

*II Sympozjum*

**AKTUALNE PROBLEMY W METROLOGII' 2013**

Katedra Metrologii i Systemów Informacyjnych Politechniki Gdańskiej

**SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU TEMPERATURY SKÓRY CZŁOWIEKA  
METODĄ MONTE CARLO**

**Ariel DZWONKOWSKI<sup>1</sup>, Anna GOLIJANEK-JĘDRZEJCZYK<sup>2</sup>, Leszek RAFIŃSKI<sup>3</sup>**

1. Politechnika Gdańska, Katedra Metrologii i Systemów Informacyjnych  
ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel.: (58) 347-17-78 e-mail: adzwon@ely.pg.gda.pl
2. Politechnika Gdańska, Katedra Metrologii i Systemów Informacyjnych  
ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel.: (58) 347-17-78 e-mail: agol@ely.pg.gda.pl
3. Politechnika Gdańska, Katedra Metrologii i Systemów Informacyjnych  
ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel.: (58) 347-17-78 e-mail: lrafin@ely.pg.gda.pl

**Streszczenie:** W Katedrze Metrologii i Systemów Informacyjnych opracowano bezinwazyjną metodę pomiaru temperatury wybranych punktów ciała człowieka podczas próby wysiłkowej. Ze względu na wymaganą dokładność pomiarów wykorzystano do pomiaru metodę kontaktową. Jednocześnie, na podstawie wyników wcześniejszych pomiarów dynamiki zmian temperatury skóry podczas testu wysiłkowego zdecydowano się na zastosowanie jako czujnika - termoelementu.

W referacie zaprezentowano metodologię szacowania niepewności pomiaru temperatury skóry człowieka, przy zastosowaniu metody Monte Carlo.

W artykule przeprowadzono także szczegółową analizę porównawczą wyników oceny pomiaru metodą symulacji Monte Carlo oraz wyników uzyskanych metodą związaną z prawem propagacji niepewności.

**Słowa kluczowe:** pomiar temperatury, niepewność pomiaru, metoda Monte Carlo, CPET.

## 1. WSTĘP

Wysiłkowe badanie sercowo-płucne – CPET (ang. cardiopulmonary exercise test) przeprowadza się najczęściej w celu pomiaru parametru określającego ogólną wydolność tlenową organizmu człowieka, czyli maksymalnego poboru tlenu ( $VO_{2max}$ ). Próbę wykonuje się najczęściej w formie testu spiroergometrycznego [1, 2, 3]. CPET jest nieinwazyjną, wiarygodną i bezpieczną metodą diagnostyczną, która polega na analizie gazów wydechowych (w układzie z oddechu na oddech) podczas narastającego wysiłku. W czasie wykonywania testu zbierane są dane na temat m.in.: wentylacji minutowej płuc oraz zmiany w stężeniach wydychanych gazów: tlenu ( $pO_2$ ) i dwutlenku węgla ( $pCO_2$ ), saturacji krwi tlenem ( $SpO_2$ ), częstości skurczów serca (HR) i ciśnienia tętniczego krwi (BP), oraz wielkości wykonywanej przez osobę badaną pracy zewnętrznej w jednostce czasu - mocy (WR) a także o subiektywnej ocenie wysiłku (wg. skali Borga) [4].

Na podstawie wstępnych badań [3] autorzy postanowili do podstawowych parametrów mierzonych podczas CPET

dodać pomiar temperatury w wybranych punktach ciała. Podczas wysiłku fizycznego ogólna temperatura ciała człowieka może wzrosnąć znacznie powyżej temperatury spoczynkowej, co wynika ze znacznego wzrostu ilości wysokoenergetycznych procesów metabolicznych. Wzrost temperatury ciała jest jednym z sygnałów odbieranych przez mózg jako oznaka zmęczenia [5, 6, 7].

Podczas wspomnianych wcześniejszych badań [3] przy użyciu prostego systemu pomiarowego, uzyskano zależność między parametrami spirometrycznymi (mierzonymi przy pomocy analizatora gazów), oksygenacją tkanki mózgowej (mierzoną specjalizowanym urządzeniem do pomiaru w bliskiej podczerwieni) oraz temperaturą skóry w okolicach wybranych punktów ciała. Zależność tę należy potwierdzić przy wykorzystaniu dokładniejszego systemu do pomiaru temperatury ciała człowieka.

## 2. METODA POMIARU

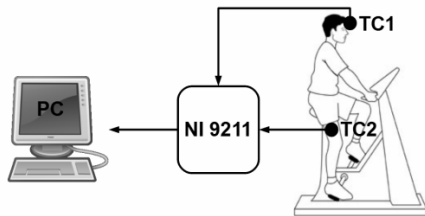
Ze względu na wymaganą dokładność pomiarów założono wykorzystanie do pomiaru metody kontaktowej. Jednocześnie, na podstawie wyników wcześniejszych pomiarów dynamiki zmian temperatury skóry podczas testu wysiłkowego [3], a także biorąc pod uwagę wymagania środowiska pracy (m.in. występowanie potu), zdecydowano się na zastosowanie jako czujnika termoelementu w płaszczu teflonowym. Rozwiązanie takie pozwala na ograniczenie wpływu agresywnego chemicznie środowiska na wynik pomiaru, a jednocześnie płaszcz teflonowy nie wpływa znacząco na ograniczenie dynamiki pomiaru termoelementem.

Na podstawie analizy wyników pomiarów wstępnych określono, że system pomiarowy powinien spełniać następujące wymagania: rozdzielczość pomiaru na poziomie co najmniej  $0,01\text{ }^\circ\text{C}$ , częstotliwość pomiarów na poziomie co najmniej 4 Hz, pomiar w dwóch punktach ciała jednocześnie.

Ze względu na przewidywany zakres zmian temperatury skóry, tzn. 20 °C do 43 °C, jako czujniki wybrano termoelementy typu T klasy 1 dostarczone przez firmę Termoaparatura Wrocław.

W celu akwizycji danych zastosowano moduł NI 9211. Jest to 24-bitowy moduł przeznaczony do pomiarów z wykorzystaniem termoelementów. W przypadku zastosowania pomiaru z dwóch czujników pozwala on na pomiar z częstotliwością maksymalnie 7 Hz.

Schemat wykonanego systemu pomiarowego został przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat systemu pomiarowego do pomiaru temperatury: TC1, TC2 – termoelementy typu T

Aby umożliwić przeprowadzenie testu zaprojektowano specjalistyczną aplikację pozwalającą na pomiar oraz archiwizację danych pomiarowych.

### 3. SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU TEMPERATURY METODĄ PROPAGACJI NIEPEWNOŚCI

Szacowanie niepewności wykorzystanego układu do pomiaru temperatury przeprowadzono w oparciu o wytyczne zawarte w Przewodniku GUM [8, 9]. Przeprowadzono analizę dla pojedynczego toru pomiarowego.

Funkcja pomiaru temperatury  $T$  przedstawia się następująco:

$$T = \bar{T} + \delta T_c + \delta T_{DAQ}, \quad (1)$$

gdzie:

$\bar{T}$  – estymata zmierzonej temperatury, obliczona jako wartość średnia z wyników pomiarów,

$\delta T_c$  - błąd graniczny czujnika temperatury typu T, podany przez producenta,

$\delta T_{DAQ}$  - błąd graniczny karty akwizycji sygnałów pomiarowych, zawarty w specyfikacji urządzenia.

Wariancję pomiaru temperatury, przy założeniu braku korelacji między niepewnościami wielkości mierzonych, określa zależność [8, 9, 10]:

$$u^2(T) = \left( \frac{\partial T}{\partial \delta T_c} \right)^2 u^2(\delta T_c) + \left( \frac{\partial T}{\partial \delta T_{DAQ}} \right)^2 u^2(\delta T_{DAQ}). \quad (2)$$

Zatem w celu określenia wariancji pomiaru temperatury  $u^2(T)$  należy uwzględnić wariancję wynikającą z błędu granicznego zastosowanego czujnika pomiarowego  $u^2(\delta T_c)$  oraz wyznaczyć wariancję wynikającą z błędu granicznego układu akwizycji  $u^2(\delta T_{DAQ})$ .

Obie te wartości wyznaczono jako wariancję typu B, na podstawie danych podanych przez producenta w specyfikacji czujnika oraz karty akwizycji.

Wariancję  $u^2(\delta T_c)$  wyznaczono przyjmując normalny rozkład prawdopodobieństwa błędu  $\delta T_c$  [11], zgodnie z poniższą zależnością:

$$u^2(\delta T_c) = \left( \frac{\delta T_c}{2} \right)^2. \quad (3)$$

Wartość błędu granicznego  $\delta T_c$  przyjęto z normy PN-EN 60584-2 [12], w której tolerancja wykonania termoelementu typu T klasy 1 wynosi:

$$\delta T_c = \pm 0,5^\circ\text{C}. \quad (4)$$

Natomiast wariancję  $u^2(\delta T_{DAQ})$  obliczono, przyjmując prostokątny rozkład prawdopodobieństwa błędu  $\delta T_{DAQ}$ , zgodnie z poniższym wzorem:

$$u^2(\delta T_{DAQ}) = \left( \frac{\delta T_{DAQ}}{\sqrt{3}} \right)^2. \quad (5)$$

Z danych zawartych w karcie katalogowej modułu akwizycji NI 9211 [13] wynika, iż w przypadku pomiaru za pomocą termoelementu typu T, błąd graniczny jest równy:

$$\delta T_{DAQ} = \pm 0,05^\circ\text{C}. \quad (6)$$

Niepewność standardowa pomiaru temperatury  $u(T)$  została wyznaczona zgodnie z zależnością (2) i dla powyższych danych wynosi ona:

$$u(T) = 0,25^\circ\text{C}. \quad (7)$$

Niepewność rozszerzona pomiaru temperatury  $U(T)$ , dla współczynnika rozszerzenia  $k=2$  (co odpowiada przedziałowi ufności ok. 95 %) [14], wynosi:

$$U(T) = 2u(T) = 0,50^\circ\text{C}. \quad (8)$$

Budżet niepewności estymaty temperatury 25,1 °C podano w Tabeli 1.

Tabela 1. Budżet niepewności estymaty temperatury 25,1 °C

Wielkość $X_n$	Estymata wielkości $x_n$	Wariancja standardowa $u^2(x_n)$	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik wrażliwości $c_n$	Udział w wariancji złożonej $u^2_n(y)$
$\bar{T}$	25,16 °C	0,18E-3 °C <sup>2</sup>	normalny	1,00 °C/°C	0,18E-3 °C <sup>2</sup>
$\delta T_c$	0,00 °C	0,06 °C <sup>2</sup>	normalny	1,00 °C/°C	0,06 °C <sup>2</sup>
$\delta T_{DAQ}$	0,00 °C	0,83E-3 °C <sup>2</sup>	prostokątny	1,00 °C/°C	0,83E-3 °C <sup>2</sup>
Niepewność standardowa $u(i)$					0,25 °C
Niepewność rozszerzona $U(i)$					0,50 °C

W związku z powyższym wynik pomiaru można zapisać jako:

$$T = (25,16 \pm 0,50)^\circ\text{C}. \quad (9)$$

W Tabeli 2 zaprezentowano budżet niepewności estymaty temperatury dla 34,5 °C.

Tabela 2. Budżet niepewności estymaty temperatury 34,5 °C

Wielkość $X_n$	Estymata wielkości $x_n$	Wariancja standardowa $u^2(x_n)$	Rozkład prawdopodobieństwa	Współczynnik wrażliwości $c_n$	Udział w wariancji złożonej $u_n^2(y)$
$\bar{T}$	34,57 °C	0,18E-3 °C <sup>2</sup>	normalny	1,00 °C/°C	0,18E-3 °C <sup>2</sup>
$\delta T_c$	0,00 °C	0,06 °C <sup>2</sup>	normalny	1,00 °C/°C	0,06 °C <sup>2</sup>
$\delta T_{DAQ}$	0,00 °C	0,83E-3 °C <sup>2</sup>	prostokątny	1,00 °C/°C	0,83E-3 °C <sup>2</sup>
Niepewność standardowa $u(i)$					0,25 °C
Niepewność rozszerzona $U(i)$					0,50 °C

Zgodnie z powyższymi szacunkami niepewności, wynik pomiaru temperatury 34,5 °C można zapisać jako:

$$T = (34,57 \pm 0,50) \text{ °C} . \quad (10)$$

#### 4. SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU TEMPERATURY METODĄ MONTE CARLO

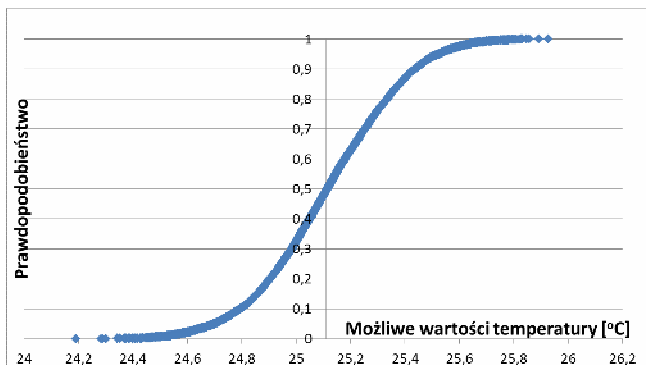
W celu weryfikacji wyników szacowania niepewności, uzyskanych w poprzednim rozdziale zgodnie z tradycyjnym podejściem, przeprowadzono szacowanie niepewności pomiaru temperatury metodą numeryczną, za pomocą symulacji Monte Carlo [15, 16].

Przyjęto, że funkcja pomiaru temperatury zbudowanym układem pomiarowym jest opisana zależnością (1). Przyjęto także takie same rozkłady prawdopodobieństwa dla wielkości wyjściowej jak w poprzednim rozdziale referatu.

Szacowanie niepewności metodą Monte Carlo przeprowadzono w programie Microsoft Excel dla liczby próbek  $M$  równej  $10^4$ . Wyznaczono funkcję gęstości prawdopodobieństwa wielkości wyjściowej temperatury  $T$ , jej wartość oczekiwaną oraz przedział ufności dla poziomu ufności  $p = 95 \%$ .

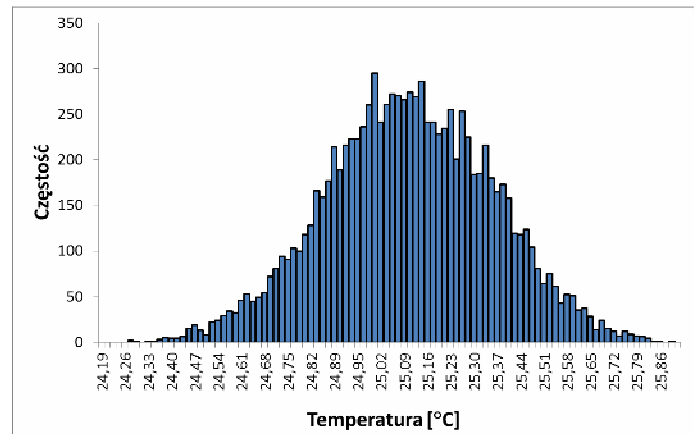
Obliczenia przeprowadzono dla następujących wartości temperatury: 25,1 °C i 34,5 °C.

Na rysunku 2 przedstawiono przykładową dystrybuantę numeryczną zbioru możliwych wartości błędu pomiaru dla  $T$  równej 25,1 °C.



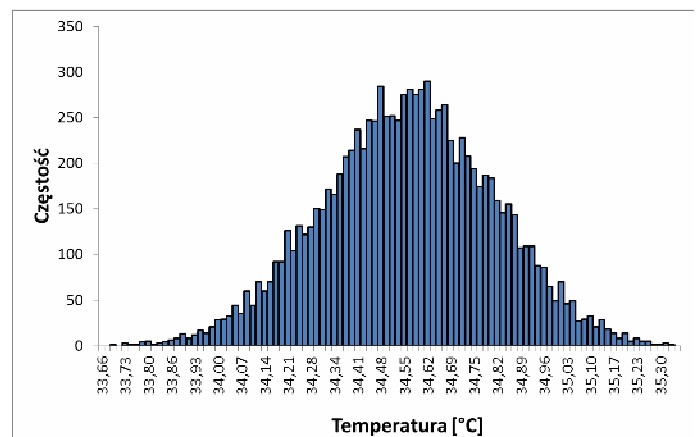
Rys. 2. Dystrybuanta numeryczna dla temperatury 25,1 °C

Na podstawie uzyskanych wyników wykreślono także histogramy. Przykładowy histogram dla temperatury  $T$  równej 25,1 °C zaprezentowano na rysunku 3.



Rys. 3. Histogram dla temperatury 25,1 °C

Natomiast przykładowy histogram dla temperatury  $T$  równej 34,5 °C zaprezentowano na rysunku 4.



Rys. 4. Histogram dla temperatury 34,5 °C

W Tabelach 3 i 4 zestawiono uzyskane wyniki niepewności rozszerzonej  $U(T)$  oszacowanej zarówno metodą propagacji niepewności oraz metodą Monte Carlo, odpowiednio dla mierzonych temperatur: 25,1 °C i 34,5 °C.

Tabela 3. Niepewność rozszerzona estymaty temperatury dla 25,1 °C

Estymata dla mierzonej temperatury 25,1 °C	
prawo propagacji [°C]	<b>25,116±0,503</b>
Monte Carlo [°C]	<b>25,116±0,491</b>

Tabela 4. Niepewność rozszerzona estymaty temperatury dla 34,5 °C

Estymata dla mierzonej temperatury 34,5 °C	
prawo propagacji [°C]	<b>34,566±0,503</b>
Monte Carlo [°C]	<b>34,569±0,495</b>

Porównując wyniki oszacowanej niepewności rozszerzonej  $U(T)$  (Tabele 3 i 4) widać, że wyniki te różnią się między sobą, i że w każdym analizowanym przypadku wartość niepewności rozszerzonej wyznaczonej metodą tradycyjną (zgodnie z prawem propagacji niepewności) jest większa niż wartość obliczona metodą symulacji Monte Carlo. Względna różnica między tymi wartościami wynosi maksymalnie 2,5 %.

Biorąc pod uwagę fakt, iż niepewność rozszerzona powinna być przedstawiana z dwiema cyframi znaczącymi,

zdaniem autorów błąd ten jest akceptowalny, gdyż po zaokrągleniu wyniki oszacowanej niepewności obiema metodami można przedstawić następująco:

- dla temperatury 25,1 °C:  $T = (25,12 \pm 0,50) \text{ °C}$ ,
- dla temperatury 34,5 °C:  $T = (34,57 \pm 0,50) \text{ °C}$ .

## 5. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono zagadnienie dotyczące szacowania niepewności pomiaru temperatury w wybranych punktach ciała człowieka dwiema metodami: metodą opartą na Przewodniku GUM z zastosowaniem prawa propagacji niepewności oraz metodą numeryczną – symulacji Monte Carlo.

Wyniki uzyskanych analiz są zbieżne i pozwalają określić, jakiej niepewności pomiarowej można się spodziewać dokonując pomiarów temperatury zaprojektowanym systemem, jak również na weryfikację metodą Monte Carlo wyników oszacowania niepewności, uzyskanych w tradycyjnym podejściu analitycznym.

Na podstawie otrzymanych wyników dla czujników temperatury można stwierdzić, zarówno dla  $T = 25,1 \text{ °C}$  oraz  $T = 34,5 \text{ °C}$ , iż oszacowana niepewność wynosi 0,50 °C.

Zdaniem autorów, obliczona wartość niepewności funkcji przetwarzania dla czujników temperatury, jest dowodem na zasadność ich stosowania do celów pomiaru dynamiki zmian temperatury skóry podczas testu wysiłkowego.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Armstrong N, Welsman JR.: Aerobic fitness: what are we measuring?, *Med Sport Sci*, iss. 50, 2007, p. 5-25.
2. Barker A.R, Williams C.A, Jones A.M, Armstrong N.: Establishing maximal oxygen uptake in young people during a ramp cycle test to exhaustion, *Br J Sports Med.*, 45(6), 2011, p. 498-503.
3. Rafiński L., Łuszczuk M.: A measurement system for children endurance tests, *Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering. Computer Applications in Electrical Engineering*, iss. 72, 2012, p. 57-64, ISSN 1897-0737.
4. Bongers B.C., Hulzebos E.H.J., Van Brussel M., Takken T.: Pediatric Norms for cardiopulmonary Exercise Testing, *Uitgeverij BOXPress*, s'-Hertogenbosch, 2:3, 2012, p. 30-34.
5. Falk B.: Effects of thermal stress during rest and exercise in the paediatric population, *Sports Medicine*, 25 (4), 1998, p. 221-40.
6. Chin Leong Lim, Chris Byrne, Jason K.W. Lee: Human Thermoregulation and Measurement of Body Temperature in Exercise and Clinical Settings, *Annals, Academy of Medicine, Singapore* 2008.
7. Inbar O., Morris N., Epstein Y., Gass G.: Comparison of thermoregulatory responses to exercise in dry heat among prepubertal boys, young adults and older males, *Experimental Physiology*, 89 (6), 2004, p. 691-700.
8. Evaluation of measurement data — An introduction to the Guide to the expression of uncertainty in measurement and related documents, *JCGM 104:2009*.
9. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement - *JCGM 100:2008, GUM 1995 with minor corrections*, First edition, September 2008.
10. Piotrowski J., Kostyrko K.: Wzorcowanie aparatury pomiarowej. Wydanie II zmienione i uaktualnione, *PWN, Warszawa* 2012.
11. Fotowicz P.: Rola niepewności przy ocenie zdolności pomiarowej przyrządu, *Materiały IX Konferencji Naukowo-Technicznej PPM'12, Krynica-Zdrój*, czerwiec 2012, s. 67-70.
12. PN-EN 60584-2: Termoelementy – Tolerancje, 1997.
13. NI 9211, *Datasheet*, ni.com, 20.12.2012.
14. Dokument EA-4/02, Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu, *Europejska Współpraca w dziedzinie Akredytacji*, Grudzień 1999.
15. Fotowicz P.: Obliczanie niepewności pomiaru zgodne z definicją przedziału rozszerzenia na przykładzie opracowania wyniku wzorcowania mikrometru, *PAR*, nr 10, 2010, s. 48—52, ISSN 1427-9126.
16. Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method, *JCGM 101:2008*.

## ESTIMATION OF UNCERTAINTY OF MEASUREMENT OF HUMAN SKIN TEMPERATURE USING THE MONTE CARLO METHOD

The Department of Metrology and Information Systems developed a non-invasive method of measuring the temperature of selected points of the human body during a cardiopulmonary exercise test (CPET). Due to the required accuracy of measurement, a tactile measurement method was decided to be used. On the basis of previous measurements of the dynamics of changes in skin temperature during an exercise test, it was decided T-type thermocouple sensors will be used.

This paper presents a methodology for estimating uncertainty of measurement of human skin temperature, using the numeric Monte Carlo method. A detailed analysis of the selection of the distribution function of the input values, which is very important for the Monte Carlo method because the correct generation of the simulation values is dependent on it, is also presented.

A detailed comparative analysis of the results of the measurement uncertainty calculations obtained using the Monte Carlo simulation and the results achieved using the uncertainty propagation law method was also carried out, and it has been concluded that both methods give consistent results.

**Keywords:** temperature measurement, measurement uncertainty, the Monte Carlo method, CPET.