf{I}_{ca} \cdot \mathbf{c}_i - \mathbf{I}(x, \chi) \cdot \mathbf{I}_{aa} \cdot \mathbf{a}_i\|_2)^2 \quad (9)$$

Funkcja celu (3) wykorzystująca macierze transformacji  $\mathbf{I}_{ap}$  oraz  $\mathbf{I}_{cp}$  zgodnie z wzorami (7) i (8) dla warunku współpłaszczyznowych punktów jest przedstawiona wzorem (10).

$$f(x, y, \alpha) = \sum_{i=1}^k (\|\mathbf{I}_{cp} \cdot \mathbf{c}_i - \mathbf{I}(x, y, \alpha) \cdot \mathbf{I}_{ap} \cdot \mathbf{a}_i\|_2)^2 \quad (10)$$

Ustalone z uwagi na ograniczenia wartości zmiennych decyzyjnych są ukryte w macierzach  $\mathbf{I}_{aa}$  i  $\mathbf{I}_{ca}$  oraz  $\mathbf{I}_{ap}$  i  $\mathbf{I}_{cp}$ . Obie funkcje opisane wzorami (9) i (10) mogą być minimalizowane metodą Newtona przedstawioną wzorem (11).

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{g} \quad (11)$$

Metoda Newtona to metoda iteracyjna omówiona przez Bjorck'a i Dahlquist'a w [5], która wymaga obliczenia macierzy gradientu  $\mathbf{g}$  i hesjanu  $\mathbf{H}$  funkcji celu (9) lub (10). Aby rozpocząć obliczenia, przyjmujemy pewne początkowe wartości wektora zmiennych decyzyjnych  $\mathbf{x}_n$  i obliczamy następne przybliżenie wektora zmiennych decyzyjnych  $\mathbf{x}_{n+1}$ . W każdym kroku otrzymujemy wektor zmiennych decyzyjnych, który daje mniejszą wartość funkcji celu. Zaletą metody Newtona jest jej stabilność i szybka zbieżność.

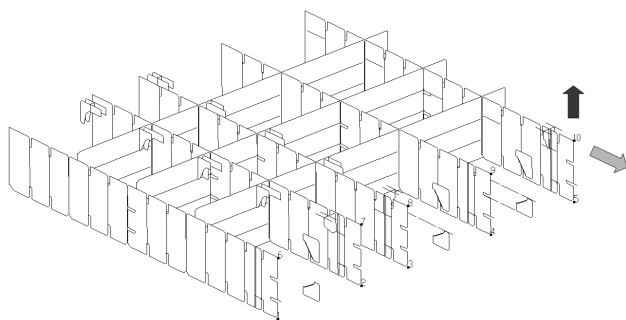
## 5. Korelacja punktów

W przypadku analizy wyników pomiarów dokładnie jeden zmierzony punkt musi odpowiadać dokładnie jednemu punktowi w modelu CAD lub w sąsiedniej sekcji, czy bloku. Relacja jeden do jeden pomiędzy odpowiadającymi sobie punktami jest podstawowym założeniem. Jest to tak ważne, ponieważ w odróżnieniu od problemu rozpoznawania kształtu, celem nie jest sprawdzenie, czy zbiory punktów są do siebie podobne - co zawsze jest prawdą - lecz stwierdzenie drobnych różnic pomiędzy zbiorami punktów. W przypadku problemu rozpoznawania obrazów idealnym dopasowaniem jest takie nałożenie na siebie zbiorów punktów, że różnice pomiędzy punktami nie przekraczają 30 mm przy rozmiarze każdego zbioru rzędu 10 m. W przypadku problemu transformacji wyników pomiarów ma wielkie znaczenie, czy uda się zminimalizować odległość pomiędzy nakładanymi zbiorami z 30 mm do 10 mm.

Etykiety w zbiorach punktów pozwalają kontrolować korelację punktów w zbiorach. Przypisywanie etykiet jest czasochłonne, lecz zapobiega lustrzanemu odbiciu przy transformacji wyników pomiarów. Jeśli konstrukcja jest symetryczna, czasem nawet względem dwóch osi, jeszcze łatwiej stracić orientację bez odpowiednich etykiet. Etykietowanie zapobiega również nakładaniu na siebie punktów ze zbiorów, które znajdują się na podobnych w kształcie sekcjach lub blokach, lecz nie mają być ze sobą łączone. Jasny system etykietowania ułatwia również przechowywanie i identyfikację pomiarów.

## 6. Eksperyment

Powyżej opisana metoda została zaimplementowana w programie komputerowym, który użyto do wizualizacji i kontroli wyników pomiarów bloków kadłuba statku. Jako przykład przedstawiono wyniki transformacji pomiarów fragmentu dna podwójnego statku. Na rys. 1 przedstawiono widok zmierzonego fragmentu dna podwójnego. Etykiety liczbowe wskazują zmierzone punkty, zielona strzałka pokazuje oś ograniczającą, a czerwona strzałka - wektor normalny płaszczyzny ograniczającej.



Rys. 1. Fragment dna podwójnego statku ze zmierzonymi punktami oznaczonymi etykietami i warunkami współosiowości oznaczonymi strzałkami  
Fig. 1. Part of the ship hull double bottom with measured points marked with labels and constraint axes as arrows

W tab. 1 przedstawiono porównanie zmierzonych punktów i punktów z modelu CAD dla fragmentu dna podwójnego, gdzie zoptymalizowano transformację wyników pomiarów bez uwzględnienia ograniczeń.

Tab. 1. Porównanie zmierzonych punktów i punktów z modelu CAD – optymalizacja bez ograniczeń  
Tab. 1. Comparison of the measured and CAD model points – optimisation without constraints

etykieta z modelu CAD	etykieta transformowanego punktu	dX	dY	dZ	odległość
101	01	-17,11	3,66	-0,15	17,50
102	02	1,96	0,65	0,14	2,07
103	03	12,14	0,00	-1,90	12,29
104	04	-5,95	-1,21	-2,77	6,67
105	05	-3,24	-3,11	1,52	4,74
106	06	-12,34	-9,14	5,26	16,23
107	07	5,03	4,02	-0,07	6,44
108	08	16,13	3,32	-2,62	16,68
109	09	1,94	2,10	0,89	3,00
110	10	1,43	-0,30	-0,29	1,49
suma odległości					87,11

W tab. 2 przedstawiono porównanie zmierzonych punktów i punktów z modelu CAD dla fragmentu dna podwójnego, gdzie zoptymalizowano transformację wyników pomiarów, stosując warunek współosiowości. W tab. 3 przedstawiono analogiczne

porównanie, gdzie zoptymalizowano transformację wyników pomiarów, stosując warunek współpłaszczyznowości.

Tab. 2. Porównanie zmierzonych punktów i punktów z modelu CAD – optymalizacja z warunkiem współosiowości punktów  
Tab. 2. Comparison of the measured and CAD model points – optimisation with co-axial points constraint

etykieta z modelu CAD	etykieta transformowanego punktu	dX	dY	dZ	odległość
101	01	-18,52	1,58	0,07	18,58
102	02	0,56	-3,93	0,35	3,99
103	03	10,74	-5,98	-1,68	12,41
104	04	-7,36	-9,65	-2,55	12,40
105	05	-4,65	-14,07	1,74	14,92
106	06	-13,73	1,58	5,44	14,86
107	07	3,61	12,26	0,22	12,78
108	08	14,71	10,18	-2,33	18,04
109	09	0,52	6,46	1,18	6,59
110	10	0,00	1,58	0,00	1,58
suma odległości					116,15

Tab. 3. Porównanie zmierzonych punktów i punktów z modelu CAD – optymalizacja z warunkiem współpłaszczyznowości punktów  
Tab. 3. Comparison of the measured and CAD model points – optimisation with co-planar points constraint

etykieta z modelu CAD	etykieta transformowanego punktu	dX	dY	dZ	odległość
101	01	-17,58	-2,75	-5,37	18,59
102	02	1,49	-5,76	-3,55	6,93
103	03	11,67	-6,40	-4,73	14,13
104	04	-6,42	-7,61	-4,08	10,75
105	05	-3,71	-9,54	1,75	10,39
106	06	-11,87	-2,75	0,00	12,18
107	07	5,50	10,44	-3,69	12,36
108	08	16,60	9,76	-5,38	19,99
109	09	2,41	8,51	-0,35	8,85
110	10	1,90	6,11	0,00	6,40
suma odległości					120,57

Wyniki pokazują, że optymalizacja z ograniczeniami daje gorsze wartości funkcji celu. Jest to naturalne, gdyż stosowanie ograniczeń nie ma na celu poprawy wyników optymalizacji, a jedynie optymalizację w ograniczonej dziedzinie zmiennych decyzyjnych. Ponieważ wytyczne montażowe muszą być zachowane podczas ostatecznego montażu kadłuba, bardzo ważną wydaje się być możliwość sprawdzenia wpływu różnych ograniczeń na końcowy wynik dopasowania.

## 7. Wnioski

Optymalizacja transformacji wyników pomiarów sekcji i bloków kadłuba statku jest istotnym elementem w procesie oceny jakości wykonania prefabrykowanych elementów i możliwości ich dalszego montażu na pochylni, czy w suchym doku. Zaprezentowana metoda została zaimplementowana w programie komputerowym do wizualizacji i oceny wyników pomiarów elementów kadłuba statku. Transformacja wyników pomiarów odbywa się podczas wczytywania pomiarów do trójwymiarowego modelu kadłuba statku. Ponieważ iteracyjna metoda optymalizacji zbiega się szybko, zwykle w około pięciu iteracjach, wynik jest uzyskiwany natychmiast.

Przedstawiona metoda ma następujące zalety:

- łatwa w implementacji (pochodne funkcji trygonometrycznych i wielomianowych),
- szybka zbieżność, natychmiastowe wyniki – wymaga około pięciu iteracji do znalezienia minimum,
- umożliwia przedstawienie wytycznych montażowych w postaci ograniczeń (współosiowość, współliniowość),
- eliminuje analizę, jak nakładać wyniki pomiarów na model CAD,
- eliminuje ludzkie błędy podczas transformacji wyników pomiarów i przenoszenia ich do modelu CAD.

Wadą przedstawionej metody jest to, że wymaga dokładnej korelacji pomiędzy mierzonymi punktami i punktami w modelu CAD. Ponieważ czas potrzebny do uzyskania wyniku optymalizacji jest bardzo krótki, wada ta może zostać usunięta poprzez sprawdzenie wszystkich możliwych kombinacji odpowiadających sobie punktów. Niestety w przypadku symetrycznych konstrukcji może to prowadzić do błędnych rozwiązań.

Kierunki przyszłych badań również zakładają zastosowanie przedstawionej metody. Transformacja wyników pomiarów jest niezbędna i nie zależy od sposobu wyboru punktów pomiarowych. Z punktu widzenia użytkownika aplikacja, która dokonuje automatycznie optymalnego przekształcenia wyników pomiarów podczas ich wczytywania do modelu CAD daje oszczędność czasu i ułatwia ocenę wyników pomiarów.

## 8. Literatura

- [1] Arun, K.S. et al. (1987). Least-squares fitting of two point sets. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-9, no 5, pp. 698-700.
- [2] Baird, H. S. (1985). Model-based image matching using location. Cambridge, MA, MIT Press.
- [3] Bertsekas, D.P. (1996). Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods, Belmont, Massachusetts, Athena Scientific.
- [4] Besl, P.J., & McKay, N. (1992). A method for registration of 3-D shapes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14 (2), pp. 239-256.
- [5] Bjorck, A., & Dahlquist, G. (1974). Numerical methods. New Jersey, Prentice-Hall.
- [6] Brockett, R.W. (1997). Singular values and least squares matching. Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, vol. 2, pp. 1121-1124.
- [7] Fitzgibbon, A.W. (2003). Robust registration of 2D and 3D point sets. Image and Vision Computing, vol. 21, no. 13-14, pp. 1145-1153, Elsevier Science B.V., <http://www.robots.ox.ac.uk/~awf/lmicp>.
- [8] Flick, T. E., & Jones, L. K. (1986). A combinatorial approach for classification of patterns with missing information and random orientation. IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, vol. PAMI-8, pp. 482-490.
- [9] Gaojin, W., Dengmin, G.Z., Shihong, X., Zhaoqi, W. (2005). Total least squares fitting of point sets in m-D, Computer Graphics International, pp. 82-86.
- [10] Goodrich, M.T. et al. (1999). Approximate geometric pattern matching under rigid motion. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-21, no 4, pp. 371-379.
- [11] Griffin, P. M., & Alexopoulos, C. (1989). Point pattern matching using centroid bounding. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-19, pp. 1274-1276.
- [12] Kniat, A. (2009). Optimization of transformation of measurements of ship blocks. Polish Maritime Research, vol. 16, no. 4(61), pp. 32-37.
- [13] Lavine D., Lambird B. A., & Kanal L. N. (1983). Recognition of spatial point patterns. Pattern Recognition, vol. 16, pp. 289-295.
- [14] Manninen, M., Kaisto, I. (1996). 3D measurement and analysis of a ship block. Practice report, Oulu/Finland, A.M.S. Ltd, [http://www.leica-geosystems.com/media/new/product\\_solution/UI-298-0EN\\_AMS.pdf](http://www.leica-geosystems.com/media/new/product_solution/UI-298-0EN_AMS.pdf).
- [15] Morgera, S.D., Cheong, P.L.C. (1995). Rigid body constrained noisy point pattern matching, IEEE Transactions on Image Processing, vol. 4, no. 5, pp. 630-641.
- [16] Ramos, J.A., & Verriest, E.I. (1997). Total least squares fitting of two point sets in m-D. Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control, pp. 5048-5053.
- [17] Tarnowski, W. (1997). Podstawy projektowania technicznego, Warszawa, WNT.
- [18] Umeyama, S. (1991). Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-13, no. 4, pp. 376-380.
- [19] Zhang, Z. (1992). On local matching of free-form curves. Proceedings of the British Machine Vision Conferences, pp. 347-356.

otrzymano / received: 07.04.2010

przyjęto do druku / accepted: 04.05.2010

artykuł recenzowany

## INFORMACJE

# Zapraszamy do prenumeraty czasopisma PAK w 2010 roku

**Cena prenumeraty rocznej: 192,00 zł netto/1 egz.**

Prenumeratę i kolportaż prowadzą:

### WYDAWNICTWO PAK

ul. Świętokrzyska 14A, pok. 530,  
00-050 Warszawa,  
tel./fax: 22 827 25 40

### REDAKCJA CZASOPISMA POMIARY AUTOMATYKA KONTROLA

ul. Akademicka 10, pok. 30b,  
44-100 Gliwice,  
tel./fax: 32 237 19 45,  
e-mail: [wydawnictwo@pak.info.pl](mailto:wydawnictwo@pak.info.pl),  
[www.pak.info.pl](http://www.pak.info.pl)

