

Analizyczna weryfikacja wybranego układu geometrycznego toru zaprojektowanego z wykorzystaniem profesjonalnego programu CAD

Władysław Koc, Piotr Chrostowski, Katarzyna Palikowska, Kamila Szwackiewicz



Prof. dr hab. inż. Władysław Koc
Politechnika Gdańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Środowiska
kocwl@pg.gda.pl



Dr inż. Piotr Chrostowski
Politechnika Gdańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Środowiska
piotrchrost@gmail.com



Dr inż. Katarzyna Palikowska
Politechnika Gdańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Środowiska
katpalik@pg.gda.pl



mgr inż. Kamila Szwackiewicz
Politechnika Gdańska, Wydział
Inżynierii Lądowej i Środowiska
kamszwac@pg.gda.pl

Przy projektowaniu układów geometrycznych toru firmy projektowe posługują się obecnie w sposób powszechny profesjonalnymi programami komputerowymi typu CAD, wykorzystującymi grafikę wektorową oraz wyspecjalizowane funkcje obliczeniowe dedykowane branży kolejowej. Programy te oferują szeroką gamę modeli różnorodnych układów geometrycznych, stwarzając przy tym wrażenie braku jakichkolwiek ograniczeń. Osoba obsługująca program musi tylko wprowadzić zasadnicze parametry układu, a program w sposób automatyczny rozwiązuje zagadnienie projektowe. Jak udało się zorientować, bardzo często cały ten proces opiera się na zaufaniu do poprawności działania programu wspomagającego projektowanie, gdyż z reguły nie są znane zasady jego działania, w tym wykorzystywane algorytmy obliczeniowe.

Tradycyjna, obowiązująca w naszym kraju od kilkudziesięciu lat, teoria projektowania układów geometrycznych toru zawiera wiele założeń upraszczających [5], wynikających z występujących kiedyś trudności obliczeniowych. Obecnie uproszczenia te nie mają już żadnego uzasadnienia, dlatego też należy się spodziewać, że w komercyjnych programach wspomagających projektowanie zaimplementowane algorytmy obliczeniowe odpowiadają założeniom modelowym. Przypuszczenia te należałoby jednak potwierdzić, poddając ocenie wybrany program typu CAD. Ocena ta polegać będzie na porównaniu generowanych przez program rzędnych poziomych trasy z wartościami

uzyskanych przy zastosowaniu analitycznej metody projektowania [2, 3, 4].

Ogólny opis funkcjonowania wybranego programu CAD

Ogólnodostępne pakiety oprogramowania stwarzają szereg możliwości wspomagających pracę projektanta w dziedzinie infrastruktury transportowej. Programy te posiadają interfejs zgodny z platformami, dla których są dedykowane. Najbardziej rozpowszechnione są dwa środowiska grafiki wektorowej wspomagające projektowanie w inżynierii lądowej; są nimi AutoCad firmy Autodesk [1] oraz Microstation firmy Bentley [9]. Programy wspomagające projektowanie układów torowych dedykowane pod ww. platformy posiadają szereg funkcji pozwalających na generowanie złożonych układów geometrycznych, takich jak gładkie krzywe przejściowe czy chociażby drogi rozjazdowe. Dodatkowo programy te mają zaimplementowane funkcje wspomagające tworzenie dokumentacji technicznej projektów poprzez zintegrowanie takich elementów projektu, jak plan sytuacyjny, rozwinięcie podłużne projektowanej trasy oraz jej przekroje poprzeczne. Projektant, pracując z takim oprogramowaniem, ma możliwość projektowania układów torowych w powiązaniu z mapą sytuacyjno-wysokościową, pozwalającą programowi utworzyć cyfrowy, przestrzenny model terenu powiązany z licznymi (do wyboru) układami współrzędnych (m.in. z państwowym układem odniesień przestrzennych 2000 [10]). Dodatkową zaletą omawianych

programów stanowi zaimplementowanie przez ich producentów obowiązujących przepisów ograniczających wprowadzanie wybranych wartości projektowych.

W odniesieniu do projektowania układów torowych w planie sytuacyjnym wybrany program CAD umożliwia projektowanie takich wariantów ukształtowania geometrycznego, jak: łuk kołowy z dwiema krzywymi przejściowymi (dowolnego typu i o zróżnicowanej długości obu krzywych), łuk koszowy składający się z łuków kołowych i krzywych przejścia o zmiennej krzywiznie, łuk paraboliczny, łuki odwrotne w różnych wariantach (z dwiema krzywymi przejściowymi, z wstawką prostą).

Program oferuje następujące postacie krzywych przejściowych:

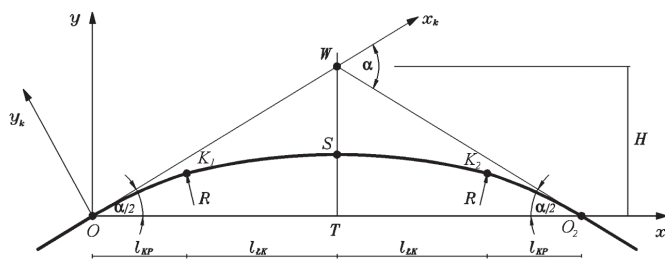
- parabola trzeciego stopnia,
- kłotoida,
- parabola czwartego stopnia,
- krzywa Blossa,
- krzywa sinusoidalna.

Wszystkie wymienione krzywe, pomijając parabolę trzeciego stopnia, zdefiniowane są w sposób ścisły – równaniami parametrycznymi. W przypadku paraboli trzeciego stopnia dążenie do operowania równaniem krzywej w postaci funkcji jawnej $y(x)$ powoduje konieczność wprowadzenia pewnych założeń upraszczających. Uproszczenia te – przy tradycyjnym podejściu do projektowania układów geometrycznych toru [5] – mogą powodować znaczące różnice współrzędnych opisujących zaprojektowany układ (np. położenie łuku kołowego) w stosunku do współrzędnych uzyskanych inną metodą.

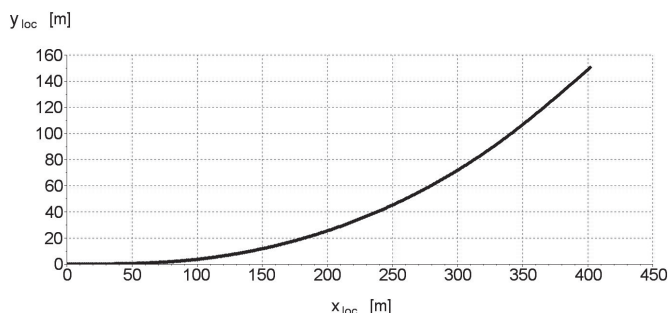
Z tego też względu w projektowaniu układów geometrycznych ważna jest konsekwencja w stosowaniu odpowiednich metod projektowych. Jednym z celów niniejszego artykułu jest porównanie współrzędnych osi toru w płaszczyźnie poziomej określonych przez program CAD z wartościami współrzędnych obliczonych metodą analityczną.

Analizyczna metoda projektowania układów torowych

Podstawowym założeniem analitycznej metody projektowania układów torowych jest zachowanie warunku styczności w połączeniach poszczególnych elementów geometrycznych. Charakterystyczną cechą metody stanowi matematyczny zapis



1. Przyjęty lokalny układ współrzędnych



2. Układ geometryczny zaprojektowany w programie CAD (kąt zwrotu trasy $\alpha = 0.71569 \text{ rad}$, łuk kołowy $R = 485 \text{ m}$ oraz krzywe przejściowe $l_{k1} = l_{k2} = 95 \text{ m}$)

całości zaprojektowanego układu geometrycznego. Opracowane dotąd rozwiązania modelowe zostały przedstawione m. in. w pracach [2, 3, 4]. W związku z przeprowadzoną w kolejnym punkcie analizą porównawczą, zostaną teraz przedstawione ogólne zasady projektowania dla przypadku elementarnego, tj. łączenia dwóch kierunków głównych trasy za pomocą łuku kołowego i dwóch takich samych krzywych przejściowych (przypadek symetryczny) [2].

Na rysunku 1 przedstawiono lokalny układ współrzędnych x, y , w którym odbywać się będzie projektowanie układu geometrycznego, by następnie – na drodze odpowiedniej transformacji – przenieść go do państwowego układu odniesień przestrzennych 2000. Jak widać, lokalny układ współrzędnych pozwala na symetryczne ustawienie danego układu geometrycznego z naniesionymi kierunkami głównymi trasy. Wprowadzono tam również pomocniczy układ współrzędnych x_k, y_k wykorzystywany do określania punktów krzywej przejściowej. Oprócz wyznaczenia rzędnych $y(x)$ kluczową sprawą będzie określenie długości całego układu, wynikającego z wartości rzutów krzywych przejściowych l_{KP} i części łukowych l_{LK} na oś odciętych.

Określenie rzędnych osi toru w lokalnym układzie współrzędnych x, y odbywać się będzie dla następujących danych wejściowych:

- kąta zwrotu stycznych α ,
- promienia łuku kołowego R ,
- przechyłki na łuku h_0 ,
- długości l_k przyjętego rodzaju krzywej przejściowej.

Ze względu na symetrię wystarczy rozpatrywać połowę całego układu, tj. rejon od początku pierwszej krzywej przejściowej do środka łuku kołowego.

Równania parametryczne krzywej przejściowej zapisujemy w pomocniczym układzie współrzędnych x_k, y_k przyjmując ujemne wartości rzędnych $y_k(l)$. Wartość stycznej na końcu krzywej (tj. dla $l = l_k$) wynosi

$$y'_k(l_k) = -\tan\left(\frac{l_k}{2R}\right) \quad (1)$$

Następnie dokonujemy transformacji krzywej przejściowej do przyjętego lokalnego układu współrzędnych, poprzez obrót jej układu odniesienia o kąt $\alpha/2$. Otrzymujemy następujące równania parametryczne:

$$x_1(l) = x_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} - y_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

$$y_1(l) = x_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} + y_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

Występujący w równaniach (2) i (3) parametr $l \in \langle 0, l_k \rangle$, a odcięta krzywej przejściowej $x \in \langle 0, l_{KP} \rangle$. Wartość l_{KP} wyznacza się z równania (2) dla $l = l_k$, w analogiczny sposób z równania (3) wyznacza się rzędną końcową y_{KP} krzywej przejściowej. Wartość stycznej na końcu wynosi

$$s_{KP} = \tan\left(-\frac{l_k}{2R} + \frac{\alpha}{2}\right) \quad (4)$$

Znając położenie krzywej przejściowej, możemy wpisać w układ geometryczny łuk kołowy o promieniu R . Długość jego rzutu na oś x , tj. wartość l_{LK} , określamy na podstawie warunków styczności:

- na początku łuku, tj. dla

$x = l_{KP}, y'(l_{KP}) = s_{KP}$
- na środku łuku, tj. dla
 $x = l_{KP} + l_{LK}, y'(l_{KP} + l_{LK}) = 0$
Wynika stąd, że

$$l_{LK} = \frac{s_{KP} R}{\sqrt{1 + s_{KP}^2}} \quad (5)$$

Znajomość l_{KP} i l_{LK} pozwala zapisać równanie łuku kołowego w postaci funkcji jawnej $y = y(x)$.

$$y(x) = y_{KP} + [R^2 - (l_{KP} + l_{LK} - x)^2]^{\frac{1}{2}} -$$

$$- (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad x \in \langle l_{KP}, l_{KP} + l_{LK} \rangle \quad (6)$$

Rzędna środka łuku kołowego wynosi

$$y(l_{KP} + l_{LK}) = y_{KP} + R - (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Ze względu na symetrię rozpatrzono dotąd połowę całego układu, tj. rejon od początku krzywej przejściowej do środka łuku kołowego. Należy jeszcze uzupełnić rzędnę dla drugiej części projektowanego rejonu, tj. dla $x \in \langle l_{KP} + l_{LK}, 2(l_{KP} + l_{LK}) \rangle$. Stanowiąc one będą lustrzane odbicie przedstawionego rozwiązania uzyskanego dla $x \in \langle 0, l_{KP} + l_{LK} \rangle$.

Dla drugiej krzywej przejściowej, tj. dla $x \in \langle l_{KP} + 2l_{LK}, 2(l_{KP} + l_{LK}) \rangle$, otrzymamy równania parametryczne:

$$x_2(l) = 2(l_{KP} + l_{LK}) - x_1(l)$$

$$y_2(l) = y_1(l) \quad (8)$$

gdzie $l \in \langle 0, l_k \rangle$, $x_1(l)$ jest określone równaniem (2), a $y_1(l)$ – równaniem (3).

Dla drugiej połowy łuku kołowego obowiązuje następujące równanie:

$$y(x) = y_{KP} + [R^2 - (x - l_{KP} - l_{LK})^2]^{\frac{1}{2}} - (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad x \in \langle l_{KP} + l_{LK}, l_{KP} + 2l_{LK} \rangle \quad (9)$$

Porównanie rzędnych poziomych

Aby porównać ze sobą wyniki obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem metody analitycznej oraz wyniki wygenerowane przez wybrany program CAD, postanowiono przedstawić uzyskane współrzędne punktów w jednym układzie współrzędnych. W tym celu zaprojektowano układ geometryczny składający się z łuku kołowego i dwóch krzywych przejściowymi w postaci klotoidy, przyjmując następujące dane wejściowe:

- kąt zwrotu trasy $\alpha = 0.71569 \text{ rad}$,
- promień łuku kołowego $R = 485 \text{ m}$,
- długości obydwu krzywych przejściowych $l_{k1} = l_{k2} = 95 \text{ m}$.

W programie CAD układ został zaprojektowany w lokalnym układzie współrzędnych x_{loc}, y_{loc} , którego oś pozioma pokrywa się z pierwszym kierunkiem głównym. Współ-

rzędne prostokątne trasy zostały przez program obliczone z krokiem co 1 m. Graficzną ilustrację uzyskanego rozwiązania przedstawiono na rysunku 2.

Kolejnym krokiem w analizie porównawczej było zaprojektowanie tego samego układu geometrycznego metodą analityczną. W metodzie tej jest wykorzystywany lokalny układ współrzędnych o symetrycznym nachyleniu kierunków głównych (rys. 1). Do tego układu współrzędnych należy przenieść układ geometryczny pokazany na rysunku 2, żeby można było porównać ze sobą uzyskane wartości rzędnych. Porównanie to musi być oczywiście wykonywane dla tych samych wartości odciętych; spełnienie tego warunku stanowi podstawową trudność w prowadzonej analizie.

W lokalnym układzie współrzędnych x, y rozpatrywane wartości odciętych określa układ geometryczny zaprojektowany w programie CAD. Poszczególne elementy geometryczne obejmują następujące przedziały:

- pierwsza krzywa przejściowa
 $x \in (0, 89,982349) \text{ m}$,
- łuk kołowy
 $x \in (89,982349, 339,157120) \text{ m}$,
- druga krzywa przejściowa
 $x \in (340,123407, 401,97184) \text{ m}$.

Różnice rzędnych dla łuku kołowego można wyznaczyć w sposób bezpośredni, wykorzystując jego równanie zapisane w postaci funkcji jawnej $y(x)$. Wykres różnic rzędnych poziomych uzyskanych z wykorzystaniem komercyjnego programu komputerowego i metody analitycznej pokazano na rysunku 3. Jak widać, różnice te są bardzo małe; ich wartości bezwzględne w sposób regularny, prawie liniowo, wzrastają od 0,02 mm na początku łuku kołowego do 0,12 mm na jego końcu.

Tab. 1. Współrzędne punktów charakterystycznych projektowanego układu geometrycznego

Punkt	Odcięta x	Rzędna y
O	0	0
K_1	l_{KP}	y_{KP}
S	$l_{KP} + l_{LK}$	$y_{KP} + R - (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}}$
K_2	$l_{KP} + 2l_{LK}$	y_{KP}
O_2	$2(l_{KP} + l_{LK})$	0

Analiza różnic rzędnych na krzywych przejściowych jest nieco utrudniona z uwagi na opisujące je równania parametryczne. W przypadku pierwszej krzywej najprościej jest dokonać jej transformacji do układu wykorzystywanego w programie CAD (jak na rysunku 2), wyznaczyć rzędne dla odciętych zaprojektowanego tam układu geometrycznego, a następnie powrócić do lokalnego układu współrzędnych x, y . Z wykresu różnic rzędnych poziomych, pokazanego na rysunku 3, wynika, że ich wartości są jeszcze mniejsze niż na łuku kołowym; regularnie narastają od 0 do 0,02 mm.

W sposób analogiczny wykonano obliczenia różnic rzędnych dla drugiej krzywej przejściowej. Warto zwrócić uwagę, że w celu dokładnego obliczenia rzędnych y klotoidy (tj. krzywej przejściowej zastoso- wanej w rozpatrywanym układzie) dla odpowiednich odciętych x niezbędne jest obliczenie wartości parametru l , który to parametr stanowi zmienną w równaniach parametrycznych. W praktyce sprowadza się to do konieczności rozwiązywania równań algebraicznych bardzo wysokiego (np. trzynastego) stopnia.

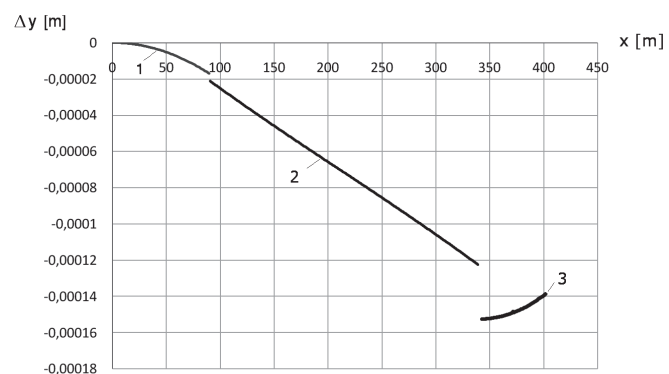
Wykres różnic rzędnych poziomych dla drugiej krzywej przejściowej, pokazany na rysunku 3, odbiega nieco od pozostałych (zapewne na skutek złożoności przeprowadzonej metodyki obliczeniowej), jednak również wskazuje na bardzo małe wartości

różnic rzędnych uzyskanych z wykorzystaniem komercyjnego programu komputerowego i metody analitycznej. Są one rzędu $0,14 \div 0,16 \text{ mm}$; stanowi to niewątpliwie skutek różnicy rzędnych powstałej na długości pierwszej krzywej przejściowej i całego łuku kołowego. Jednocześnie zmiana tego parametru występująca na drugiej krzywej przejściowej jest podobna (co do wartości i charakteru) jak na pierwszej krzywej przejściowej.

Na podstawie przeprowadzonej analizy wykazano pełną zbieżność obydwu rozpatrywanych metod. Metody te dają w zasadzie identyczne wyniki. Występujące różnice rzędnych poziomych okazały się tak małe, że nie mają one żadnego znaczenia z punktu widzenia praktyki inżynierskiej. Wynika stąd również oczywisty wniosek, że w programie komercyjnym obowiązuje ta sama, podstawowa zasada jak w metodzie analitycznej – elementy składowe są łączone ze sobą przy zachowaniu warunku styczności (przy czym zapewne odbywa się to w odmienny sposób).

Wyznaczanie rzędnych bez wykorzystywania programu CAD

Obecnie można zaobserwować coraz bardziej powszechne przekonanie, że stosowanie profesjonalnych programów komercyjnych stanowi jedyną racjonalną



3. Wykres różnic rzędnych poziomych uzyskanych z wykorzystaniem komercyjnego programu komputerowego i metody analitycznej: 1 – pierwsza krzywa przejściowa, 2 – łuk kołowy, 3 – druga krzywa przejściowa (kąt zwrotu trasy $\alpha = 0,71569 \text{ rad}$, łuk kołowy $R = 485 \text{ m}$ oraz krzywe przejściowe $l_{k1} = l_{k2} = 95 \text{ m}$)

Wartości charakterystyczne:

$$l_{KP} = x_k(l_k) \cos \frac{\alpha}{2} - y_k(l_k) \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$y_{KP} = x_k(l_k) \sin \frac{\alpha}{2} + y_k(l_k) \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$s_{KP} = \tan \left(-\frac{l_k}{2R} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$l_{LK} = \frac{s_{KP}}{\sqrt{1+s_{KP}^2}} R$$

Równania opisujące układ geometryczny:

$$x \in (0, l_{KP})$$

$$\begin{aligned} x(l) &= x_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} - y_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} \\ y(l) &= x_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} + y_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad l \in (0, l_k)$$

$$x \in (l_{KP}, l_{KP} + l_{LK})$$

$$y(x) = y_{KP} + [R^2 - (l_{KP} + l_{LK} - x)^2]^{\frac{1}{2}} - (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$x \in (l_{KP} + l_{LK}, l_{KP} + 2l_{LK})$$

$$y(x) = y_{KP} + [R^2 - (x - l_{KP} - l_{LK})^2]^{\frac{1}{2}} - (R^2 - l_{LK}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$x \in (l_{KP} + 2l_{LK}, 2(l_{KP} + l_{LK}))$$

$$\begin{aligned} x(l) &= 2(l_{KP} + l_{LK}) - x_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} + y_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} \\ y(l) &= x_k(l) \sin \frac{\alpha}{2} + y_k(l) \cos \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad l \in (0, l_k)$$

metodę projektowania. Istnieją jednak sytuacje – zwłaszcza przy mniejszym zakresie projektowania – w których używanie owych programów staje się ekonomicznie nieuzasadnione. Nie oznacza to oczywiście, że należy stosować uproszczoną technikę projektowania; uzyskany rezultat powinien być identyczny, jak przy zastosowaniu profesjonalnego programu CAD.

Pozwala na to przedstawiona wcześniej analityczna metoda projektowania układów torowych, posiadająca charakter modelowy i pozbawiona jakichkolwiek uproszczeń. Jej wykorzystanie umożliwia przeprowadzenie obliczeń chociażby w arkuszu kalkulacyjnym. Zestawienie stosowanych wzorów obliczeniowych (przyjmując oznaczenia podane na rysunku 1) przedstawiono poniżej.

Programy komputerowe opracowane dla analitycznej metody projektowania zostały przedstawione m. in. w pracach [6, 7].

Wnioski

Profesjonalne, komercyjne programy komputerowe wspomagające projektowanie układów geometrycznych są bardzo przydatne, a niekiedy wręcz niezastąpione w procesie inwestycyjnym. Jak wykazano, cechuje je bardzo duża dokładność; ich stosowanie eliminuje założenia upraszczające, które występują w tradycyjnych metodach projektowania układów geometrycznych toru.

Analityczna metoda projektowania umożliwiła weryfikację rzędnych poziomych generowanych przez program komercyjny. Jednocześnie stwarza ona możliwość określania rzędnych w sytuacji, kiedy nie dysponuje się takim programem. Zarówno bowiem w programie komercyjnym jak i w metodzie analitycznej obowiązują te same zasady projektowania – elementy składowe są łączone ze sobą przy zachowaniu warunku styczności.

Należy zaznaczyć, że profesjonalne programy typu CAD są dostosowane zasadniczo do projektowania nowych układów. Na drogach kolejowych zdecydowanie dominują przypadki modernizacji stanu istniejącego, czyli projektowanie regulacji osi toru. Tutaj zaś sprawą kluczową staje się określenie skorygowanych parametrów układu geometrycznego. Muszą one z jednej strony zapewnić możliwie jak największą prędkość pociągów, a jednocześnie gwarantować minimalizację przesunięć poprzecznych toru. Do tego celu znakomicie nadaje się analityczna metoda projektowania, która – po odpowiednim oprogramowaniu – pozwala generować kolejne warianty i poddawać je procesowi optymalizacji w celu wybrania wariantu najkorzystniejszego [8]. Rola projektanta sprowadza się wówczas do podejmowania strategicznych decyzji. ◀

Należy zaznaczyć, że profesjonalne programy typu CAD są dostosowane zasadniczo do projektowania nowych układów. Na drogach kolejowych zdecydowanie dominują przypadki modernizacji stanu istniejącego, czyli projektowanie regulacji osi toru. Tutaj zaś sprawą kluczową staje się określenie skorygowanych parametrów układu geometrycznego. Muszą one z jednej strony zapewnić możliwie jak największą prędkość pociągów, a jednocześnie gwarantować minimalizację przesunięć poprzecznych toru. Do tego celu znakomicie nadaje się analityczna metoda projektowania, która – po odpowiednim oprogramowaniu – pozwala generować kolejne warianty i poddawać je procesowi optymalizacji w celu wybrania wariantu najkorzystniejszego [8]. Rola projektanta sprowadza się wówczas do podejmowania strategicznych decyzji. ◀

Materiały źródłowe

- [1] AutoCAD, <http://www.autodesk.pl,dostęp 12.01.2015 r.>
- [2] Koc W. Design of rail-track geometric systems by satellite measurement. Jo-

urnal of Transportation Engineering 2012, Vol. 138, No. 1 © ASCE.

- [3] Koc W. Projektowanie łuków koszowych dostosowane do pomiarów satelitarnych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, seria Transport, z. 98, 2013.
- [4] Koc W. Projektowanie rejonu zmiany kierunku trasy kolejowej w zapisie matematycznym. Przegląd Komunikacyjny 2012, nr 7-8.
- [5] Koc W. Zasadność utrzymywania założeń upraszczających w projektowaniu układów geometrycznych toru. Infrastruktura Transportu 2014, nr 3.
- [6] Koc W., Chrostowski P. Computer-aided design of railroad horizontal arc areas in adapting to satellite measurements. Journal of Transportation Engineering 2014, Vol. 140, No. 3 © ASCE.
- [7] Koc W., Chrostowski P. Program komputerowy do projektowania zmiany kierunku trasy kolejowej. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczpospolitej Polskiej Oddział w Krakowie, seria: Materiały Konferencyjne, nr 3 (zeszyt 99), Kraków 2012.
- [8] Koc W., Chrostowski P., Palikowska K. Projektowanie układów geometrycznych toru z zastosowaniem optymalizacji wielokryterialnej. Logistyka 2014, nr 6.
- [9] MicroStation, <http://www.bentley.com,dostęp 12.01.2015 r.>
- [10] Specht C. System GPS. Wydawnictwo BERNARDINUM, Pelplin 2007.

REKLAMA

ELINSTAL[®]
JAN DROZDOWSKI

- Budowa stacji transformatorowych
- Budowa sieci i instalacji SN i nn
- Prace pomiarowo-kontrolne
- Uliczna sygnalizacja świetlna
- Prefabrykacja rozdzielnic
- Technologia lotniskowa

Siedziba Firmy:
ul. Gorkiego 95/2
92-517 Łódź

Adres Korespondencyjny:
ul. Niciarniana 47
92-320 Łódź

tel: 42 672 44 91; 42 672 44 92
fax: 42 672 44 36
biuro@elinstal.eu
www.elinstal.eu