

DOI: 10.5604/20830157.1093201

ANALIZA MODELU UŁAMKOWEGO RZĘDU PROCESÓW SZYBKICH REAKTORA JĄDROWEGO

Tomasz Karol Nowak, Kazimierz Duzinkiewicz

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Katedra Inżynierii Systemów Sterowania

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczące rozwiązań numerycznych punktowego modelu ułamkowego rzędu kinetyki neutronów oraz wymiany ciepła w reaktorze jądrowym. Zbudowano model ułamkowego rzędu z sześcioma grupami neutronów opóźnionych wraz równaniami wymiany ciepła. Model matematyczny został zaimplementowany w środowisku Matlab i zbadany symulacyjnie dla skoków reaktywności. Przeprowadzono analizę wpływu wybranych parametrów modelu na uzyskiwane rozwiązania.

Słowa kluczowe: rachunek ułamkowy, reaktor jądrowy, równania różniczkowe

FRACTIONAL MODEL OF FAST PROCESSES IN NUCLEAR REACTOR ANALYSIS

Abstract. The paper presents the results concerning numerical solutions of the fractional point kinetics and heat exchange model for nuclear reactor. The fractional neutron point kinetics model with six groups of delayed neutron precursors was developed and numerical solutions were proposed. Mathematical model has been implemented in the Matlab environment and tested using typical step input change. The analysis of the impact of chosen parameters was conducted.

Keywords: fractional calculus, fission reactors, differential equations

Wstęp

Zasadnicza różnica pomiędzy elektrowniami ciepłymi konwencjonalnymi i jądrowymi wynika z rodzaju procesów wykorzystywanych do generacji ciepła. W elektrowniach ciepłych są to procesy spalania mediów organicznych w energetycznych kotłach parowych. W elektrowniach jądrowych (EJ) są to procesy łańcuchowej reakcji rozszczepienia jąder izotopów, nazywanych paliwowymi, zachodzące w rdzeniu reaktora jądrowego. Para, wykorzystywana dalej do zamiany energii cieplnej na mechaniczną w turbinach, wytwarzana jest bądź bezpośrednio w reaktorze – elektrownie z reaktorami wrzącymi, bądź w wytwornicy pary – elektrownie z reaktorami ciśnieniowymi, dla której chłodziwo reaktora jest źródłem ciepła. W EJ z reaktorami ciśnieniowymi obieg chłodziwa, które odbiera ciepło generowane w rdzeniu reaktora zamyka się w tzw. obiegu pierwotnym obejmującym reaktor i wytwornicę pary. Pomędzy zespołami turbina - generator w elektrowniach ciepłych na paliwo organiczne i na paliwo jądrowe nie ma funkcjonalnych różnic. Zasadniczymi procesami zachodzącymi w rdzeniu reaktora są procesy związane z łańcuchową reakcją rozszczepienia. Ich osi jest proces rozszczepienia jąder izotopów paliwowych. Akt rozszczepienia jądra izotopu paliwowego, wywołany pojedynczym neutronem jest źródłem 2-3 neutronów nowego pokolenia o wysokich energiach. Powszechnie dziś stosowane reaktory jądrowe lekko wodne wykorzystują do rozszczepiania jąder neutronów o niskich energiach – neutronów termicznych. Należy je spowolnić do poziomu energii termicznych w procesie dyfuzji w środowisku rdzenia reaktora. W tym celu jako medium moderujące wykorzystywana jest, w reaktorach lekko wodnych, woda przepływająca w przestrzeni pomiędzy prętami z materiałem rozszczepialnym. Pełni więc ona w EJ tego typu podwójną rolę – chłodziwa i moderatora. Natomiast ze względu na czas pojawiania się neutrony dzielą się na natychmiastowe i opóźnione. Pierwsze z nich (ponad 99% neutronów rozszczepieniowych) emitowane są bezpośrednio w akcie rozszczepienia, natomiast neutrony opóźnione (mniej niż 1%) powstają przy rozpadzie promieniotwórczym określonych produktów rozszczepienia – prekursorów neutronów opóźnionych. W skali makroskopowej relację pomiędzy liczebnością kolejnych pokoleń neutronów w rdzeniu reaktora określa efektywny współczynnik mnożenia neutronów k_{ef} . Jego wartość równa jeden oznacza generowanie w rdzeniu reaktora energii jądrowej z taką samą intensywnością, czyli generowanie stałej mocy. Jego wartość większa od jedności oznacza wzrastanie mocy reaktora, a mniejsza od jedności jej malenie. Dla stanów pracy reaktora ze stałą mocą stosuje się częściej inną wielkość dla charakteryzowania relacji pomiędzy

liczebnością neutronów w kolejnych pokoleniach – reaktywność ρ . Definiuje się ją jako względne odchylenie efektywnego współczynnika mnożenia neutronów od jedności, czyli:

$$\rho = \frac{k_{ef} - 1}{k_{ef}} \quad (1)$$

Matematyczne opisy procesów łańcuchowej reakcji rozszczepienia nazywają się modelami kinetyki neutronów. Aproxymacja punktowa tych procesów operująca wartościami średnimi wielkości nazywana jest modelem punktowym kinetyki neutronów.

Prace badawcze dotyczące modelowania ułamkowego rzędu trwają od wielu lat i doczekały się licznych publikacji. Obszarem zainteresowania są często złożone układy nieliniowe. Wymienić można tutaj model jonowych metalowych kompozytów, układów elektrycznych [4], filtrów elektrycznych [8], układów regulacji [10], w tym regulatorów ułamkowego rzędu $PI^{\lambda}D^{\mu}$ [5]. Przykład estymacji parametrów dla modelu ułamkowego został przedstawiony w [9]. W artykule [8] zaproponowano punktowy model kinetyki neutronów ułamkowego rzędu z jedną grupą prekursorów neutronów opóźnionych.

Artykuł rozważa model punktowy kinetyki z sześcioma grupami prekursorów neutronów opóźnionych wykorzystujący rachunek różniczkowy niecałkowitego rzędu oraz model punktowy wymiany ciepła wykorzystujący rachunek różniczkowy całkowitego rzędu. Podano przy tym wartości poszczególnych stałych parametrów oraz przyjętych warunków początkowych. Przeprowadzono analizę wpływu rzędu pochodnej ułamkowej na przebiegi znormalizowanej gęstości neutronów, temperatury rdzenia oraz reaktywności dla wybranych wymuszeń. Przyjęto, że przed rozpoczęciem badań reaktor znajdował się w stanie krytycznym. Na zakończenie podano wyniki badań oraz wnioski.

1. Pochodna niecałkowitego rzędu

Istnieje kilka metod określania pochodnej ułamkowego rzędu. Do głównych należą definicje: Caputo, Riemanna-Liouville'a oraz Grünwalda-Letnikova [11]. Pochodna niecałkowitego rzędu może być przedstawiona jako [10]:

$$D_t^{\alpha} = \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_0^t (d\tau)^{\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (2)$$

gdzie α – rząd pochodnej. Należy zauważyć, że dla ujemnej wartości α następuje całkowanie. W przypadku, gdy α jest całkowitego rzędu powstaje pochodna lub całka ujęta w klasycznym (całkowitym) ujęciu.

2. Punktowa kinetyka reaktora jądrowego

Ułamkowy punktowy model kinetyki reaktora jądrowego z sześcioma grupami prekursorów neutronów opóźnionych, można zapisać następująco [8]:

$$\tau^k \frac{d^{k+1}}{dt^{k+1}} n(t) + \frac{d}{dt} n(t) + \tau^k \left(\frac{1}{l} + \frac{1-\beta}{\Lambda} \right) \frac{d^k}{dt^k} n(t) + \frac{\beta - \rho(t)}{\Lambda} n(t) = \sum_{j=1}^6 \tau^k \frac{d^k}{dt^k} C_j(t) + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j(t) \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} C_j(t) = \frac{\beta_j}{\Lambda} n(t) - \lambda_j C_j(t) \text{ dla } j=1, \dots, 6 \quad (4)$$

z warunkami początkowymi:

$$n_0 = n(0); C_{j0} = C_j(0) = \frac{\beta_j}{\Lambda \lambda_j} n_0 \text{ dla } j=1, \dots, 6$$

gdzie $n(t)$ – gęstość neutronów, $C_j(t)$ – koncentracja jąder prekursorów neutronów opóźnionych j -tej grupy, β_j – udział neutronów opóźnionych j -tej grupy w populacji neutronów, λ_j – stała rozpadu prekursorów neutronów opóźnionych j -tej grupy, l – czas życia neutronów natychmiastowych, Λ – efektywny czas życia neutronów, $\rho(t)$ – reaktywność, τ^k – czas relaksacji. Czas relaksacji τ^k jest parametrem określającym szybkość powrotu układu do stanu równowagi. Wielkość ta ma zatem charakter stałej czasowej. Wraz ze wzrostem jej wartości układ (w tym przypadku: gęstość neutronów w rdzeniu reaktora jądrowego) będzie powracał do stanu równowagi coraz wolniej.

W tablicy 1 przedstawiono przyjęte udziały neutronów opóźnionych w populacji neutronów i stałe rozpadu ich prekursorów.

Tablica 1. Udziały neutronów opóźnionych i stałe rozpadu ich prekursorów dla U-235 [7]

i	β_i	λ_i
1	0,000231	0,0124
2	0,001533	0,0305
3	0,001327	0,1110
4	0,002765	0,3010
5	0,000805	1,1300
6	0,000294	3,0000

Ponadto, w równaniach (3) – (4) przyjęto wartości: $\beta = \sum_{j=1}^6 \beta_j = 0,007$, $\Lambda = l = 0,00003$ s, $\tau^k = 0,0001$ s^k. Wpływ wartości k na uzyskiwane rozwiązania będzie przedmiotem prezentowanych dalej badań. Prace prowadzono wykorzystując wartości względne zmiennych n oraz C , wynikające z założenia $n_0 = 1$. Stan krytyczny równowagi, różny od stanu wyłączenia reaktora, przyjmowano każdorazowo za stan początkowy, dlatego też warunki początkowe dla tego stanu wynoszą: $n_0 = 1$, $C_{10} = 620,97$, $C_{20} = 1675,4$, $C_{30} = 398,5$, $C_{40} = 306,2$, $C_{50} = 23,746$, $C_{60} = 3,2667$.

3. Punktowy model wymiany ciepła

Punktowy model wymiany ciepła w reaktorze jądrowym można zapisać jako układ równań różniczkowych [7]:

$$M_{ep} c_{ep} \frac{dT_{ep}(t)}{dt} = \dot{Q}_R(t) - \frac{1}{R} (T_{ep}(t) - T_c(t)) \quad (5)$$

$$M_c c_c \frac{dT_c(t)}{dt} = \frac{1}{R} (T_{ep}(t) - T_c(t)) - 2w(t) c_p (T_c(t) - T_{we}(t)) \quad (6)$$

gdzie $T_{ep}(t)$ – uśredniona po objętości rdzenia temperatura elementu paliwowego, $T_c(t)$ – uśredniona po objętości rdzenia temperatura chłodziwa, $T_{we}(t)$ – temperatura chłodziwa na wlocie do rdzenia, M_{ep} – całkowita masa elementów paliwowych w objętości rdzenia, M_c – całkowita masa chłodziwa i elementów konstrukcyjnych w objętości rdzenia, c_{ep} – średnie ważone ciepło właściwe elementów paliwowych w rdzeniu, c_c – średnie ważone ciepło właściwe chłodziwa (przy stałym ciśnieniu) i materiałów konstrukcyjnych rdzenia, c_p – ciepło właściwe chłodziwa (przy

stałym ciśnieniu), R – oporność cieplna rdzenia, w – masowy wydatek chłodziwa (przy stałym ciśnieniu).

Powyższy model został znormalizowany tak, by $T_{ep}(0) = 1$ oraz $T_c(0) = 1$. Po normalizacji otrzymano:

$$\frac{dT_{ep}}{dt} = \frac{Q_R}{T_{ep,B} M_{ep} c_{ep}} - \frac{T_{ep} \frac{T_{c,B} - T_c}{T_{ep,B}}}{R M_{ep} c_{ep}} \quad (7)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{1}{R M_c c_c} \left(\frac{T_{ep,B}}{T_{c,B}} T_{ep} - T_c \right) - \frac{2w c_p}{M_c c_c} \left(T_c - \frac{T_{we}}{T_{c,B}} \right) \quad (8)$$

Uwzględnienie modelu wymiany ciepła niesie za sobą konieczność wzięcia pod uwagę efektów reaktywnościowych. Jest to zmiana wartości reaktywności wywołana zmianą stanu termicznego rdzenia. Uwzględniając stan krytyczny reaktora przed rozpoczęciem badań $\rho_0 = 0$, efekt reaktywnościowy można zapisać jako [7]:

$$\Delta \rho = \rho(t) - \rho_0 = \rho(t) - 0 = \alpha_c [T_c(t) - T_{c,B}] + \alpha_{ep} [T_{ep}(t) - T_{ep,B}] \quad (9)$$

gdzie α_c – współczynnik reaktywnościowy od zmian temperatury chłodziwa, α_{ep} – współczynnik reaktywnościowy od zmian temperatury rdzenia. W równaniach (6) – (8) przyjęto wartości: $M_{ep} = 60645$ kg, $c_{ep} = 313,07 \frac{J}{kgK}$, $R = 2,325 * 10^{-7} \frac{J}{^\circ C s}$, $M_c = 10573$ kg, $c_c = 3402,9 \frac{J}{kgK}$, $c_p = 5460 \frac{J}{kgK}$, $Q_R = 1375$ MW, $T_{we} = 269$ °C, $T_{ep,B} = 603,16$ °C, $T_{c,B} = 283,47$ °C, $\alpha_c = -1,2 * 10^{-4} \frac{1}{^\circ C}$, $\alpha_{ep} = -3,4 * 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$, $w = 8700 \frac{kg}{s}$.

4. Wyniki badań testowych

Przeprowadzono testy symulacyjne rozwiązań znormalizowanej gęstości neutronów termicznych, temperatury rdzenia oraz reaktywności. Badania przeprowadzono w środowisku MATLAB z użyciem Toolboxa FOMCON. Wybrano go ze względu na jego stały rozwój zarówno w przypadku sterowania jak i oceny stabilności. Wejściem modelu była reaktywność albo temperatura chłodziwa na wlocie do rdzenia. Założono, że początkowym stanem reaktora jest stan krytyczny. Na wejście podano skok reaktywności o wartościach -0,0005 i 0,0005, albo skok temperatury chłodziwa na wlocie do rdzenia o wartościach -2°C i 2°C. Każde z badań przeprowadzono dla różnych wartości pochodnych k (0; 0,25; 0,5; 0,75). Przyjęto czas symulacji $t = 150$ s.

Na rys. 1-3 przedstawiono wpływ ujemnej skokowej zmiany reaktywności.

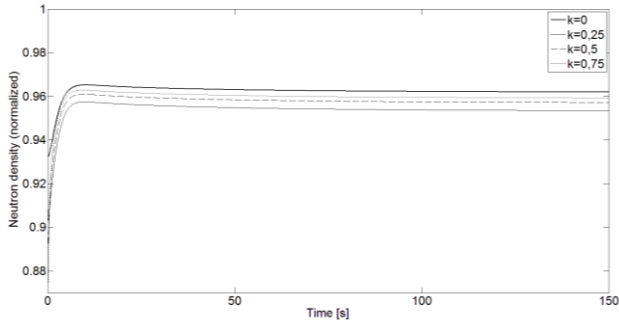
Dla ujemnego skoku reaktywności gęstość neutronów, temperatura rdzenia maleje, zaś dla dodatniego – rośnie. Przebiegi gęstości neutronów dla modeli o różnych wartościach pochodnych k różnią się od siebie. Z powodu różnej dynamiki gęstości neutronów dla różnych wartości k różna jest dynamika zmian temperatury rdzenia dla różnych wartości k . Jest to spowodowane zależnością temperatury rdzenia od gęstości neutronów. Istnienie sprzężeń reaktywnościowych wywołuje zmianę wartości reaktywności. Wraz z dążeniem reaktywności do zera prędkość zmian gęstości neutronów również dąży do zera.

Na rys. 7-9 przedstawiono wpływ ujemnej skokowej zmiany wartości temperatury chłodziwa na wlocie do rdzenia.

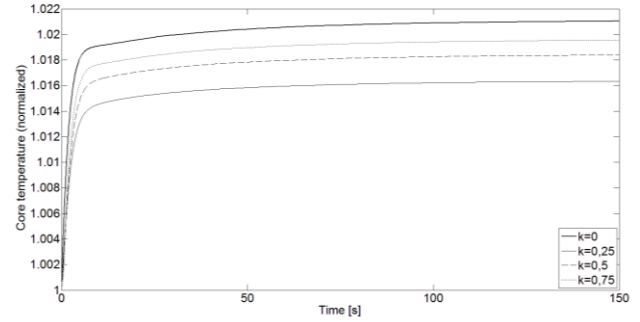
Na rys. 10-12 przedstawiono wpływ dodatniej skokowej zmiany wartości temperatury chłodziwa na wlocie do rdzenia.

Na rys. 4-6 przedstawiono wpływ dodatniej skokowej zmiany reaktywności.

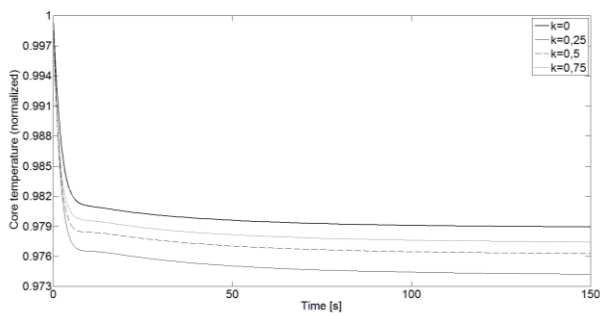
Dla ujemnej skokowej zmiany wartości temperatury chłodziwa na wlocie do rdzenia gęstość neutronów i temperatura rdzenia rosną, zaś reaktywność maleje po uprzednim wzroście. Dla dodatniego skoku – reaktywność rośnie po uprzednim zmniejszeniu wartości, a pozostałe badane wielkości maleją. Przebiegi badanych wielkości ustalają się. Dla różnych wartości k wartość w stanie ustalonym jest różna. Im wartość k dla $k \neq 0$ jest większa, tym przebieg bardziej się zbliża do przebiegu dla $k = 0$.



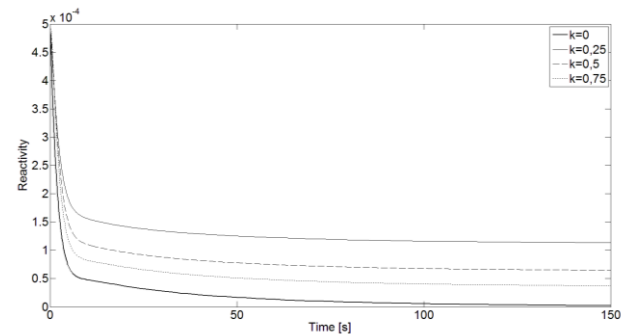
Rys. 1. Przebiegi znormalizowanej gęstości neutronów dla $\Delta\rho = -0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



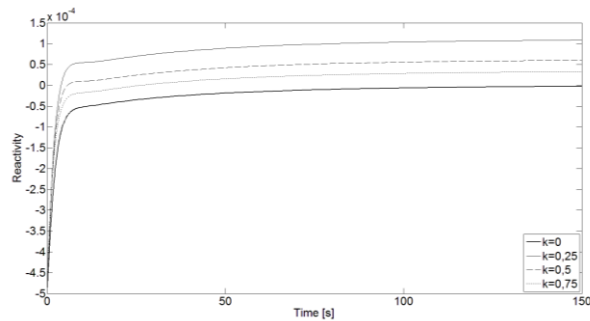
Rys. 5. Przebiegi znormalizowanej temperatury rdzenia dla $\Delta\rho = 0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



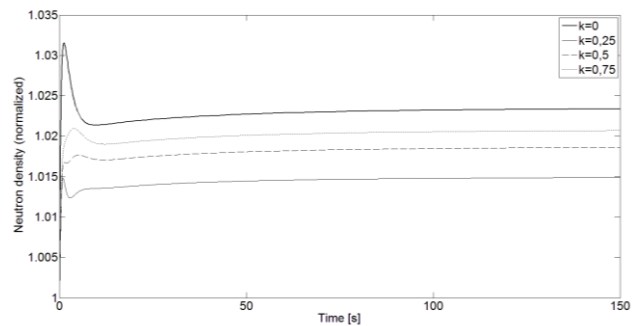
Rys. 2. Przebiegi znormalizowanej temperatury rdzenia dla $\Delta\rho = -0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



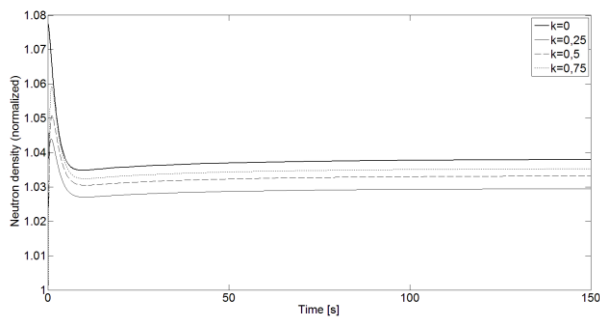
Rys. 6. Przebiegi reaktywności dla $\Delta\rho = 0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



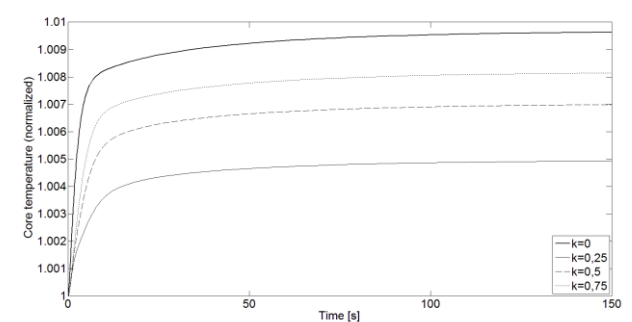
Rys. 3. Przebiegi reaktywności dla $\Delta\rho = -0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



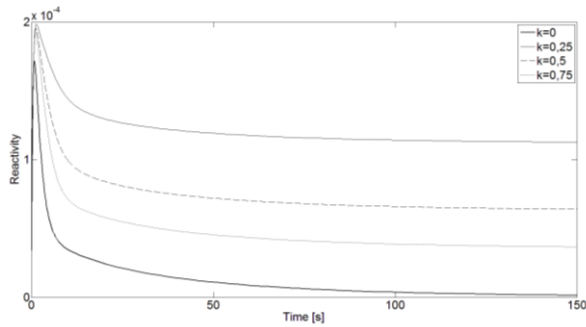
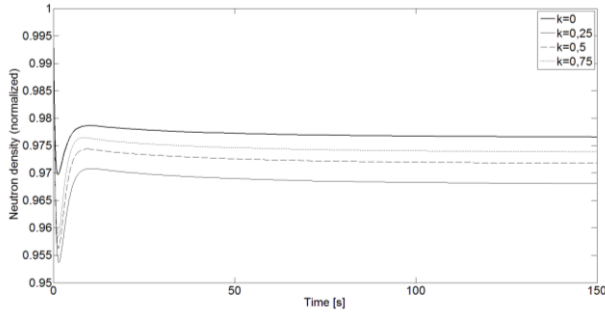
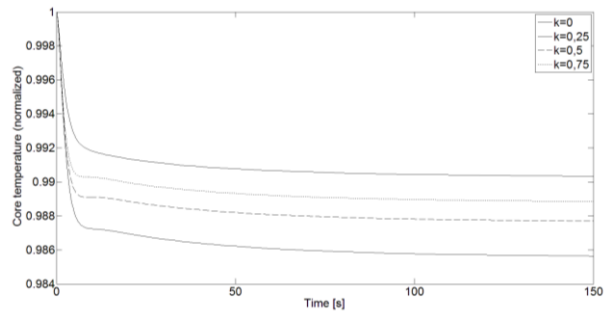
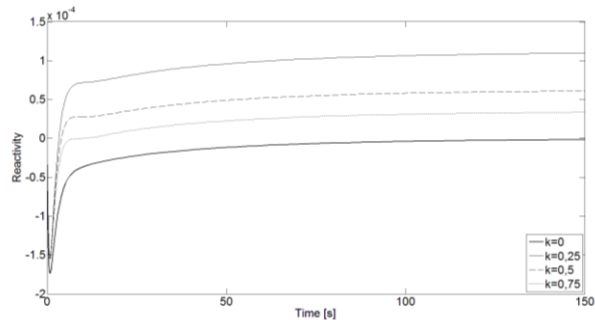
Rys. 7. Przebiegi znormalizowanej gęstości neutronów dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = -2^\circ\text{C}$



Rys. 4. Przebiegi znormalizowanej gęstości neutronów dla $\Delta\rho = 0,0005$, $\Delta T_{we}(t) = 0$



Rys. 8. Przebiegi znormalizowanej temperatury rdzenia dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = -2^\circ\text{C}$

Rys. 9. Przebiegi reaktywności dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = -2^\circ\text{C}$ Rys. 10. Przebiegi znormalizowanej gęstości neutronów dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = 2^\circ\text{C}$ Rys. 11. Przebiegi znormalizowanej temperatury rdzenia dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = 2^\circ\text{C}$ Rys. 12. Przebiegi reaktywności dla $\Delta\rho = 0$, $\Delta T_{we}(t) = 2^\circ\text{C}$

5. Wnioski

W artykule przedstawiono wyniki badań właściwości rozwiązań punktowego modelu kinetyki neutronów niecałkowitego rzędu wraz z modelem wymiany ciepła. Wykazano budowę struktury obliczeniowej z biblioteki FOMCON. Zbadano wpływ pochodnej niecałkowitego rzędu k na przebiegi gęstości neutronów, temperatury rdzenia oraz reaktywności dla skokowych zmian reaktywności oraz temperatury chłodziwa na wlocie do rdzenia. Stwierdzono, iż wartość k wpływa na dynamikę badanych wielkości. Im wartość ta jest większa, tym czas ustalania jest krótszy, a różnica między wartością ustaloną po skoku, a przed skokiem jest mniejsza.

Modele punktowe (o parametrach skupionych) są stosowane powszechnie w analizie i syntezie systemów sterowania realnych reaktorów jądrowych [1, 2, 6, 7, 8, 12]. Dążenie do poprawy jakości sterowania tymi reaktorami wymaga poszukiwania coraz lepszych punktowych aproksymacji w istocie przestrzennych procesów reaktora jądrowego. Modele punktowe wykorzystujące rachunek niecałkowitego rzędu są taką próbą (jak w artykule).

Aktualny wysiłek badaczy skupiony jest na konstrukcji algorytmów aproksymacji modeli 1D [3] i 3D kinetyki neutronów i wymiany ciepła modelami punktowymi niecałkowitego rzędu.

Podziękowania

Badania zostały wsparte przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Strategicznego Projektu Badawczego nr SP/J/10/176450/12. Autorzy pragną wyrazić podziękowanie za wsparcie.

Literatura

- [1] Anglart H.: Nuclear Reactor Dynamics and stability. Instytut Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej, 2013.
- [2] Ackermann G.: Eksploatacja elektrowni jądrowych. WNT, Warszawa 1987.
- [3] Baum G., Duzinkiewicz K.: Model symulacyjny jednowymiarowej dynamiki reaktora typu WWR-440 (kinetyka, zagadnienia ciepłno-przepływowe). Raport. Instytut Elektroenergetyki i Automatyki, Politechnika Gdańska, 1989.
- [4] Caponetto R., Dongola G., Fortuna L., Petras I.: Fractional order systems. Modelling and Control Applications. World Scientific Series of Nonlinear Science, Series A, Vol. 72, 2010.
- [5] Chen Y.Q.: Fractional Calculus, Delay Dynamics and Networked Control Systems. Resilient Control Systems (ISRCS), 2010.
- [6] Duderstadt J.J., Hamilton L.J.: Nuclear Reactor Analysis. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1942.
- [7] Duzinkiewicz K., Baum G., Michalak A.: Model symulacyjny podstawowych procesów dynamicznych reaktora typu WWR oparty o modele o parametrach skupionych. Raporty. Instytut Elektroenergetyki i Automatyki, Politechnika Gdańska, 1989.
- [8] Espinosa-Paredes G., Polo-Labbarios M., Espinosa-Martinez E., del Valle-Gallegos E.: Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics. Annals of Nuclear Energy 38, 2011, s. 307-330.
- [9] Maiti D., Janarthanan R., Konar A.: Complete Identification of a Dynamic Fractional Order System Under Non-ideal Conditions Using Fractional Differintegral Definitions. Department of Electronics and Telecommunication Engineering, 2008.
- [10] Petras I.: Fractional-Order Nonlinear Systems. Modelling, Analysis and Simulation. Springer, New York, 2011.
- [11] Podlubny I.: Fractional Differential Equations. Academic Press, San Diego, 1999.
- [12] Schultz M. A.: Control of Nuclear reactors and Power Plants. McGraw-Hill book Company, Inc. New York, 1961.

Mgr inż. Tomasz Karol Nowak

e-mail: tomasz.karol.nowak@gmail.com

Doktorant na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Urodzony 26.10.1987 r. w Gdańsku. Ukończył studia w 2011 r. na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Jego zainteresowania obejmują metody numeryczne, modelowanie ułamkowe (a wśród nich modelowanie wybranych zjawisk zachodzących w reaktorze jądrowym) oraz systemy wspomagania decyzji.



Dr hab. inż. Kazimierz Duzinkiewicz

e-mail: k.duzinkiewicz@eia.pg.gda.pl

Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Gdańskiej, specjalność Automatyka i Metrologia Elektryczna. W roku 1983 także doktorat, a w 2009 r. stopień doktora habilitowanego na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Obszar zainteresowań to: modelowanie i estymacja w warunkach niepewności, struktury i algorytmy sterowania, sterowanie optymalizujące wielkimi systemami.



otrzymano/received: 22.06.2013

przyjęto do druku/accepted: 22.11.2013