

## ANALIZA NIELINIOWEGO OBSERWATORA I FILTRU CZĄSTECZKOWEGO JAKO ESTYMATORÓW POZYCJI STATKU

Krzysztof JAROŚ<sup>1</sup> Anna WITKOWSKA<sup>2</sup>

1. Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.:790-380-009 e-mail: krzjaros@student.pg.gda.pl
2. Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki  
tel.:+48-58-347-2124 e-mail:anna.witkowska@pg.gda.pl

**Streszczenie:** W artykule została przedstawiona analiza porównawcza dokonana pomiędzy dwoma estymatorami pozycji. Analiza ta została przedstawiona na podstawie różnicy pomiędzy wartością estymowaną a rzeczywistą. Badania estymatorów zostały przeprowadzone na podstawie równania kinematyki i dynamiki statku dynamicznie pozycjonowanego. Wartościami wykorzystywanymi w symulacji są pomiary z symulowanego odbiornika GPS i siły wytworzone przez napędy statku w czasie wykonywania manewrów. W artykule zawarto nieliniowy model statku z zakłóceniami w globalnym układzie współrzędnych, oraz dwa estymatory nieliniowy obserwator (NO) i filtr cząsteczkowy (PF) (ang. Particle filter). Badania zostały przeprowadzone w środowisku MATLAB/Simulink z użyciem modeli symulacyjnych. W badaniach wykazano że PF jest lepszym estymatorem niż NO podczas manewru zmiany pozycji statku natomiast sytuacja jest odwrotna podczas utrzymywania stałej pozycji statku.

**Słowa kluczowe:** Nieliniowy model statku, Particle Filter, Nieliniowy obserwator.

### 1. WPROWADZENIE

Estymacja mierzonych wartości jest bardzo ważnym elementem w systemach dynamicznego pozycjonowania statków. Zadaniem estymatorów jest filtracja pozycji statku przy zmiennych warunkach środowiskowych. Wykorzystując one do tego sygnały pomiarowe, siły wytworzone przez napędy statku i uproszczony model kinematyki i dynamiki. Systemy dynamicznego pozycjonowania DP (ang. Dynamic Positioning) wykorzystują różne algorytmy do filtrowania mierzonych sygnałów przy manewrach statku, wykonywanych z małą prędkością. Dokładniejsza estymacja wielkości mierzonych, pozwala na uzyskanie mniejszego uchybu sterowania pozycją statku na morzu, w portach morskich oraz w pobliżu platform wiertniczych. Redukcja błędów regulacji pozycji statku pozwala na dokładniejsze sterowanie pędnikami, oraz na zwiększenie bezpieczeństwa.

W artykule przedstawiono dwa typy algorytmu estymacji pozycji statku: nieliniowy obserwator (NO) i filtr cząsteczkowy (PF). Nieliniowy obserwator jest estymatorem zaprojektowanym w pracy [1] do celów nawigacyjnych statków. Estymator ten wykorzystuje nieliniowy model statku, wraz z modelem zakłóceń środowiskowych, oraz siły wytwarzane przez napędy [2] [3]. Drugim estymatorem opisanym w pracy jest filtr cząsteczkowy [4]. Filtr ten jest

przeznaczony do estymacji sygnałów o nieliniowych charakterystykach, ponieważ wymaga dużej mocy obliczeniowej nie był on preferowany w rozwiązaniach wymagających pracy w czasie rzeczywistym ze względu na ograniczenia sprzętowe. Celem badań, opisanych w artykule jest określenie, który z estymatorów lepiej oszacowuje pozycję układu w określonych warunkach pracy układów DP, przy danych zakłóceniach.

Do porównania estymatorów wykorzystano badania symulacyjne. Estymatory poddano dwóm testom. Pierwszy z nich polegał na estymowaniu pozycji przy zadanej zmiennej w czasie pozycji statku drugi zaś test przy zadanej stałej pozycji statku. Z modelu statku wykorzystano informację o położeniu statku, która została zaszumiona białym szumem i została zastosowana jako odbiornik GPS. Do estymacji pozycji statku były wykorzystywane również siły sterujące statkiem wytworzone przez napędy i stery.

### 2. MODEL STATKU

#### 2.1. Równania modelu statku

Model ruchu statku opisują dwa układy współrzędnych: pierwszy związany jest z położeniem geograficznym na powierzchni ziemi, drugi związany ze środkiem ciężkości statku. Wektor położenia jest zdefiniowany jako  $\eta = [x, y, \psi]^T$  gdzie  $x$  i  $y$  są współrzędnymi pozycji statku w globalnym układzie współrzędnych,  $\psi$  jest kursem w odniesieniu do osi OX w globalnym układzie współrzędnych. Wektor prędkości jest określany jako  $v = [u, v_s, r]^T$ , gdzie  $u$  i  $v_s$  są prędkościami w układzie współrzędnych związanym ze statkiem, natomiast  $r$  jest prędkością kątową statku. Równaniem łączącym te dwa układy współrzędnych jest:

$$\dot{\eta} = R(\psi)v \quad (1)$$

gdzie  $R(\psi) \in R_{3 \times 3}$  jest macierzą transformacji, pomiędzy dwoma układami współrzędnych zależną od kursu  $\psi$  statku.

W symulacji wykorzystano model statku dla małych prędkości ruchu. Model ten przedstawiony jest za pomocą sił i momentów działających na kadłub:

$$M\dot{v} + d(V_{rc}, \gamma_{rc}) = \tau_{control} + \tau_{wind} + \tau_{wave}. \quad (2)$$

W powyższym równaniu  $d(V_{rc}, \gamma_{rc})$  oznacza zakłócenia od prądu morskiego. Symbole  $\tau_{control}$ ,  $\tau_{wind}$ ,  $\tau_{wave}$  odpowiednio oznaczają siłę wytworzoną przez pędniki, siłę od wiatru oraz siłę od fali morskiej.  $M \in \mathbb{R}_{3 \times 3}$  jest macierzą bezwładności, zawiera ona również dodatkowe współczynniki masowe, które są zależne od kształtu kadłuba i współczynników sztywności.

Równanie modelu statku zawiera macierz tłumienia zależną od aktualnej prędkości prądu morskiego  $V_{rc}$  i kąta  $\gamma_{rc}$  względem statku. W rozwiązaniu tym stosowany jest uproszczony model zakłóceń i założono, że tłumienia są liniowe:

$$d(V_{rc}, \gamma_{rc}) \approx D(v)v - R^T(\psi)d, \quad (3)$$

$$D = D^T, \quad d = [d_1, d_2, d_3]^T \quad (4)$$

W powyższym równaniu,  $d$  jest całką z białego szumu Gaussowskiego.

Równanie opisujące sygnał mierzony pozycji statku :

$$z = \eta + v_1 \quad (5)$$

gdzie  $\eta$  jest pozycją statku obliczoną stosując dynamiczny model statku,  $v_1$  jest szumem pomiarowym czujnika, Wszystkie powyższe założenia umożliwiają przyjęcie uproszczonego modelu statku opisanego następującymi równaniami:

$$\dot{\eta} = R(\psi)v, \quad (6)$$

$$\dot{v} + M^{-1}Dv = M^{-1}[R^T(\psi)d + \tau_{control}] \quad (7)$$

$$\dot{d} = w \quad (8)$$

$$z = \eta + v_1 \quad (9)$$

## 2.2. Model statku w globalnym układzie współrzędnych

Kinematyczny i dynamiczny modelu statku opisany jest przy pomocy dwóch równań:

$$\dot{\eta} = R(\psi)v, \quad (10)$$

$$Mv + D(v)v - R^T(\psi)d = \tau_{control} \quad (11)$$

Korzystając z równania (10), w którym  $R^T = R^{-1}$ , możliwe jest uzyskanie  $v = R^T\dot{\eta}$  a poprzez różniczkowanie tego wyrażenia otrzymano:  $\dot{v} = R^T\ddot{\eta} + \dot{R}^T\dot{\eta}$ . To pozwala na uzyskanie [4]:

$$J(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + F(\eta)\dot{\eta} - d = \tau^* \quad (12)$$

gdzie parametry modelu statku są zdefiniowane jako:

$$J(\eta) = RMR^T \quad (13)$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = RMR\dot{R}^T \quad (14)$$

$$F(\eta) = RDR^T \quad (15)$$

$$\tau^* = R\tau_{control} \quad (16)$$

Symulacja wykorzystuje model w przestrzeni stanu, gdzie  $x = [\eta, d, \dot{\eta}, \dot{d}]$ . Uogólniony model statku w przestrzeni stanu można przedstawić w postaci:

$$\dot{\eta} + J(\eta)^{-1}[C(\eta, \dot{\eta}) + F(\eta)]\dot{\eta} - J^{-1}(\eta)d = J^{-1}(\eta)\tau^*, \quad (17)$$

$$\dot{d} = 0.$$

Końcowy model w przestrzeni stanu można zapisać jako:

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad (18)$$

$$y = Cx + v_1 \quad (19)$$

w i  $v_1$  są zakłóceniami procesu i pomiaru.

## 3. PROJEKTOWANIE FILTRÓW

### 3.1. Nieliniowy obserwator

Zgodnie z założeniami przyjętymi w pracy [1] zdefiniowano model statku w postaci:

$$M\dot{v} = -Dv + R^T d + \tau \quad (20)$$

$$\dot{\eta} = Rv \quad (21)$$

$$\dot{d} = w \quad (22)$$

$$z = \eta + v_1. \quad (23)$$

Model nieliniowego obserwatora opisany jest wzorem:

$$M\dot{\hat{v}} = -D\hat{v} + R^T\hat{d} + \tau + R^TK_1\tilde{y} \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = R\hat{v} + K_2\tilde{y}, \quad (25)$$

$$\dot{\hat{d}} = K_3\tilde{y} \quad (26)$$

$$\dot{\hat{z}} = \eta + v_1 \quad (27)$$

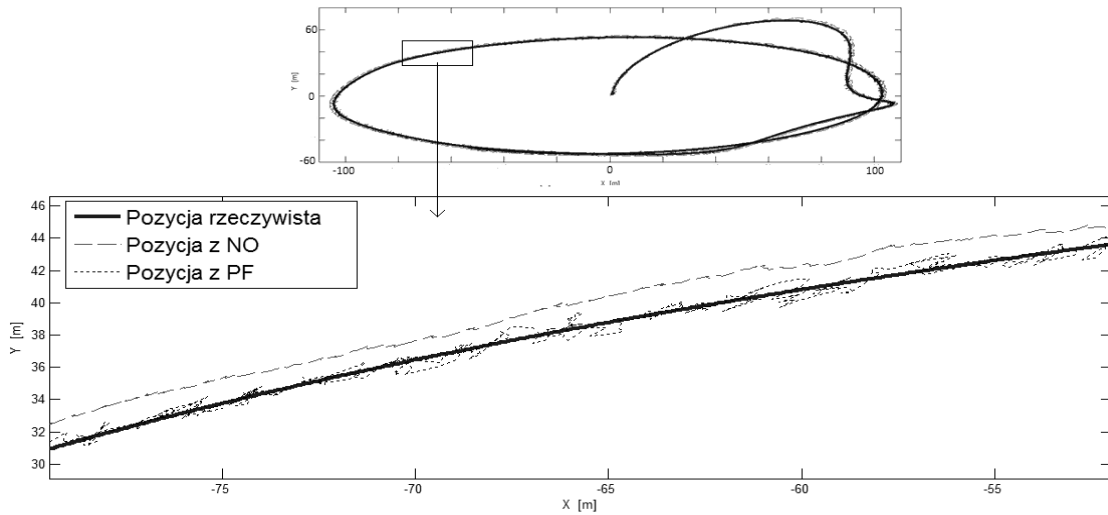
Gdzie  $\tilde{y} = z - \hat{z}$  jest błędem estymacji a  $K_1, K_2, K_3$  są macierzami wzmocnień obserwatora.

### 3.2. Filtr cząsteczkowy

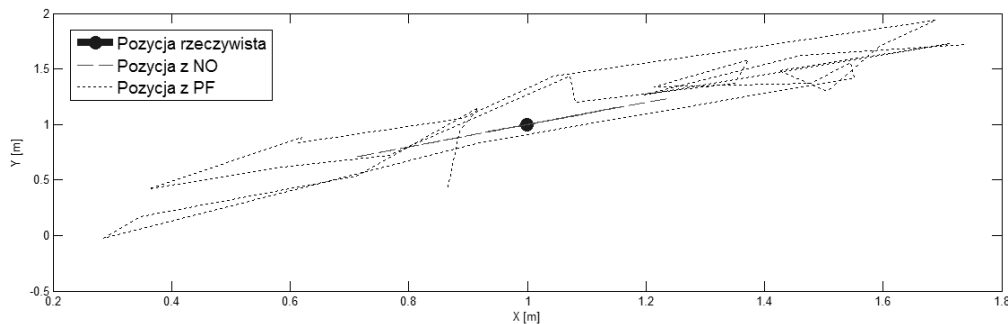
Prezentowany algorytm używa modelu statku w przestrzeni stanów, który został oznaczony jako  $p(x_k|x_{k-1})$  i równania pomiarów, które oznaczono jako  $p(y_k|x_k)$ :

$$p(x_k|x_{k-1}): \quad x_k = f(x_{k-1}, v_{1,k-1}) \quad (28)$$

$$p(y_k|x_k): \quad y_k = h(x_k, w_k) \quad (29)$$



Rys. 1. Przykład estymacji przy zmiennym położeniu statku



Rys. 2. Przykład estymacji przy stałym położeniu statku

W powyższych równaniach,  $x_k$  jest wektorem zmiennych stanu,  $y_k$  jest wektor pomiaru,  $v_{1,k}$  i  $w_k$  są zakłóceniami odpowiednio procesu i pomiaru. Celem algorytmu PF jest określenie prawdopodobieństwa  $p(x_k|Y_{1:k})$ , gdzie  $Y_{1:k} = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ . Aby wyznaczyć aproksymację  $p(x_k|Y_{1:k})$ , PF wykorzystuje rekurencyjną estymację Bayesa:

$$p(x_k|Y_{1:k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{1:k-1})}{p(y_k|Y_{1:k-1})} \quad (30)$$

W powyższym wzorze:

$$p(x_k|Y_{1:k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|Y_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (31)$$

$$p(y_k|Y_{1:k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{1:k-1}) dx_k \quad (32)$$

Następnym etapem jest przeprowadzenie aproksymacji  $p(x_k|Y_{1:k})$  przy użyciu zestawu próbek  $\{x_k^i\}_{i=1}^N$  z przypisaną im wagą  $\{\hat{w}_k^i\}_{i=1}^N$ . Następnie  $p(x_k|Y_{1:k})$  otrzymujemy równanie:

$$p(x_k|Y_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \hat{w}_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (33)$$

gdzie  $\delta$  jest delta Diraca.

Podstawiając (31)-(32), otrzymujemy:

$$p(x_k|Y_k) \approx p(y_k|x_k) \sum_{i=1}^N \hat{w}_{k-1}^i p(x_k|x_{k-1}^i). \quad (34)$$

Z powyższego wzoru wynika, że zestaw próbek stanowiący przybliżenie  $p(x_k|Y_{1:k})$  powstaje w drodze losowania próbek z prawdopodobieństwem  $p(x_k|x_{k-1}^i)$ .

$$x_k^i \sim p(x_k|x_{k-1}^i) \quad (35)$$

co " $\sim$ " oznacza proporcjonalną zależność.

Próbki  $i$ -te  $x_k^i \sim p(x_k|x_{k-1}^i)$  mogą być tworzone przez losowanie próbki szumu procesu  $v_{k-1}^i$ , a następnie korzystając z modelu  $x_k^i = f(x_{k-1}^i, v_{k-1}^i)$ . Odpowiadające im wagi są obliczane w następujący sposób:

$$w_k^i = p(y_k|x_k^i) \hat{w}_{k-1}^i \quad (36)$$

$$\hat{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{j=1}^N w_k^j} \quad (37)$$

Następnie poprzez operacje ponownego wyboru próbek zostają wylosowane najbardziej przystosowane próbki. W wyniku czego otrzymywano nowy zbiór cząstek z jednakowymi wagami co stanowi aproksymację  $p(x_k|Y_{1:k})$ . Ostatnim krokiem algorytmu jest predykcja w której otrzymujemy cząstki w kolejnej chwili czasu.

#### 4. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Symulacja została przeprowadzona w przy pomocy programu Matlab Simulink. Aby sprawdzić jakość estymacji przeprowadzono dwa testy. Pierwszym zadaniem było nadążanie za zadaną trajektorią statku w czasie wykonywania przez niego manewru zmiany pozycji (rys. 1.), drugim zadaniem było utrzymywanie stałego pozycji statku (rys. 2). Regulacja położenia statku odbywa się za pomocą regulatora PID. Wartością wejściową regulatora jest różnica między pozycją i kursem statku a wartością zadaną.

W czasie symulacji obliczono błędy estymacji pozycji i kursu. Aby ocenić pracę estymatorów zastosowano obliczenie błędu średniokwadratowego z przeprowadzonych symulacji których czas trwania wynosił 1000 s. W tabeli 1 i tabeli 2 zaprezentowano wyniki obliczeń.

Tabela 1  
Błąd średniokwadratowy (MSE) estymatorów przy wykonywaniu manewru

	MSE w osi X	MSE w osi Y	MSE w $\psi$	Całkowite MSE
NO	0.1023	0.1175	0.003752	0.24996
PF	0.03143	0.03044	0.03016	0.09203

Tabela 2  
Błąd średniokwadratowy (MSE) estymatorów przy utrzymywaniu pozycji

	MSE w osi X	MSE w osi Y	MSE w $\psi$	Całkowite MSE
NO	0.003819	0.003777	0.003743	0.01134
PF	0.030	0.030	0.030	0.09

W czasie symulacji wykazano że błąd średniokwadratowy PF jest ponad 3 razy mniejszy dla zmiennej w czasie trajektorii (rys. 1). Estymowane wartości NO są bardziej wygładzone ale bardziej oddalone od rzeczywistej wartości. Estymowane wartości PF są szybciej zmienne w czasie co umożliwia szybszą reakcję na zmiany kierunku poruszania się statku. W tym przypadku wartości estymowana oscyluje wokół wartości 0,5 m od wartości zadanej.

Tabela 2 przedstawia błędy średniokwadratowe dla stałej zadanej pozycji statku. Dla tego zadania sytuacja jest odwrotna. NO ma 12 razy mniejszy błąd średniokwadratowy przy estymacji pozycji. Przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań przez PF spowodowało utrzymywanie się błędu średniokwadratowego na stałym poziomie gdy NO dwudziestokrotnie zmniejszył błąd średniokwadratowych dla swoich estymacji co dobrze widoczne jest na rysunku 2.

#### 5. WNIOSKI

W artykule zaproponowano dwa algorytmy estymatorów pozycji statku z uwzględnieniem trzech stopni swobody. Estymator zbadano symulacyjnie z wykorzystaniem nieliniowego modelu statku. Czas trwania algorytmu PF jest znacznie dłuższy niż NO oraz można poprawić poprzez optymalizację kodu i przetwarzanie równoległe. Artykuł pokazuje, że możliwe jest estymowanie dokładnej pozycji statku z wykorzystaniem NO i PF. Zaprojektowane estymatory mogą być używane w systemach dynamicznego pozycjonowania statków, realizując takie operacje jak podążanie za trajektorią czy cumowanie. Przyszłe badania rozważają połączenia obu estymatorów położenia w jednym systemie sterowania.

#### 6. BIBLIOGRAFIA

1. Strand J. P. and Fossen T. I.: Nonlinear passive observer design for ships with adaptive wave filtering, in *New Directions in nonlinear observer design*, H. Nijmeijer and T. I. Fossen, Eds. Springer London, 1999, pp. 113–134.
2. Fu M., Yu L., Li M., Xu Y., Wang Y.: Nonlinear extended state observer for path following control of underactuated marine surface vessel, 2015, pp. 453–458.
3. Bryne T. H., Fossen T. I., and Johansen T. A.: Nonlinear observer with time-varying gains for inertial navigation aided by satellite reference systems in dynamic positioning, 2014, pp. 1353–1360.
4. Rigatos G. G.: Sensor fusion-based dynamic positioning of ships using Extended Kalman and Particle Filtering, *Robotica*, vol. 31, no. 03, pp. 389–403, May 2013.

### ENHANCEMENT OF POSITIONING ESTIMATION OF VESSEL

An estimation of measured variables is very important in dynamic positioning systems of the vessels. There is required to a filtering of the signal environmental noise and the measurements noises to get high-precision estimate of the vessel's position. The dynamic positioning systems uses a different algorithms for estimating and filtering measured signals. More suitable algorithms of estimating and filtering, allows to obtain an accurate control of the vessel's position at sea, in seaports and near oil rigs. It improve safety level and decrease fuel consumption. That is the reason why many evaluations and investigations of estimation parameter. The goal of research, described in the paper is which of estimator is most suitable estimation of the vessel's position. In this paper used three estimator to compare which of this estimation give the better solution in different tasks in dynamic positioning system. To comparison filters in this paper used simulation where the vessel has been used to different tasks. Ship model simulates the signal from the GPS receiver with disturbances and provides information about the force generated by the propellers. These values was used to estimation position of vessel. Studies have shown that PF is a better estimator than NO by tracking the position of a time-varying but the opposite is true for estimating the position of the invariant over time.

**Keywords:** Nonlinear observer, Particle Filtering.