

WPLYW IMPLEMENTACJI ALGORYTMU CHANA NA JEGO EFEKTYWNOŚĆ  
INFLUENCE OF CHAN'S ALGORITHM IMPLEMENTATION ON ITS EFFECTIVENESS

Agnieszka Czapiewska<sup>1</sup>; Robert Nicpoń<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Politechnika Gdańska, Gdańsk, agnieszka.czapiewska@pg.edu.pl

<sup>2</sup> Politechnika Gdańska, Gdańsk, s165164@student.eti.pg.edu.pl

**Streszczenie:** W referacie przybliżono algorytm Chana służący do wyznaczania położenia w metodzie TDOA. W algorytmie tym estymaty współrzędnych położenia można uzyskać w kilku różnych etapach wykonywania procedur algorytmu. Ponadto wątpliwość budzi sposób wypełniania macierzy  $\mathbf{B}$ . W referacie zbadano dokładność uzyskiwanych estymat położenia w zależności od sposobu implementacji algorytmu Chana.

**Abstract:** The paper presents the Chan algorithm used for determining the position in the TDOA method. In this algorithm, estimates of position coordinates can be obtained at several different stages of the execution of the algorithm's procedures. Moreover, the method of filling the matrix  $\mathbf{B}$  raises doubts. The paper investigates the accuracy of the obtained position estimates depending on the implementation of the Chan algorithm.

**Słowa kluczowe:** algorytm Chana, radio lokalizacja, TDOA.

**Keywords:** Chan algorithm, radio localization, TDOA.

## 1. WSTĘP

Możliwość lokalizowania osób i obiektów jest istotnym elementem rozwijającego się społeczeństwa przebywającego w tzw. obszarach smart city. Wiedza o położeniu osób i obiektów sprzyja optymalizacji procesów zachodzących nie tylko w przemyśle [6], [7], ale również w codziennej egzystencji ludzi [2], [3]. Ponadto możliwość lokalizowania osób stanowi jeden z elementów usług z zakresu bezpieczeństwa publicznego [1].

Sposobów wyznaczania położenia w literaturze jest opisanych bardzo dużo. Do wyznaczenia położenia można wykorzystać m. in. informację wizualną [11], zliczeniową [5] lub użyć fal elektromagnetycznych. W przypadku, gdy używane są fale elektromagnetyczne mówimy o radio lokalizowaniu. Systemy radio lokalizacyjne dzielone są ze względu na typ pomiarów, które wykorzystują do określania położenia. Do podstawowych zaliczamy: TOA (*Time of Arrival*) [8], w których wykonywane są pomiary czasu propagacji; TDOA (*Time Difference of Arrival*) [9], w których mierzona jest różnica czasu propagacji; AoA (*Angle of Arrival*) [10], gdzie wyznaczany jest kąt nadejścia sygnału; RSS (*Received Signal Strength*) [10], czyli pomiar mocy sygnału odbieranego. W każdej z tych metod używane są różne algorytmy wyznaczania położenia. A każdy z algorytmów pozwala uzyskać różną

dokładność lokalizowania, zależnie od warunków, w których wykonywany był dany typ pomiarów. W niniejszym referacie poddano analizie znany algorytm Chana opracowany dla metody TDOA, w którym przy liczbie stacji referencyjnych większej niż 3 można uzyskać współrzędne położenia obiektu na różnych etapach realizacji algorytmu. Porównano dokładność wyznaczonych w ten sposób estymat współrzędnych. Ponadto w algorytmie tym można dwoma sposobami otrzymać macierz  $\mathbf{B}$ , co także zostało przeanalizowane pod kątem dokładności uzyskiwanych estymat współrzędnych położenia obiektu. W punkcie 2 omówiono algorytm Chana, wyróżniając etapy działań, w których można wyznaczyć współrzędne położenia oraz wyjaśniając dwa możliwe sposoby wyznaczenia macierzy  $\mathbf{B}$ . W punkcie 3 zaprezentowano wyniki symulacji dla kilku scenariuszy działania systemu lokalizacyjnego. Na końcu podsumowano uzyskane wyniki.

## 2. ALGORYTM CHANA

Algorytm Chana został zaproponowany w artykule [4] do wyznaczania położenia obiektów w systemach hiperbolicznych. W systemach tych mierzona jest różnica odległości. Algorytm Chana jest przybliżoną realizacją metody największej wiarygodności (ang. *maximum likelihood*). W referacie [4] autor prezentuje sposoby wyznaczenia pozycji dla dwóch przypadków: gdy system składa się z trzech stacji referencyjnych oraz gdy stacji referencyjnych jest więcej niż trzy. Algorytm prezentowany dla większej liczby stacji jest zdecydowanie bardziej złożony oraz stwarza możliwości różnego sposobu implementacji niektórych operacji. Dlatego też w niniejszym referacie omówione zostaną jedynie procedury wyznaczania położenia algorytmem Chana dla większej liczby stacji referencyjnych niż 3. Liczbę stacji referencyjnych oznaczmy symbolem  $M$ . Wówczas należy wypełnić macierze  $\mathbf{h}$  i  $\mathbf{G}_a$ :

$$\mathbf{h} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{2,1}^2 - K_2 + K_1 \\ r_{3,1}^2 - K_3 + K_1 \\ \vdots \\ r_{M,1}^2 - K_M + K_1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{G}_a = - \begin{bmatrix} x_{2,1} & y_{2,1} & r_{2,1} \\ x_{3,1} & y_{3,1} & r_{3,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{M,1} & y_{M,1} & r_{M,1} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Gdzie:

$$K_i = x_i^2 + y_i^2, \quad (3)$$

$$r_{i,1} = r_i - r_1, \quad (4)$$

$$x_{i,1} = x_i - x_1, \quad (5)$$

$$y_{i,1} = y_i - y_1. \quad (6)$$

Kolejnym krokiem jest aproksymacja wektora  $\mathbf{z}_a = \begin{bmatrix} z_p \\ r_1 \end{bmatrix}$ , gdzie  $\mathbf{z}_p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ , który pozwala na przybliżone określenie położenia obiektu oraz możliwość dalszych iteracji szacowania lokalizacji. Wstępną aproksymację wektora  $\mathbf{z}_a$  otrzymujemy poprzez rozwiązanie równania:

$$\mathbf{z}_a \approx (\mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{h}, \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{Q}$  oznacza macierz kowariancji wektora szumu błędów pomiarów. Chan w swoim artykule pisze, że aby rozwiązać powyższe równanie nieliniowe należy przyjąć, że  $x$ ,  $y$  a  $r_1$  są wzajemnie niezależne. Wzór (7) może posłużyć do uzyskania pierwszego wyniku współrzędnych położenia obiektu i posłużyć do wyznaczenia macierzy  $\mathbf{B}$ , która teoretycznie powinna być wypełniona prawdziwymi wartościami:

$$\mathbf{B} = \text{diag}\{r_2^0, r_3^0, \dots, r_M^0\}. \quad (8)$$

Indeks górny „0” oznacza idealne wartości. Macierz  $\mathbf{B}$  może być wyznaczona na podstawie pierwszej estymaty wektora  $\mathbf{z}_a$ . Przy czym można tę operację zrealizować dwoma sposobami:

$$r_i^0 = r_{i,1} - r_1 \quad (9)$$

lub

$$r_i^0 = r_{i,1} - \sqrt{(x_i - x_1)^2 + (y_i - y_1)^2}. \quad (10)$$

Znając macierz  $\mathbf{B}$  można wyznaczyć macierz kowariancji wektora błędów:

$$\mathbf{\Psi} = c^2 \mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B}. \quad (11)$$

Wówczas można wyznaczyć współrzędne poszukiwanej pozycji z większą dokładnością ze wzoru:

$$\mathbf{z}_a = (\mathbf{G}_a^T \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{h}. \quad (12)$$

W kolejnej aproksymacji metodą MLE (ang. *Maximum Likelihood Estimation*) uzyskuje się wyrażenie:

$$\mathbf{z}_a' = (\mathbf{G}_a'^T \mathbf{\Psi}'^{-1} \mathbf{G}_a')^{-1} \mathbf{G}_a'^T \mathbf{\Psi}'^{-1} \mathbf{h}', \quad (13)$$

gdzie:

$$\mathbf{h}' = \begin{bmatrix} (z_{a,1} - x_1)^2 \\ (z_{a,2} - y_1)^2 \\ z_{a,3}^2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{G}_a' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{\Psi}' = 4 \mathbf{B}' \text{cov}(\mathbf{z}_a) \mathbf{B}', \quad (16)$$

$$\mathbf{B}' = \text{diag}\{x^0 - X_1, y^0 - Y_1, R_1^0\}. \quad (17)$$

Ostatecznie współrzędne położenia obiektu wyznacza się następująco:

$$\mathbf{z}_p = \pm \sqrt{\mathbf{z}_a'} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Właściwym rozwiązaniem jest to, które leży w obszarze zainteresowania.

Z powyższych rozważań wynika, że w algorytmie Chana zależności (7), (12) i (18) stanowią kolejne estymaty położenia lokalizowanego obiektu.

W publikacji Chana [4] wzór (7) jest oznaczony numerem 14b, a wzór (12) oznaczono numerem 14a.

### 3. BADANIA SYMULACYJNE

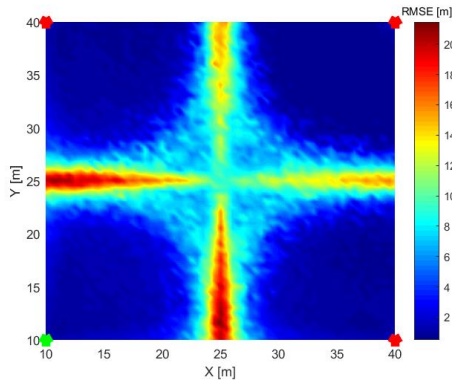
Zbadanie efektywności lokalizowania poszczególnych etapów algorytmu Chana oraz sposobu wypełniania macierzy  $\mathbf{B}$ , wymagało przeprowadzenia symulacji. Badania zrealizowano dla trzech scenariuszy rozstawienia czterech stacji referencyjnych: w kwadracie (współrzędne stacji referencyjnych: (10, 10), (10, 40), (40, 10), (40, 40)), czworokącie ((10, 10), (15, 30), (30, 15), (40, 40)) oraz trójkącie ((10, 10), (25, 10), (40, 10), (25, 40)). Rozstawienie stacji referencyjnych w kwadracie zaprezentowano graficznie na rys. 1, 2, w czworokącie na rys. 4, 5, w trójkącie na rys. 7, 8, gdzie stacje referencyjne oznaczono czerwonymi wielokątami, a wielokątem zielonym wyróżniono stację referencyjną, względem której mierzona była różnica czasu propagacji. Badania symulacyjne zawsze realizowano w obszarze ograniczonym przez kwadrat o przeciwległych wierzchołkach znajdujących się w punktach (10, 10) i (40, 40). W obszarze tym wyznaczono punkty pomiarowe z krokiem 0,5 m, w których symulowano 100 pomiarów różnicy odległości z błędem pomiaru o wariancji 0,5 m. Błąd RMSE (*Root Mean Square Error*) na wymienionych rysunkach przedstawiono jako mapę cieplną, gdzie kolor czerwony oznacza największe wartości błędów, natomiast niebieski najmniejsze. W celu wygodniejszego porównania efektywności poszczególnych sposobów wyznaczenia współrzędnych położenia lokalizowanego obiektu wyznaczono estymaty dystrybuanty średniokwadratowych błędów określania położenia, które zaprezentowano na rys. 3, 6 i 9 odpowiednio dla scenariuszy kwadratowego, czworokątnego i trójkątnego. Przyjęto następujące oznaczenia implementacji algorytmu:

- Chan v1 – użyto wzoru (9), wynik końcowy uzyskano z wzoru (18);
- Chan 14a v1 – użyto wzoru (9), wynik końcowy uzyskano z wzoru (12);
- Chan 14b v1 – użyto wzoru (9), wynik końcowy uzyskano z wzoru (7);
- Chan v2 – użyto wzoru (10), wynik końcowy uzyskano z wzoru (18).

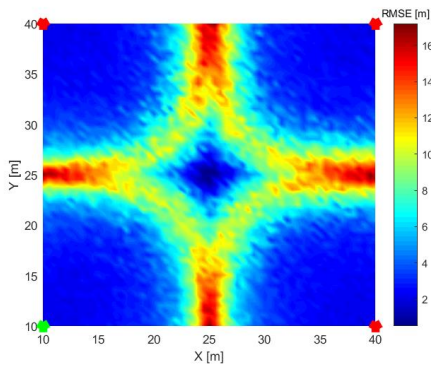
Na rys. 1, 4 i 7 zaprezentowano rozkład błędów RMSE na płaszczyźnie dla algorytmu Chan v1, natomiast na rys. 2, 5 i 8 dla Chan 14a v1. Nie prezentowano rozkładów błędów dla pozostałych wersji algorytmu Chana, ponieważ są one bardzo podobne do tych już zaprezentowanych, o czym świadczą wykresy dystrybuant (rys. 3, 6, 7).

Analizując uzyskane wyniki stwierdzono, że znacznie mniejsze błędy uzyskano, gdy macierz  $\mathbf{B}$  wyznaczano z użyciem wzoru (10). Jednakże różnicę tę można zaobserwować tylko na rys. 3. Ponadto porównując rys.

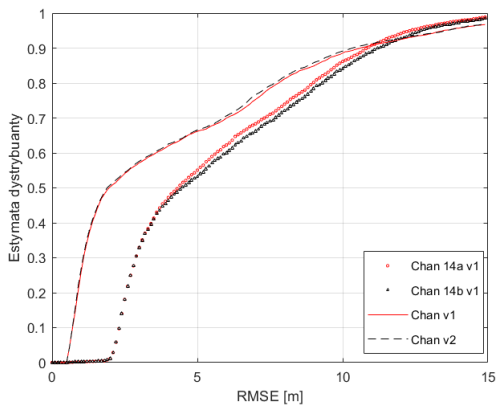
3, 6 i 9 stwierdzono, że uporządkowane rozstawienie stacji referencyjnych w przypadku algorytmu Chana jest niewskazane. Największe dokładności estymowanych współrzędnych uzyskano, gdy stacje referencyjne rozstawiono w czworokącie, a najmniejsze, gdy były rozstawione w kwadracie (tab. 1). Przeprowadzone badania dowodzą również, że zgodnie z przewidywaniami, estymaty współrzędnych położenia uzyskanych z wzoru (7) – w artykule [4] (14b), dają nieznacznie większe błędy niż te uzyskane z wzoru (12) – w artykule [4] (14a). Szczególnie



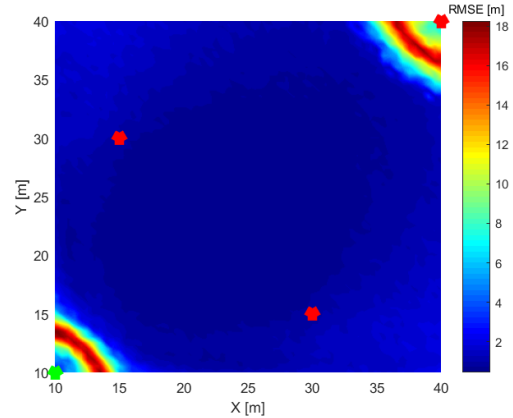
Rys. 1. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach kwadratu



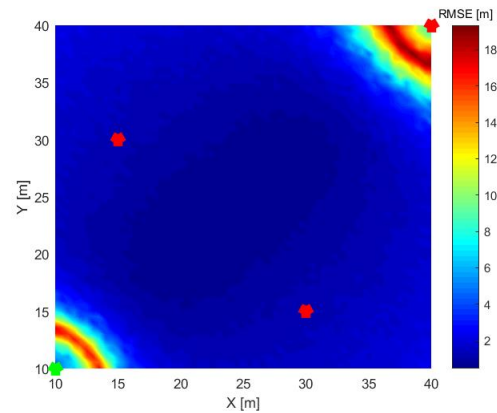
Rys. 2. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1 14a, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach kwadratu



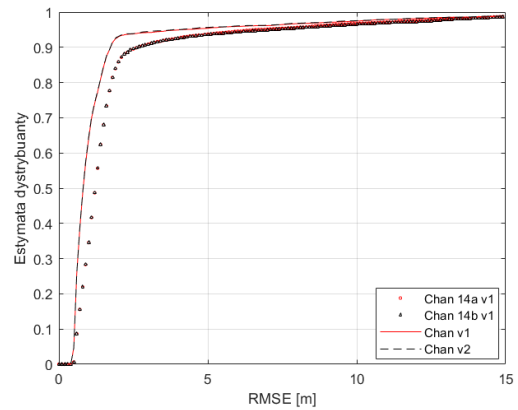
Rys. 3. Estymaty dystrybucyjności RMSE, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach kwadratu



Rys. 4. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach czworokąta



Rys. 5. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1 14a, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach czworokąta



Rys. 6. Estymaty dystrybucyjności RMSE, stacje referencyjne rozstawione w wierzchołkach czworokąta

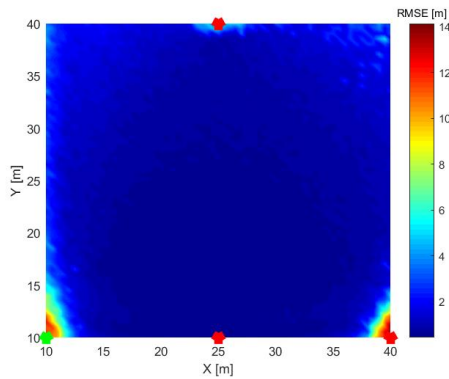
jest to widoczne przy niekorzystnym rozstawieniu stacji referencyjnych (rys. 3). Natomiast zawsze najmniejsze wartości błędów uzyskano z końcowego wzoru (18).

#### 4. PODSUMOWANIE

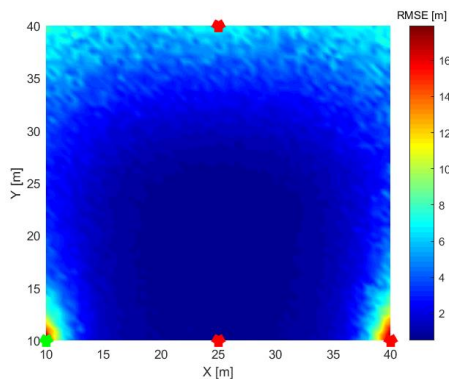
W referacie zaprezentowano analizę algorytmu Chana dedykowanego do wyznaczania położenia w metodzie TDOA. Przeanalizowano sposób wyznaczania macierzy  $\mathbf{B}$  i stwierdzono, że nie ma on dużego znaczenia dla efektywności całego algorytmu. Ponadto, potwierdzono, że wraz z kolejnymi aproksymacjami uzyskiwane współrzędne położenia obiektu cechują mniejsze błędy. Zauważono także, że dla algorytmu Chana, rozmieszczenie stacji referencyjnych ma bardzo duże znaczenie dla uzyskiwanych wartości błędów wyznaczania położenia.

#### LITERATURA

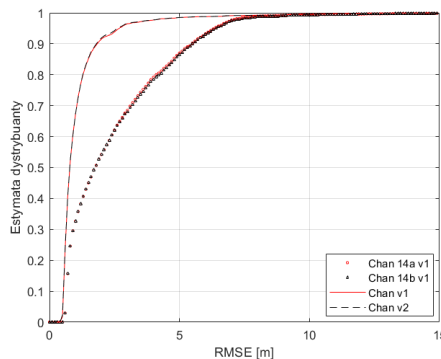
- [1] Ansari A. R., Nasir S., Haq M., Cho S. 2018. "Accu-rate 3D Localization Method for Public Safety Applications in Vehicular Ad-Hoc Networks". IEEE Access 6.
- [2] Badawik A., Kołakowski J. 2015. „Zmodyfikowana metoda lokalizacji nadajnika z wykorzystaniem techniki RSS”. Przegląd Telekomunikacyjny + Wiadomości Telekomunikacyjne 4. ISSN: 1230-3496.
- [3] Boreiko O., Teslyuk V., Beregovska C., Mykhailiuk A. 2015. „Model of Telecommunication Networks for Intelligent Building”. 13th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM).
- [4] Chan Y. T., Ho K. C. 1994. "A Simple and Efficient Estimator for Hiperbolic Location". IEEE Trans. on Signal Proc. 42 (8).
- [5] Fang S., Li H., Yang M., Wang Z. 2022. "Inertial Navigation System Based Vehicle Temporal Relative Localization With Split Covariance Intersection Filter". IEEE Robotics and Automation Letters 7 (2).
- [6] <https://ubisense.com/other-industries/>. dostęp: 5.05.2022.
- [7] <https://www.teldio.com/applications/rtls/>. dostęp: 5.05.2022.
- [8] Krishnaveni B. V., Reddy K. S., Reddy R. R. 2021. "An Introduction to the TOA measurement for UWB indoor localization Systems". 5th Conference on Information and Communication Technology (CICT).
- [9] Wang K., Chen Z., Yan Q. 2021. "Research on Multi-platform Time Difference of Arrival and Frequency Difference of Arrival Joint Location Technology". IEEE 6th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP).
- [10] Stefański J. 2021. „Badanie metod i projektowanie usług lokalizacyjnych w sieciach radiokomunikacyjnych”. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej. Gdańsk. ISBN: 978-83-7348-417-7.
- [11] Zhang T., Johnson-Roberson M. 2022. "Learning Cross-Scale Visual Representations for Real-Time Image Geo-Localization". IEEE Robotics and Automation Letters 7 (2).



Rys. 7. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1, stacje referencyjne rozstawione w trójkącie



Rys. 8. Rozkład RMSE dla algorytmu Chana v1 14a, stacje referencyjne rozstawione w trójkącie



Rys. 9. Estymaty dystrybuanty RMSE, stacje referencyjne rozstawione w trójkącie

Tab. 1. Błąd RMSE dla 90 % przypadków wyznaczonych współrzędnych ze wzoru (18)

Układ stacji referencyjnych	RMSE [m]
Kwadrat	10,4
Czworokąt	1,8
Trójkąt	1,9

Ponadto, należy zwrócić również uwagę, że w każdej z konfiguracji stacji referencyjnych istnieją obszary, w których uzyskane estymaty współrzędnych położenia są obciążone nawet dziesięciokrotnie większymi błędami niż w pozostałych obszarach. Dlatego też projektując system lokalizacyjnych oparty na metodzie TDOA i wykorzystujący algorytm Chana konieczne jest odpowiednie rozstawienie stacji referencyjnych, tak by obszar działania systemu pokrywał się z obszarami, gdzie błędy określania położenia są najmniejsze.