

Mgr inż. Łukasz BREŃKACZ  
Mgr inż. Paweł BAGIŃSKI  
Dr inż. Grzegorz ŻYWICA  
Instytut Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku

## **ANALIZA MODALNA KONSTRUKCJI STANOWISKA BADAWCZEGO DYNAMIKI MAŁOGABARYTOWYCH WIRNIKÓW PRZY WYKORZYSTANIU WZBUDNIKÓW DRGAŃ CZĘŚĆ DRUGA – BADANIA SYMULACYJNE**

*Streszczenie: Celem niniejszego artykułu było przedstawienie eksperymentalnej i symulacyjnej analizy modalnej stanowiska VIBstand. W pracy przedstawiono dokładne wyniki badań symulacyjnych oraz skrótowo wyniki badań eksperymentalnych w celu porównania wyników. Dokładne wyniki badań eksperymentalnych przedstawione zostały w części pierwszej artykułu (Analiza modalna konstrukcji stanowiska badawczego dynamiki małogabarytowych wirników przy wykorzystaniu wzbudników. Część pierwsza – badania symulacyjne). Badania eksperymentalne przeprowadzone zostały za pomocą wzbudników drgań. Symulacyjna analiza modalna przeprowadzona została w programie Abaqus. Wykonana została optymalizacja siatki, dostrajanie modelu numerycznego oraz porównanie wyników symulacyjnej i eksperymentalnej analizy modalnej.*

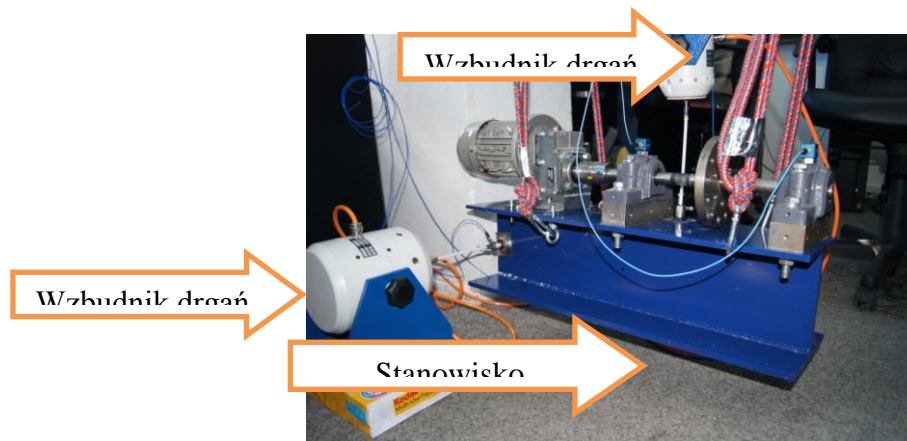
## **MODAL ANALYSIS OF THE CONSTRUCTION OF THE SMALL SCALE ROTOR DYNAMICS TEST RIG USING VIBRATION EXCITER PART TWO – SIMULATION STUDY**

*Abstract: The purpose of this article was to present the experimental and simulation modal analysis of VIBstand test rig. The paper presents detailed simulation results and summarizes the results of the experimental studies to compare the results. Accurate experimental results was presented in the first part of the article (Modal analysis of the construction of the test rig using vibration exciter. Part one – experimental study). Experimental studies were conducted using vibration exciter. Simulation studies was done in Abaqus. There was shown the grid optimization, tuning of the numerical model and comparison between the experimental and computational modal analysis.*

### **1. WSTĘP**

Celem przeprowadzonych badań było opracowanie wiarygodnego modelu numerycznego. W ramach przeprowadzonych badań wykonano eksperymentalną i symulacyjną analizę modalną. Szczegółowe informacje dotyczące eksperymentalnej analizy modalnej przedstawiono w części pierwszej artykułu (Analiza modalna konstrukcji stanowiska badawczego dynamiki małogabarytowych wirników przy wykorzystaniu wzbudników. Część pierwsza – badania symulacyjne). W artykule niniejszym przedstawiono pokrótce obiekt badań, dyskretyzację i optymalizację modelu numerycznego za oraz przebieg badań symulacyjnych. Efektem przeprowadzonych analiz była m. In. optymalizacja siatki MES (Metody Elementów Skończonych). W kolejnej części artykułu przedstawiona została budowa modelu numerycznego oraz porównanie wyników eksperymentalnej oraz symulacyjnej analizy modalnej.

Stanowisko laboratoryjne podczas eksperymentalnej analizy modalnej podwieszono zostało na elastycznych linach (rys. 1.) o sztywności ok. 3 N/mm. Wymuszenie podczas eksperymentalnej analizy modalnej wywołane było za pomocą dwóch elektromagnetycznych wzbudników drgań [2]. Aby wyznaczyć model modalny badanego stanowiska na drodze symulacji komputerowej opracowany został trójwymiarowy model konstrukcji.

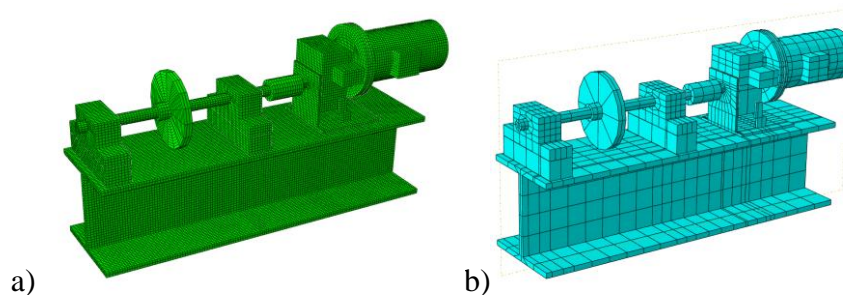


Rys. 1. Stanowisko laboratoryjne podczas pomiarów

## 2. MODEL NUMERYCZNY

Model numeryczny wykonany został w programie Abaqus 6.11-2. Przeprowadzona została analiza modalna (algorytmem Lanczos) podczas której wyznaczonych zostało 12 pierwszych częstości i postaci drgań własnych. Stanowisko laboratoryjne nie zostało umocowane w żaden sposób. Jedynymi elementami ograniczającymi ilość stopni swobody były sztywności lin i wzbudników. Łożyska zamodelowane zostały za pomocą kontaktu sztywnego [4, 5].

Optymalizacja siatki wykonana została w celu skrócenia czasu obliczeń (czas obliczeń w modelu z siatką referencyjną wynosił prawie 18 minut). Model numeryczny musi być wielokrotnie wykorzystany w celu jego dostrojenia oraz weryfikacji. Podczas pracy nad modelem numerycznym sprawdzono dokładność i czas obliczeń modelu z siatką zbudowaną z różnego rodzaju i różnych wielkości elementów skończonych. W programie Abaqus wykonano analizę modalną dla siatki zbudowanej z trzech wielkości elementu heksagonalnego 8 węzłowego: 2,5 mm, 5 mm, 10 mm. Wykonano również analizy dla siatek zbudowanych z elementów heksagonalnych 20 – węzłowych: 5 mm, 10 mm, 20 mm, 40 mm. Wygląd różnej wielkości siatek przedstawiono na rys. 2. Dla podanych wyżej elementów skończonych wykonano symulacyjną analizę modalną której wyniki analizowanych częstości drgań własnych przedstawiono w tabeli 1. W tabeli tej znajdują się również błędy względne obliczone dla kolejnych postaci drgań. Na podstawie doświadczeń autorów jako siatkę referencyjną przyjęto siatkę zbudowaną z elementów heksagonalnych 20 węzłowych o rozmiarze elementu 5 mm.

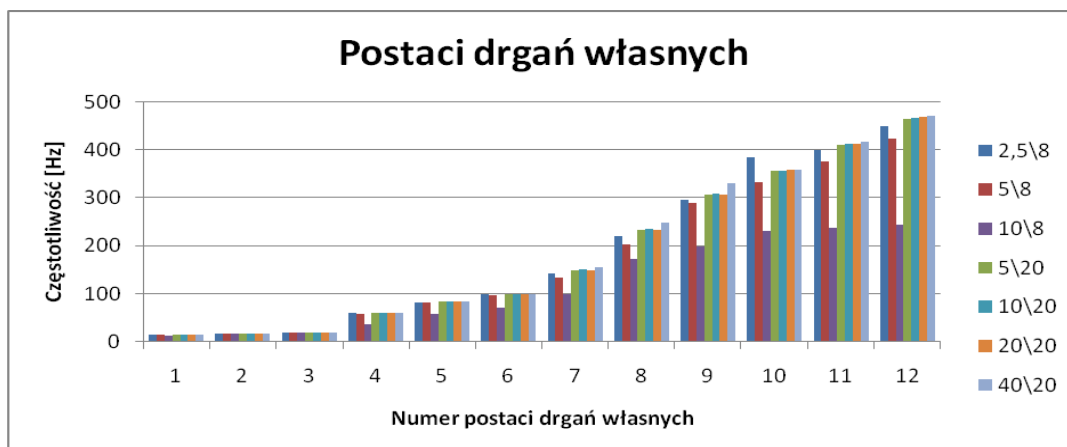


Rys. 2. Widok siatki MES zbudowanej z elementów heksagonalnych o wielkości: a) 5 mm, b) 40 mm

Tabela 1. Zestawienie częstotliwości kolejnych postaci drgań własnych z symulacyjnej analizy modalnej. W tabeli zestawiono również błąd względny dla obliczeń z siatką zbudowaną z różnych elementów skończonych.

Rozmiar siatki \ ilość węzłów	5\20	2,5\8	5\8	10\8	10\20	20\20	40\20
<b>1</b>	<b>15,33</b>	<b>15,28</b>	<b>15,23</b>	<b>12,02</b>	<b>15,33</b>	<b>15,33</b>	<b>15,34</b>
Błąd [%]		0,31	0,62	21,55	0,05	0,06	0,11
<b>2</b>	<b>17,27</b>	<b>17,26</b>	<b>17,27</b>	<b>17,15</b>	<b>17,27</b>	<b>17,27</b>	<b>17,27</b>
Błąd [%]		0,04	0,04	0,70	0,01	0,01	0,01
<b>3</b>	<b>20,17</b>	<b>20,13</b>	<b>20,08</b>	<b>19,31</b>	<b>20,17</b>	<b>20,17</b>	<b>20,18</b>
Błąd [%]		0,19	0,41	4,26	0,03	0,03	0,08
<b>4</b>	<b>61,23</b>	<b>60,05</b>	<b>58,62</b>	<b>37,46</b>	<b>61,39</b>	<b>61,41</b>	<b>61,67</b>
Błąd [%]		1,92	4,25	38,81	0,27	0,30	0,72
<b>5</b>	<b>84,22</b>	<b>82,70</b>	<b>82,54</b>	<b>59,10</b>	<b>84,44</b>	<b>84,55</b>	<b>84,77</b>
Błąd [%]		1,80	1,99	29,82	0,26	0,39	0,65
<b>6</b>	<b>100,03</b>	<b>98,54</b>	<b>98,34</b>	<b>71,33</b>	<b>100,23</b>	<b>100,29</b>	<b>100,39</b>
Błąd [%]		1,49	1,69	28,70	0,20	0,26	0,36
<b>7</b>	<b>149,56</b>	<b>143,18</b>	<b>133,27</b>	<b>100,49</b>	<b>150,81</b>	<b>150,02</b>	<b>155,88</b>
Błąd [%]		4,27	10,89	32,81	0,84	0,31	4,23
<b>8</b>	<b>232,94</b>	<b>220,49</b>	<b>203,92</b>	<b>172,60</b>	<b>235,27</b>	<b>234,60</b>	<b>249,91</b>
Błąd [%]		5,34	12,46	25,90	1,00	0,71	7,29
<b>9</b>	<b>306,89</b>	<b>296,89</b>	<b>290,41</b>	<b>200,12</b>	<b>310,27</b>	<b>307,65</b>	<b>331,74</b>
Błąd [%]		3,26	5,37	34,79	1,10	0,25	8,10
<b>10</b>	<b>356,87</b>	<b>384,50</b>	<b>334,34</b>	<b>232,59</b>	<b>357,84</b>	<b>358,46</b>	<b>360,29</b>
Błąd [%]		7,74	6,31	34,83	0,27	0,45	0,96
<b>11</b>	<b>411,85</b>	<b>399,79</b>	<b>377,17</b>	<b>238,58</b>	<b>413,31</b>	<b>413,80</b>	<b>417,35</b>
Błąd [%]		2,93	8,42	42,07	0,35	0,47	1,34
<b>12</b>	<b>466,13</b>	<b>451,15</b>	<b>423,51</b>	<b>244,18</b>	<b>467,91</b>	<b>469,08</b>	<b>470,93</b>
Błąd [%]		3,21	9,14	47,62	0,38	0,63	1,03

Zestawienie wyników częstotliwości oraz błędów względnych dla kolejnych postaci drgań przedstawiono na rys. 2. Widać wyraźnie, że wybierając siatkę zbudowaną z nieodpowiednich elementów skończonych błąd względny podczas obliczeń może wynosić nawet do 50%. Nie bez znaczenia jest też czas obliczeń, który został przedstawiony w tabeli 2. Siatka zbudowana ze standardowych elementów heksagonalnych 8 węzłowych powinna zostać znacznie zagęszczona w celu otrzymania poprawnych wyników, a pomimo to podczas obliczeń drgań własnych przy wyższych częstotliwościach błąd względny może wynosić do 8% (czas obliczeń wynosi prawie 32 minuty). Siatka modelu numerycznego wykonana z elementów heksagonalnych 20 węzłowych o boku 5 mm (referencyjna, której czas obliczeń wynosi prawie 1919,4 s) została modyfikowana w celu skrócenia czasu obliczeń. Po zastosowaniu siatki o elementach heksagonalnych 20 węzłowych o wielkości 20 mm przy błędzie względnym nie przekraczającym 1 % czas obliczeń wynosił 14,8 s. Przy próbie kolejnego dwukrotnego zwiększenia rozmiaru elementów siatki błąd zwiększa się do ponad 8 %. Na tej podstawie uznano, że najbardziej odpowiednią siatką do budowy modelu jest siatka o elementach heksagonalnych 20 węzłowych o wielkości elementów ok. 20 mm. Po optymalizacji siatki czas obliczeń był ok. 72 razy krótszy w stosunku do czasu obliczeń z siatką referencyjną przy błędzie względnym nie przekraczającym 1 %.



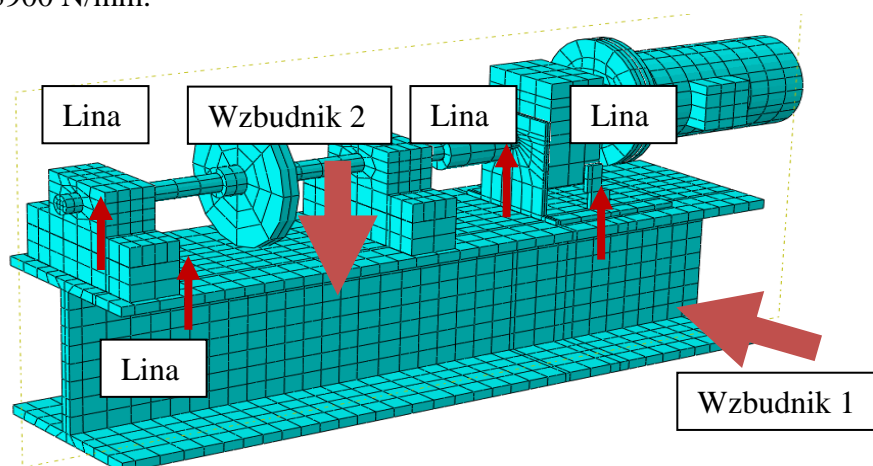
Rys. 3. Porównanie częstotliwości występowania kolejnych postaci drgań własnych

Tabela 2. Czas obliczeń przy różnych rodzajach siatki (komputer z procesorem Intel Xeon E5645 i 24 GB RAM)

Rodzaj elementu	2,5\8	5\8	10\20	5\20	10\20	20\20	40\20
Liczba stopni swobody	3598872	539076	102690	2007990	369354	123474	75360
Czas [s]	1919,4	84,7	9,6	1073,2	67,3	14,8	8,5

### 3. PORÓWNANIE WYNIKÓW EKSPERYMENTLANEJ ANALIZY MODALNEJ

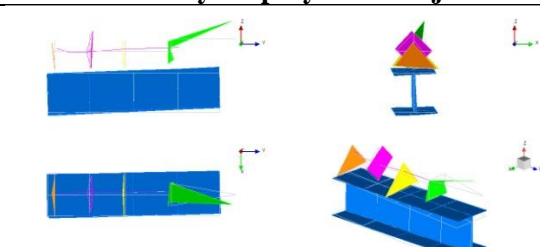
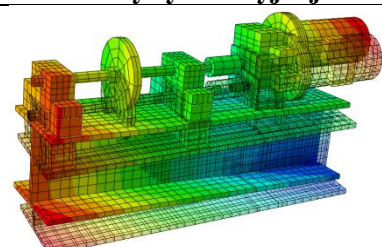
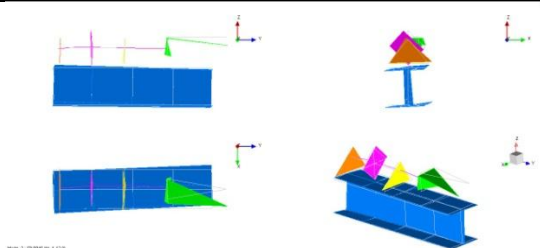
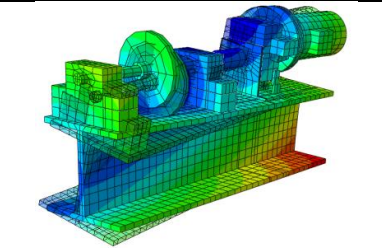
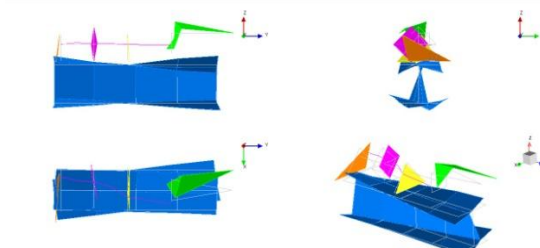
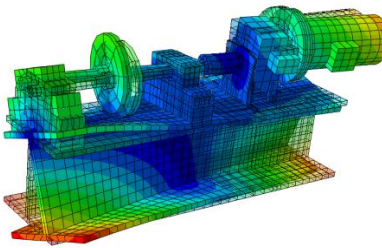
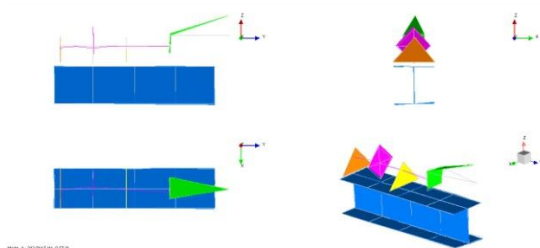
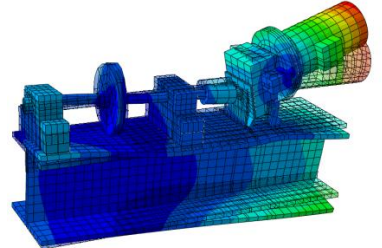
Model numeryczny stanowiska laboratoryjnego (rys. 4) zdyskretyzowany został za pomocą elementów heksagonalnych 20 węzłowych. W miejscach i kierunkach umieszczenia lin i wzbudników drgań zadana została odpowiednia sztywność. Podczas analizy modalnej stanowiska wiszącego na elastycznych linach sztywność wzbudników ma bardzo duży wpływ na częstotliwości poszczególnych postaci drgań własnych. Sztywność lin została zmierzona i wynosi ok. 3 N/mm. Dostrajanie modelu numerycznego polegało głównie na doborze odpowiednich sztywności w miejscach umieszczenia wzbudników drgań. Sztywność w miejscu występowania wzbudnika 1 to 2300 N/mm, sztywność w miejscu występowania wzbudnika 2 to 3900 N/mm.



Rys. 4. Optymalna siatka [1], [3] zbudowana z elementów heksagonalnych 20 węzłowych o rozmiarze elementów ok. 20 mm. Strzałkami zaznaczone zostały miejsca dodania sztywności odpowiadającej sztywności lin i elektromagnetycznych wzbudników drgań

W tabeli 3 przedstawiono porównanie częstotliwości pierwszych 4 postaci drgań z eksperymentalnej i symulacyjnej analizy modalnej.

Tabela 3. Porównanie częstotliwości pierwszych 4 postaci drgań z eksperymentalnej i symulacyjnej analizy modalnej. W tabeli podane zostało tłumienie dla eksperymentalnych postaci drgań.

Nr.	Postaci z analizy eksperymentalnej	Postaci z analizy symulacyjnej
1	 <p>Częstotliwość: 48 [Hz], tłumienie: 0,81 [%]</p>	 <p>Częstotliwość: 48 [Hz]</p>
2	 <p>Częstotliwość: 60 [Hz], tłumienie: 1, 12 [%]</p>	 <p>Częstotliwość: 60 [Hz]</p>
3	 <p>Częstotliwość: 131 [Hz], tłumienie: 0,59 [%]</p>	 <p>Częstotliwość: 142 [Hz]</p>
4	 <p>Częstotliwość: 242 [Hz], tłumienie: 0,57 [%]</p>	 <p>Częstotliwość: 300 [Hz]</p>

W tabeli podane zostało tłumienie dla eksperymentalnych postaci drgań. Otrzymano dość dobrą zgodność w przypadku 4 pierwszych postaci drgań własnych. Pierwsze dwie postaci drgań własnych obserwowane podczas badania eksperymentalnego są to drgania ciała sztywnego. W pierwszej postaci drgań własnych obserwujemy ruchy wzdłuż linii na których podwieszono zostało stanowisko laboratoryjne. Druga postać drgań własnych są to ruchy w kierunku prostopadłym do linii. Trzecia postać drgań własnych są to drgania skrętne całego stanowiska laboratoryjnego. Różnica pomiędzy częstotliwościami drgań własnych dla pierwszej i drugiej postaci drgań w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej nie przekracza 1 Hz, a więc model numeryczny można uznać za w zgodny z modelem eksperymentalnym. Różnica pomiędzy częstotliwością trzeciej postaci drgań własnych w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej wynosi 8,4%, co można uznać za dość



dobrą zgodność. W czwartej postaci drgań własnych widoczne są to drgania silnika. Różnica w częstotliwościach występowania tej postaci w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej wynosi 23%, różnica ta spowodowana jest nieregularnym rozkładem masy silnika oraz jego nieliniowością.

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Podczas pracy nad modelem numerycznym dobrano siatkę MES zbudowaną z odpowiedniego typu i rozmiaru elementów skończonych. Jak się okazuje po optymalizacji siatki skrócono czas obliczeń 72-krotnie przy błędzie względnym nie przekraczającym 1 % (czas obliczeń po optymalizacji wynosił ok. 15 s). Użycie siatki zbudowanej z elementów heksagonalnych 8 węzłowych w numerycznej analizie modalnej generuje zbyt duże błędy podczas obliczeń wyższych postaci drgań własnych.

Opracowano i dostrojono model numeryczny. Uzyskano zgodność modelu numerycznego z modelem eksperymentalnym w przypadku 4 pierwszych postaci drgań własnych. Różnica pomiędzy pierwszymi dwoma postaciami drgań własnych w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej nie przekracza 1 Hz, a więc model numeryczny można uznać za w zgodny z modelem eksperymentalnym. Różnica pomiędzy częstotliwością trzeciej postaci drgań własnych w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej wynosi 8,4 %, co można uznać za dość dobrą zgodność. W czwartej postaci drgań własnych obserwujemy drgania silnika. Różnica w częstotliwościach występowania tej postaci w symulacyjnej i eksperymentalnej analizie modalnej wynosi 23 %, różnica ta spowodowana była nieregularnym rozkładem masy silnika oraz jego nieliniowością.

Podwieszenie badanego stanowiska laboratoryjnego na linach elastycznych ma zapewnić analizę modalną „free-free” czyli bez warunków brzegowych. Jak się okazuje sztywność wzbudników ma bardzo duży wpływ na częstotliwości drgań w eksperymentalnej analizie modalnej. W celu opracowania wiarygodnego modelu MES należy to uwzględnić. Opracowany i dostrojony model MES stanowiska może być wykorzystany do wyznaczenia charakterystyk układu i jego ewentualnej modyfikacji.

\*\*\*

*Prezentowane badania sfinansowano ze środków projektu POIG.01.01.02-00-016/08 pt. „Modelowe kompleksy agroenergetyczne jako przykład Kogeneracji rozproszonej opartej na lokalnych i odnawialnych źródłach energii”.*

#### LITERATURA

- [1] Dokumentacja programu Abaqus w wersji 6.11.
- [2] *Analiza modalna konstrukcji podpierającej stanowiska badawczego dynamiki małogabarytowych wirników. Część pierwsza – badania eksperymentalne*, materiały konferencyjne, Wiśła 2012.
- [3] *Analiza modalna konstrukcji podpierającej stanowiska badawczego dynamiki małogabarytowych wirników. Część druga – badania symulacyjne*, materiały konferencyjne, Wiśła 2012.
- [4] Kiciński J.: *Dynamika wirników i łożysk ślizgowych*, Wyd. IMP PAN, Gdańsk 2005.
- [5] Uhl T., Lisowski W.: *Praktyczne problemy analizy modalnej konstrukcji*, Wydawnictwo AGO, Kraków 1996.