

## ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIARÓW POŁOŻENIA REALIZOWANYCH METODĄ WIZYJNĄ DLA ZASTOSOWAŃ ELEKTROTRAKCYJNYCH

Sławomir JUDEK<sup>1</sup>, Jacek SKIBICKI<sup>2</sup>

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki

1. tel.: 58 347 11 68 e-mail: slawomir.judek@pg.gda.pl

2. tel.: 58 347 29 71 e-mail: jacek.skibicki@pg.gda.pl

**Streszczenie:** Niepewność pomiarowa stanowi kluczowe zagadnienie podczas wykonywania pomiarów. Jest to zwłaszcza istotne w przypadku pomiarów realizowanych na potrzeby prac naukowych i badawczych. Wyznaczanie niepewności pomiaru podczas wykonywania badań z użyciem nowoczesnego sprzętu pomiarowego jest zagadnieniem szczególnie złożonym i często ze względu na tę złożoność pomijamy. W artykule przedstawiono analizę niepewności pomiaru położenia realizowanego przy użyciu metody wizyjnej z wykorzystaniem cyfrowej kamery 2D. Przedmiotem pomiaru jest obiekt fizyczny o wymiarach charakterystycznych w zastosowaniach elektrotrakcyjnych. Wykonana analiza pokazuje jaką precyzją może być uzyskiwana w trakcie pomiarów laboratoryjnych wykonywanych metodą optyczną oraz prezentuje i przedstawia jakie czynniki są znaczące z punktu widzenia uzyskania tej precyzji.

**Słowa kluczowe:** trakcja elektryczna, pomiary wizyjne, analiza niepewności pomiarowych.

### 1. WSTĘP

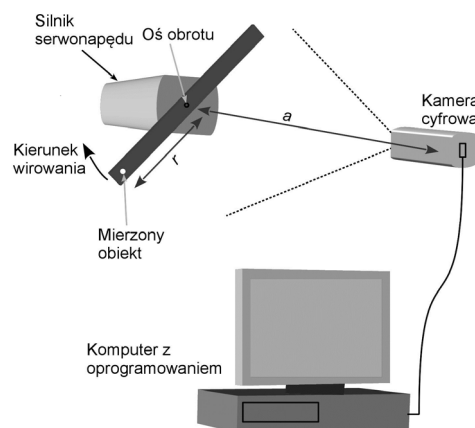
Metody wizyjne znajdują coraz szersze zastosowanie w technice pomiarowej. Trend ten nie omija również pomiarów wykonywanych w dziedzinie elektrotrakcji. Prowadzone są obecnie prace związane z diagnostyką sieci trakcyjnej i odbieraków prądu, w ramach których również korzysta się z wizyjnych metod pomiarowych [1-3]. W trakcie wykonywania pomiarów bardzo ważnym zagadnieniem jest ich rzetelność. Każdorazowo należy więc dokonywać analizy uzyskiwanych rozszerzonych niepewności pomiaru końcowego [4, 5]. W praktyce czynność ta jest niestety często pomijana, będąc uznawana za czasochłonną i niepotrzebną. Może to skutkować uzyskiwaniem wyników obarczonych nadmierną niepewnością, a więc tym samym niewiarygodnych. Bardzo częste, ale niewłaściwe, jest utożsamianie nowoczesnych przyrządów pomiarowych z wysoką dokładnością. Należy zdawać sobie sprawę, że użycie nowoczesnego systemu pomiarowego, nie daje pewności uzyskania wysokiej precyzji pomiaru.

W artykule przedstawiono rozważania dotyczące niepewności pomiaru położenia, wykonywanych przy wykorzystaniu cyfrowej kamery 2D. Proponowana technika należy do grupy bezkontaktowych metod pomiarowych o uniwersalnych możliwościach zastosowania. Sprawdzone jako niepewność pomiarowa jest możliwa do osiągnięcia w typowych warunkach laboratoryjnych oraz jakie czynniki są znaczące z punktu widzenia z jej zastosowania w pomiarach

parametrów urządzeń trakcji elektrycznej ze szczególnym uwzględnieniem diagnostyki sieci trakcyjnej [3].

### 2. PRZEDMIOT I WARUNKI POMIARU

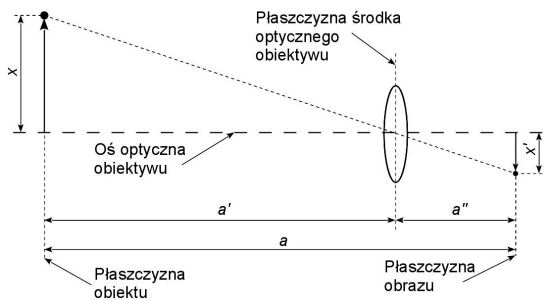
Przedmiotem pomiaru jest położenie obiektu o wymiarach jednego centymetra. Wymiar ten jest charakterystyczny w zakresie pomiaru i diagnostyki sieci trakcyjnej jezdnej. Typową sieć trakcyjną stanowią przewody jezdne i lina nośna o przekrojach zbliżonych do kołowych i średnicach rzędu kilkunastu milimetrów. W przypadku przewodów jezdnych wymiary zależne są od ich stopnia zużycia. Schemat poglądowy stanowiska pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat poglądowy stanowiska pomiarowego

Kamera obserwuje wirującą belkę z zamocowanym, w znanej odległości  $r$  od osi obrotu, kontrastowym elementem o średnicy 1 cm. Oś obrotu silnika pokrywa się z osią optyczną kamery, a obracająca się belka jest prostopadła do tej osi i umieszczona w odległości  $a$  od matrycy. Sygnał z kamery przesyłany jest do komputera, gdzie poddawany jest obróbce tak, by wyznaczać położenie środka obracającego się obiektu. Obserwowany na stanowisku ruch obrotowy nie jest tożsamy z typowym ruchem zestyku odbierak prądu-sieć trakcyjna. Wybrany ruch po okręgu daje większe możliwości w zakresie oceny niepewności pomiaru, ze względu na łatwość jego parametryzacji i możliwość potraktowania jako ruchu wzorcowego. Zależności geometryczne pomiędzy

rzeczywistym położeniem obiektu, a położeniem jego obrazu wyglądają tak, jak to przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat układu optycznego

Dla układu pokazanego na rysunku 2, bazując na podstawowych zależności wynikających z optyki geometrycznej, możliwe jest wyznaczenie położenia rzeczywistego obiektu  $x$  na podstawie położenia jego obrazu  $x'$  rejestrowanego na matrycy kamery:

$$x = x' \frac{a'}{a''}, \quad (1)$$

gdzie:  $x'$  – położenie obrazu obiektu w osi  $x$ , w płaszczyźnie obrazowej,  $a'$  – odległość pomiędzy płaszczyzną obiektu a płaszczyzną środka optycznego obiektywu,  $a''$  – odległość pomiędzy płaszczyzną środka optycznego obiektywu a płaszczyzną obrazu.

Skorzystanie z zależności (1) nie jest jednak możliwe, gdyż położenie płaszczyzny środka optycznego obiektywu kamery, będącego układem kilkusoczewkowym, nie jest znane, nie ma zatem możliwości pomiaru odległości  $a'$  i  $a''$ . Jedyną wielkością mierzalną jest odległość  $a$  pomiędzy płaszczyzną obiektu a płaszczyzną obrazu. Mając do dyspozycji tę wielkość oraz wartość ogniskowej obiektywu  $f$ , którą również można wyznaczyć, zależność na położenie obiektu mierzonego w osi  $x$  przyjmuje postać:

$$x = \begin{cases} \frac{x'(a-2 \cdot f) - \sqrt{x'^2 \cdot a \cdot (a-4 \cdot f)}}{2 \cdot f} & \text{dla } x' < 0 \\ 0 & \text{dla } x' = 0 \\ \frac{x'(a-2 \cdot f) + \sqrt{x'^2 \cdot a \cdot (a-4 \cdot f)}}{2 \cdot f} & \text{dla } x' > 0 \end{cases}, \quad (2)$$

gdzie:  $f$  – ogniskowa obiektywu.

Ponieważ kamera rejestruje obraz dwuwymiarowy, a w rozpatrywanym przypadku występuje symetria układu optycznego w obu osiach przestrzeni dwuwymiarowej, analogiczne do (1) i (2) zależności będą obowiązywały również w osi  $y$ . Ze względu praktycznego dalsze rozważania będą przedstawiały problem pomiaru wielkości tylko w osi  $x$ , przy świadomości, że dla osi  $y$  analiza wygląda identycznie.

### 3. NIEPEWNOŚĆ POMIARU

W rozpatrywanym układzie pomiarowym wynik pomiaru, zależy od trzech zmiennych, tj. współrzędnych obrazu w płaszczyźnie obrazowej  $x'$ , ogniskowej obiektywu  $f$  oraz odległości pomiędzy płaszczyzną przedmiotu i

płaszczyzną obrazu  $a$ . Dwie z tych wielkości wyznacza się jednokrotnie ( $a$  oraz  $f$ ) przed przystąpieniem do pomiarów, a trzecia z nich ( $x'$ ) zmienia się wraz ze zmianą położenia obrazu obiektu w płaszczyźnie obrazu. Niepewność standardowa wyniku będzie więc zależna od niepewności wyznaczenia w/w zmiennych i dana zależnością [5]:

$$u(x) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)^2 \cdot u(a)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial f}\right)^2 \cdot u(f)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)^2 \cdot u(x')^2} \quad (3)$$

### 3.1. Niepewności pomiarów cząstkowych

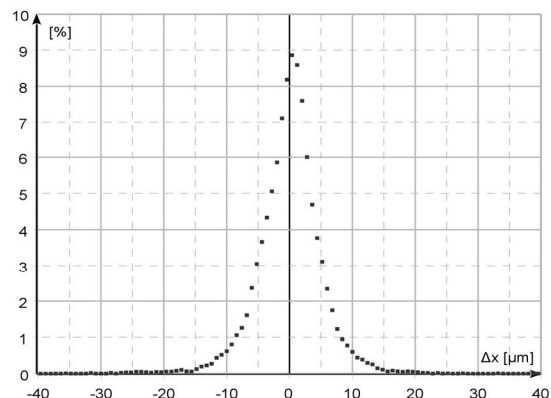
Badania wykonywano w warunkach laboratoryjnych przy użyciu typowego sprzętu pomiarowego. Pozwoliło to na oddanie przeciętnych warunków przeprowadzania tego typu czynności w praktyce badań naukowych, podczas których nie korzysta się z przyrządów referencyjnych i wzorców pomiarowych [5].

#### Niepewność pomiaru odległości pomiędzy płaszczyzną obiektu i obrazu

Odległość pomiędzy płaszczyzną obiektu i obrazu zmierzono przy wykorzystaniu przymiaru pierwszej klasy dokładności. Uzyskano wynik  $a = 1654,50$  mm, z niepewnością standardową  $u(a) = \pm 0,18$  mm.

#### Niepewność pomiaru położenia obrazu obiektu na matrycy kamery

Wyznaczenie niepewności dla pomiaru położenia plamki świetlnej na matrycy kamery jest procesem złożonym. Użyta na stanowisku, kamera dysponuje czujnikiem o rozdzielczości 2046x2046 px o całkowitym wymiarze 11,26x11,26 mm, a wielkość pojedynczego piksela równa jest 5,5x5,5  $\mu$ m. Producent nie określa niepewności wyznaczenia tych wielkości. Z braku danych przyjęto, że wymiar matrycy określono z niepewnością wzorcowania leżącą na poziomie ostatniej cyfry znaczącej wyniku czyli  $\pm 0,01$  mm. Przy takich założeniach niepewność standardowa wymiaru piksela wynosi  $\pm 0,0029$   $\mu$ m.



Rys. 3. Histogram rozrzutu wyników dla 30 tysięcy pomiarów

Dodatkowym źródłem niepewności występującym w tym przypadku są procesy losowe jakie zachodzą w trakcie pomiaru, wywołane np. ruchem powietrza, drganiami podłoża, zmianami oświetlenia itp. Czynniki te sprawiają, że przy nieruchomym stanowisku, wyniki kolejnych pomiarów różnią się od siebie. Przykładowy histogram rozrzutu wyników dla 30 tysięcy pomiarów pokazano na rysunku 3.

Odchylenie standardowe wynosi w tym przypadku 5  $\mu$ m. Przyjęcie współczynnika rozszerzenia równego dwa

(oznacza to, że  $u(x') = 10 \mu\text{m}$ ) gwarantuje, iż 95,45% wyników mieści się w założonym przedziale niepewności. (niepewność wyznaczenia wymiarów pojedynczego piksela pominięto, gdyż jest o cztery rzędy wielkości mniejsza).

### Niepewność pomiaru ogniskowej obiektywu

Producenci obiektywów podają wartości ogniskowych zaokrąglone do pełnych lub do dziesiątych części milimetra bez informacji o niepewności. Dodatkowo należy pamiętać o konieczności uwzględnienia efektu pływania ogniskowej, polegającego na nieznacznej zmianie jej wartości w zależności od odległości nastawienia ostrości. Chcąc zatem prawidłowo określić skalę odwzorowania konieczne jest każdorazowe wyznaczenie ogniskowej obiektywu.

Pomiaru ogniskowej dokonuje się w układzie identycznym jak pokazano na rys. 2, korzystając ze wzoru:

$$f = \frac{a}{2 + \frac{x'}{x} + \frac{x}{x'}} \quad (4)$$

Podczas pomiaru odległość  $a$  powinna być taka sama jak przy pomiarach właściwych. Korzystając z przymiaru pierwszej klasy dokładności, suwmiarki noniuszowej o niepewności wzorcowania równej 0,05 mm oraz mierząc wymiar obrazu obiektu używając bezpośrednio kamery z niepewnością odczytu równą wymiarom piksela ( $5,5 \mu\text{m}$ ) uzyskano wartość ogniskowej  $f = 37,546 \text{ mm}$  z niepewnością standardową  $u(f) = 0,013 \text{ mm}$  (deklarowana przez producenta ogniskowa użytego obiektywu typu Mir-1b równa jest 37,4 mm). Niepewność wyznaczenia wartości ogniskowej uzyskano, korzystając z prawa propagacji niepewności, na podstawie niepewności standardowych pomiarów cząstkowych wynoszących odpowiednio: wymiar przedmiotu  $x = 400,500 \pm 0,029 \text{ mm}$ ; wymiar obrazu przedmiotu  $x' = 9,5263 \pm 0,0032 \text{ mm}$ ; odległość pomiędzy płaszczyznami przedmiotu i obrazu  $a = 1654,50 \pm 0,18 \text{ mm}$ .

### 3.2. Współczynniki wrażliwości

Pochodne cząstkowe widoczne w zależności (3), nazywane inaczej współczynnikami wrażliwości pokazują w jakim stopniu niepewność wyznaczenia danej wielkości cząstkowej przekłada się na końcową niepewność wyniku pomiaru [5]. W rozpatrywanym przypadku, współczynniki wrażliwości przedstawione są zależnościami:

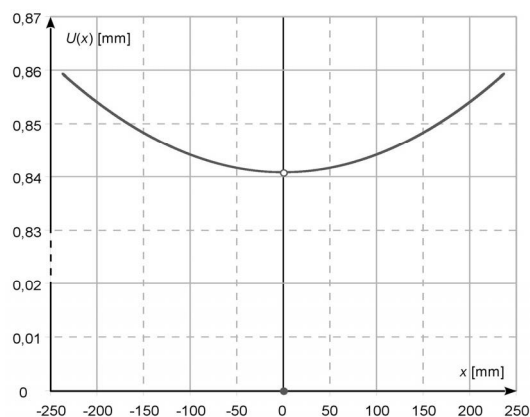
$$\frac{\partial x}{\partial x'} = \begin{cases} \frac{a}{2 \cdot f} - 1 - \frac{x' \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}{2 \cdot f \cdot \sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} & \text{dla } x' < 0 \\ 0 & \text{dla } x' = 0 \\ \frac{a}{2 \cdot f} - 1 + \frac{x' \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}{2 \cdot f \cdot \sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} & \text{dla } x' > 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot f} \left( x' \frac{x'^2 \cdot (a - 2 \cdot f)}{\sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} \right) & \text{dla } x' < 0 \\ 0 & \text{dla } x' = 0 \\ \frac{1}{2 \cdot f} \left( x' + \frac{x'^2 \cdot (a - 2 \cdot f)}{\sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} \right) & \text{dla } x' > 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\frac{\partial x}{\partial f} = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot f^2} \left( \begin{matrix} -2 \cdot x' + \frac{2 \cdot a \cdot x'^2}{\sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} \\ - \left( x' \cdot (a - 2 \cdot f) - \sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)} \right) \cdot f + \end{matrix} \right) & \text{dla } x' < 0 \\ 0 & \text{dla } x' = 0 \\ \frac{1}{2 \cdot f^2} \left( \begin{matrix} -2 \cdot x' - \frac{2 \cdot a \cdot x'^2}{\sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)}} \\ - \left( x' \cdot (a - 2 \cdot f) + \sqrt{x'^2 \cdot (a^2 - 4 \cdot f \cdot a)} \right) \cdot f + \end{matrix} \right) & \text{dla } x' > 0 \end{cases} \quad (7)$$

Współczynnik wrażliwości związany ze zmienną  $x'$  przyjmuje stałą wartość równą  $\partial x / \partial x' = 42,04$ . Jedynie dla  $x' = 0$  występuje punkt nieciągłości i pochodna przyjmuje wartość zerową. Pozostałe współczynniki to zależności liniowe zmieniające się, w badanym zakresie pomiarowym, od -0,15 do 0,15 ( $\partial x / \partial a$ ) oraz od 6,61 do -6,61 ( $\partial x / \partial f$ ).

Ponieważ jeden ze współczynników wrażliwości jest funkcją nieciągłą w punkcie  $x' = 0$ , taki też charakter będzie miała zależność niepewności rozszerzonej pomiaru końcowego w funkcji wielkości mierzonej, która dla zakresu pomiarowego wynoszącego od -235 do +235 mm, pokazana została na rys. 4.



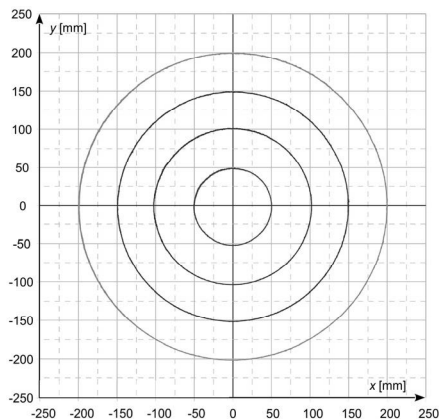
Rys. 4. Niepewność rozszerzona pomiaru końcowego w osi  $x$

Dla zakresu pomiarowego odpowiadającego warunkom laboratoryjnym wartość niepewności rozszerzonej zmienia się pomiędzy 0,84 a 0,86 mm, za wyjątkiem punktu nieciągłości dla wartości zerowej wielkości mierzonej.

### 4. WYNIKI POMIARÓW

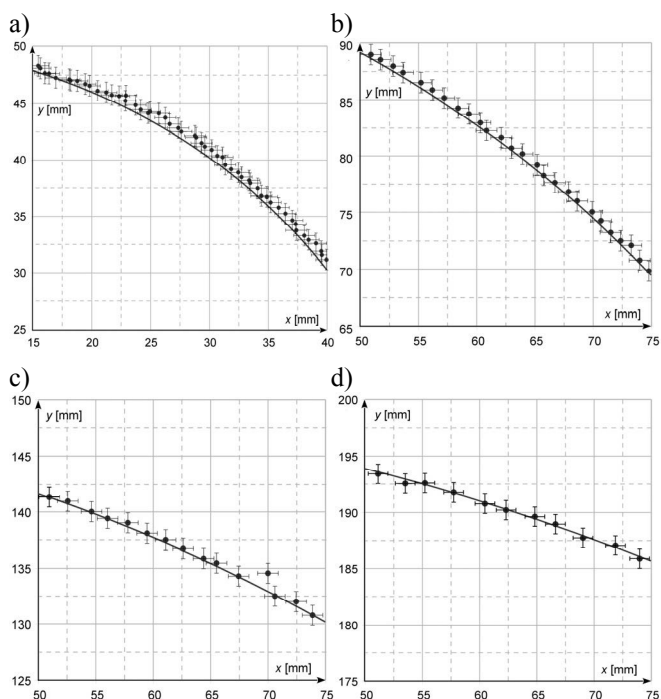
Wykonano pomiary dla czterech odległości wirującego obiektu od osi obrotu, wynoszących odpowiednio:  $r_1 = 50,150$ ;  $r_2 = 102,200$ ;  $r_3 = 150,250$ ;  $r_4 = 200,250 \text{ mm}$  (niepewność rozszerzona dla wszystkich pomiarów wynosi  $U(r) = \pm 0,058 \text{ mm}$ ).

Dla każdego promienia zaobserwowano minimum trzynastie pełnych obrotów (7000 próbek). Zbiorcze wyniki pomiaru pokazano na rys. 5. Można zauważyć występujące drobne niecentryczności uzyskanych okręgów. Wynikają one z faktu nieidealnego pozycjonowania stanowiska pomiarowego polegającego na tym, że oś obrotu silnika nie pokrywała się dokładnie z osią optyczną obiektywu. Konieczne jest więc ustalenie poprawek jakie należy wprowadzić aby zależność (2), wyprowadzona przy założeniu pokrycia się osi obrotu i obiektywu, była prawdziwa.



Rys. 5. Wyniki pomiarów uzyskane na stanowisku pomiarowym

Wartości koniecznych poprawek wyznaczono korzystając z metody najmniejszych kwadratów metodą minimalizacji normy RSS (ang. residual sum of squares), tj. sumy kwadratów residuów szacowanego modelu (wyniki dla poszczególnych wartości  $r$  zestawiono w tabl. 1) [6].



Rys. 6. Ostateczne wyniki pomiarów z zaznaczonymi niepewnościami pomiarowymi, gdzie a); b); c), d) wyniki odpowiednio dla  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  i  $r_4$

Tablica 1. Wartości wyznaczonych poprawek

Promień	Poprawka w osi	
	x [mm]	y [mm]
$r_1$	-0,027	-1,808
$r_2$	0,193	-1,595
$r_3$	0,162	-1,341
$r_4$	-0,020	-1,103

Przykładowe wyniki (fragmenty) po wprowadzeniu poprawek, wraz z zaznaczonymi niepewnościami rozszerzonymi pokazano na rys. 6. Można zauważyć, że poza nielicznymi wyjątkami wszystkie pomiary odpowiadają wartości położenia wzorcowego w zakresie wyznaczonej niepewności pomiarowej.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W artykule wykazano, że korzystając z wizyjnych metod pomiarowych do określania położenia obiektu o wymiarach rzędu 1 cm można uzyskać wyniki obarczone niepewnością rozszerzoną mniejszą od 1 mm. Taka wartość jest akceptowalna w trakcie badań parametrów sieci trakcyjnej, jako że korzystając z tradycyjnych metod pomiarowych poziom uzyskiwanej niepewności jest wyższy.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Judek S., Jarzebowicz L.: Wavelet transform-based approach to defect identification in railway carbon contact strips, *Elektr. ir Elektrotechnika*, vol. 21, no. 6, Dec. 2015, pp 29-33.
2. Jarzebowicz L., Judek S.: Monitoring i diagnostyka nakładek stykowych kolejowych odbieraków prądu z wykorzystaniem systemu wizyjnego 3D, *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 8/2013, s. 308-312.
3. Skibicki J.: The new version of contact-less method for localisation of catenary contact wire – theoretical assumption, *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 7/2013, s. 100-104.
4. Praca zbiorowa: Wyrażanie niepewności pomiaru – przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
5. Skubis T.: Opracowanie wyników pomiarów. Przykłady. Wyd. Pol. Śl., Gliwice 2003.
6. Shakarji C.M.: Least-squares fitting algorithms of the NIST algorithm testing system, *J Res Natl Inst Stand Technol*, 103 (1998), pp. 633–641.

## ANALYSIS OF MEASUREMENT UNCERTAINTY OF POSITION MEASURING PERFORMED BY VISION METHOD FOR ELECTRIC TRACTION APPLICATION

Measurement uncertainty is a main problem during measurements. This is particularly important for measurements making for scientific and research purposes. Determination of measurement uncertainties during researching with using a modern measurement equipment is an problem particularly complex and often, due to this complexity, skipped. The article presents an analysis of the measurement uncertainty for position measuring by using a visual methods based on 2D image camera. The object of measurement is a physical object with dimensions characteristic for electric traction applications. The analysis shows what precision level can be achieved during laboratory measurements, performed by an optical method and also presents and illustrates what factors are significant for achieving this level of measurement precision.

**Keywords:** electric traction, vision technique measurement, analysis of measurement uncertainty.