

## **Analiza wyrównoważenia silników rzędowych dwusuwowych czterocylindeowych**

**RYSZARD MOSAKOWSKI**

Politechnika Gdańska  
Katedra Silników Spalinowych i Sprężarek

W pracy wyprowadzono proste zależności opisujące przebieg momentu od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu dla wszystkich wariantów wałów korbowych w silniku czterocylindeowym dwusuwowym rzędowym. Dokonano analizy i porównania poszczególnych wariantów z punktu widzenia momentów wypadkowych od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu. Porównania dokonano dla dwóch wartości parametru mechanizmu korbowego  $\lambda = 0,3$  i  $0,5$ . Wyniki porównania wskazują, że dla  $\lambda = 0,5$  wszystkie konfiguracje wału korbowego, zwłaszcza konfigurację 1-3-2-4 i 1-2-4-3 można traktować jako równoważne.

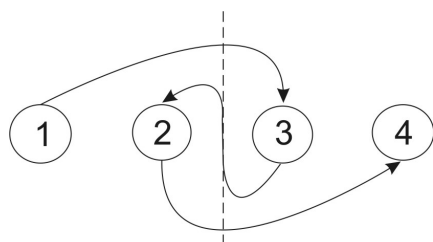
### **1. Cel pracy**

W silnikach wielocylindeowych rzędowych dwusuwowych, a także czterosuwowych o nieparzystej liczbie cylindrów, za wyjątkiem silników dwucylindrów, siły bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym wzajemnie się równoważą. W silnikach dwucylindrów nie równoważą się siły bezwładności drugiego rzędu. Inaczej jest z momentem wypadkowym od sił bezwładności, który niezależnie od rozwiązania konstrukcyjnego jest zawsze wektorem niezerowym.

Usytuowanie wykorbień wzdłuż wału korbowego silnika spalinowego może być różne i wpływa na wielkość wypadkowego wektora momentu od sił bezwładności. Liczbę takich wariantów wału korbowego (konfiguracji) stanowi liczba permutacji bez powtórzeń z  $i-1$  liczb po  $i-1$  w każdej z nich i można ją obliczyć z następującej zależności:

$$P_i = \frac{1}{2}(i-1)! \quad (1)$$

Do określenia najlepszej konfiguracji wału korbowego silników dwusuwowych, a także czterosuwowych o nieparzystej liczbie cylindrów, a tym samym ustalenia również kolejności zapłonu (konfiguracja wału korbowego jednoznacznie określa kolejność zapłonu i na odwrót), stosuje się prosty schemat graficzny przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat wyboru optymalnej konfiguracji wału korbowego.  
Fig. 1. Determination of the optimum arrangement of cranks in the crankshaft.

Przy pomocy tego schematu, spośród wszystkich teoretycznie możliwych konfiguracji wału wybiera się tę, dla której wektory wypadkowe momentów zarówno od sił bezwładności pierwszego rzędu, jak i sił bezwładności w ruchu obrotowym, mają najmniejszy moduł, pomijając całkowicie wypadkowy moment od sił bezwładności drugiego rzędu. Te warunki dla silnika czterocyldrowego dwusuwowego, jak wynika z rysunku 1, spełnia wał korbowy o konfiguracji 1-3-2-4. Takie podejście jest słuszne dla mechanizmów korbowych, których parametr  $\lambda$  nie przekracza pewnej wartości, zależnej od liczby cylindrów. Tymczasem od ponad 20 lat są stosowane w okrętownictwie tzw. silniki spalinowe „długoskokowe” o wartości  $\lambda$  bliskiej 0,5. Pojawia się więc pytanie, czy ww. metoda doboru optymalnej konfiguracji wału korbowego jest słuszna także dla mechanizmów korbowych o dużych wartościach  $\lambda$ , a jeśli tak, to jaka jest graniczna wartość  $\lambda$ , powyżej której metoda ta traci swoją ważność.

## 2. Warianty konfiguracji wału korbowego silnika czterocyldrowego

W silniku czterocyldrowym dwusuwowym obydwa wektory, zarówno wektor wypadkowy sił bezwładności w ruchu obrotowym, jak i postępowo-zwrotnym są wektorami zerowymi. Pozostają natomiast niewyrównoważone wektory momentów od tych sił. Maksymalna wartość wektora wypadkowego momentu od sił bezwładności zależy od konfiguracji wału korbowego. Liczba możliwych konfiguracji wału korbowego w analizowanym silniku, zgodnie z zależnością (1), wynosi 3. Konfiguracjom tym odpowiadają następujące trzy kolejności zapłonu:

1. 1 – 2 – 3 – 4,
  2. 1 – 2 – 4 – 3,
  3. 1 – 3 – 2 – 4.
- (2)

Kąt pomiędzy zapłonami kolejno pracujących cylindrów w silnikach dwusuwowych, a w związku z tym także kąt pomiędzy wykorbieniami, wyznacza się na podstawie następującej zależności:

$$\delta_{2-S} = \frac{360^{\circ}}{i} \text{ - dla silników 2-S,} \quad (3)$$

natomiast pomiędzy zapłonami silników czterosuwowych:

$$\delta_{4-S} = \frac{720^0}{i} \text{ - dla silników 4-S.} \quad (4)$$

Posługując się metodą wektorów fikcyjnych, przedstawioną na przykładzie silnika trzycylindrowego w [3], można w prosty sposób wyprowadzić zależności na sumy momentów od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego. Zgodnie z zasadami tej metody wektory fikcyjne  $\mathbf{W}'$  dla sił bezwładności pierwszego rzędu  $\mathbf{P}'_b$  mają stałą długość równą amplitudzie tych sił, są przyłączone do osi obrotu wału korbowego i wirują z taką samą jak wał prędkością kątową. Wobec tego tzw. „gwiazda” wektorów  $\mathbf{W}'$  pokrywa się z „gwiazdą” promieni korb. Podobnie wektory fikcyjne  $\mathbf{W}''$  dla sił bezwładności drugiego rzędu  $\mathbf{P}''_b$  mają moduł równy amplitudzie tych sił, ale wirują z prędkością kątową  $2\omega$ , czyli dwa razy większą niż prędkość kąтова wału korbowego, i dlatego „gwiazda” tych wektorów jest inna niż „gwiazda” promieni korb. Wektory momentu sił fikcyjnych zostały zdefiniowane jako iloczyn wektorowy wektora siły i wektora odległości.

Z zasad mechaniki technicznej wynika, że jeżeli suma wektorów fikcyjnych działających na dane ciało sztywne jest wektorem zerowym, to wartość wypadkowego wektora momentu od tych sił nie zależy od punktu odniesienia. Dla celów niniejszej pracy jako punkt odniesienia przyjęto punkt przecięcia się osi pierwszego cylindra z osią obrotu wału korbowego oraz jednakową odległość pomiędzy osiami cylindrów. Wobec tego moduły wektorów momentów od poszczególnych wektorów fikcyjnych sił bezwładności pierwszego rzędu można przedstawić poniższą zależnością:

$$|\mathbf{M}'_{wj}| = (j-1)m_p R \omega^2 a, \quad (5)$$

a dla momentów od wektorów fikcyjnych drugiego rzędu:

$$|\mathbf{M}''_{wj}| = (j-1)m_p R \omega^2 \lambda a, \quad (6)$$

gdzie:

- $j$  – numer cylindra,
- $\omega$  – prędkość kąтова wału korbowego,
- $m_p$  – masa w ruchu postępowo-zwrotnym,
- $R$  – promień wykorbienia,
- $a$  – odległość pomiędzy osiami cylindrów,
- $\lambda$  – parametr mechanizmu korbowego.

Nietrudno zauważyć, na podstawie zależności (5) i (6), że długości wektorów momentów od sił fikcyjnych zarówno pierwszego, jak i drugiego rzędu dla kolejnych cylindrów 2, 3 i 4, mają się do siebie jak 1:2:3. Momenty od wektorów fikcyjnych sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu pierwszego cylindra, ze względu na usytuowanie punktu odniesienia na osi tego cylindra, są równe zeru.



Ogólna zależność na sumę momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu w funkcji kąta obrotu wału korbowego, dla wszystkich silników dwusuwowych, a także czterosuwowych o nieparzystej liczbie cylindrów, ma postać:

$$\sum_1^i M'_{bj} = \Psi' m_p R \omega^2 a \cos[\alpha \pm \varphi'], \quad (7)$$

gdzie:

- $i$  – liczba cylindrów,
- $\alpha$  – kąt obrotu wału korbowego,
- $\varphi'$  – kąt pomiędzy wektorem wypadkowym a osią prostopadłą do płaszczyzny przechodzącej przez osie cylindrów,
- $\Psi'$  – współczynnik amplitudy wypadkowego wektora momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu.

Podobną postać jak dla momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu ma zależność na sumę momentów od sił bezwładności drugiego rzędu:

$$\sum_1^8 M''_{bj} = \Psi'' m_p R \omega^2 \lambda a \cos\left(\alpha \pm \frac{\varphi''}{2}\right), \quad (8)$$

przy czym symbole  $\Psi''$  i  $\varphi''$  oznaczają odpowiednio współczynnik amplitudy momentu i kąt pomiędzy wektorem wypadkowym momentu od wektorów fikcyjnych sił bezwładności drugiego rzędu a osią prostopadłą do płaszczyzny przechodzącej przez osie poszczególnych cylindrów.

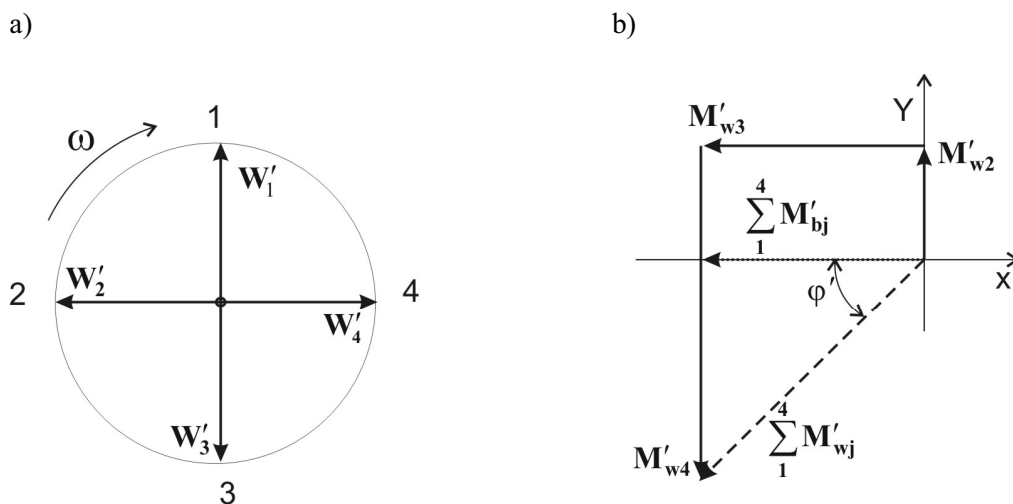
Jak wynika z zależności ogólnych (7) i (8), w celu wyznaczenia przebiegu momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla danego silnika niezbędne jest wyznaczenie par parametrów  $\varphi'$  i  $\Psi'$  oraz  $\varphi''$  i  $\Psi''$ .

### 3. Momenty od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w silniku dwusuwowym czterocylindrowym

#### 3.1. Konfiguracja wału korbowego 1 – 2 – 3 – 4

W celu określenia wielkości  $\varphi'$  i  $\Psi'$  na rysunku 2 przedstawiono „gwiazdę” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności pierwszego rzędu mechanizmu korbowego o konfiguracji wału 1-2-3-4 oraz wielobok wektorów momentów od wektorów tych sił. Symbole cyfrowe od 1 do 4 oznaczają usytuowanie wykorbień na wale korbowym, czyli tzw. „gwiazdę” promieni korb.





Rys. 2. „Gwiazda” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności pierwszego rzędu oraz wielobok wektorów momentów od tych sił dla konfiguracji wału korbowego 1-2-3-4: a) „gwiazda” wektorów fikcyjnych pierwszego rzędu, b) wielobok wektorów fikcyjnych momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu.  
 Fig. 2. A „star” of the fictitious first order inertia forces and a polygon of their moments for the crankshaft mechanism with 1-2-3-4 arrangement of cranks: a) the “star” of fictitious vectors of the first order inertia forces, b) polygon of the fictitious vectors of moments of the first order inertia forces.

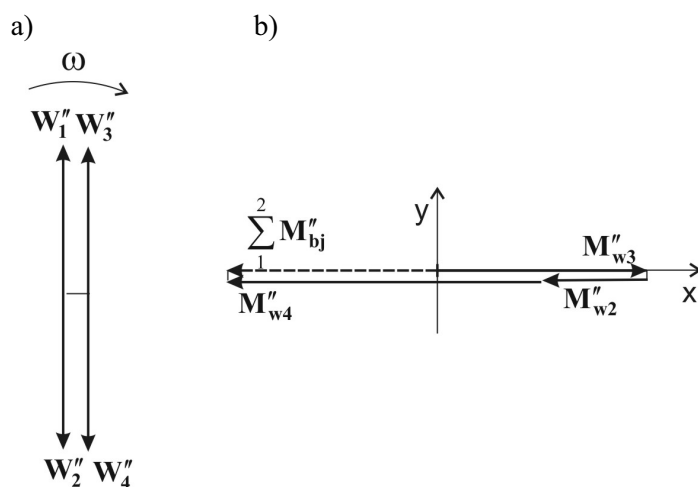
Jak wynika z rysunku 2, przyporządkowując wektorom momentu od sił fikcyjnych poszczególnych cylindrów długości odpowiadające liczbom  $j-1$ , można bardzo łatwo, na podstawie zależności geometrycznych wieloboku momentów, wyznaczyć współczynnik amplitudy  $\Psi'$ , który jest równy długości rysunkowej wypadkowego wektora momentu od wektorów fikcyjnych  $\mathbf{W}'_j$ . Równie łatwo można wyznaczyć także kąt  $\varphi'$ , jaki tworzy wektor wypadkowy momentu z kierunkiem prostopadłym do płaszczyzny przechodzącej przez osie poszczególnych cylindrów. Oś ta pokrywa się z osią  $x$  układu współrzędnych przy założeniu, że śladem płaszczyzny przechodzącej przez osie poszczególnych cylindrów jest oś  $y$ . Wyznaczone w ten sposób wartości poszukiwanych parametrów wynoszą:  $\Psi' = -2\sqrt{2}$  i  $\varphi' = 45^\circ$ . Ujemna wartość współczynnika amplitudy  $\Psi'$  wynika stąd, że rzut wektora momentu wypadkowego na oś  $x$  jest zgodny z jej kierunkiem ujemnym. Znak przy kącie  $\varphi'$  jest zawsze przeciwny do znaku kąta  $\alpha = \varphi'$ , o który należy obrócić wał korbowy, aby kierunek wektora wypadkowego momentów wektorów fikcyjnych pokrył się z kierunkiem osi  $x$ . Jest to położenie wału korbowego, przy którym wartość sumy momentów danego rodzaju sił bezwładności osiąga maksimum. Stąd łączna wartość kąta przy funkcji  $\cos$  w tym położeniu wału musi być równa zero.

Podstawiając wyznaczone wartości parametrów  $\Psi'$  i  $\varphi'$  do zależności (7) otrzymamy następujący wzór na moment od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym w funkcji kąta obrotu wału korbowego:

$$\sum_1^4 M'_j = -2\sqrt{2}m_p R \omega^2 a \cos(\alpha - 45^\circ). \quad (9)$$

Nietrudno zauważyć, że w celu zniesienia 50% maksymalnej wartości momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu należy umieścić parę przeciwnas w płaszczyźnie przechodzącej przez oś obrotu wału i wyprzedzającej wykorbienie pierwszego cylindra o kąt  $45^\circ$ .

W podobny sposób można wyznaczyć wyrażenie na moment od sił bezwładności drugiego rzędu. W tym celu na rysunku 3 przedstawiono gwiazdę wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności drugiego rzędu oraz wielobok wektorów momentów.



Rys. 3. „Gwiazda” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności drugiego rzędu oraz wielobok momentów od tych sił dla konfiguracji wału korbowego 1-2-3-4: a) „gwiazda” wektorów fikcyjnych drugiego rzędu, b) wielobok momentów od wektorów fikcyjnych sił bezwładności drugiego rzędu.

Fig. 3. A „star” of fictitious vectors of the second order inertia forces and a polygon of vectors of their moments in the crankshaft gear with 1-2-3-4 arrangement of the cranks: a) the “star” of the fictitious vectors of the second order inertia forces, b) the polygon of the fictitious vectors of moments of the second order inertia forces.

Z zależności geometrycznych przedstawionych na rysunku 3b wynika, że  $\Psi'' = -2$ , a  $\varphi'' = 0$ . Po podstawieniu tych wartości do zależności (8) otrzymamy ostateczną postać równania na sumę momentów od sił bezwładności drugiego rzędu:

$$\sum_1^4 M''_{bj} = -2m_p R \omega^2 \lambda a \cos 2\alpha . \tag{10}$$

Zasada ustalania znaku kąta  $\varphi''$  jest podobna jak  $\varphi'$ . Pamiętać jednak należy, że wektor wypadkowego momentu drugiego rzędu wiruje z prędkością kątową  $2\omega$ , co powoduje, że obrotowi wału korbowego o kąt  $\alpha$  odpowiada obrót wypadkowego momentu o kąt  $\varphi'' = 2\alpha$ .

Zależność na sumę momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym (od sił pierwszego i drugiego rzędu) można przedstawić w następującej postaci:

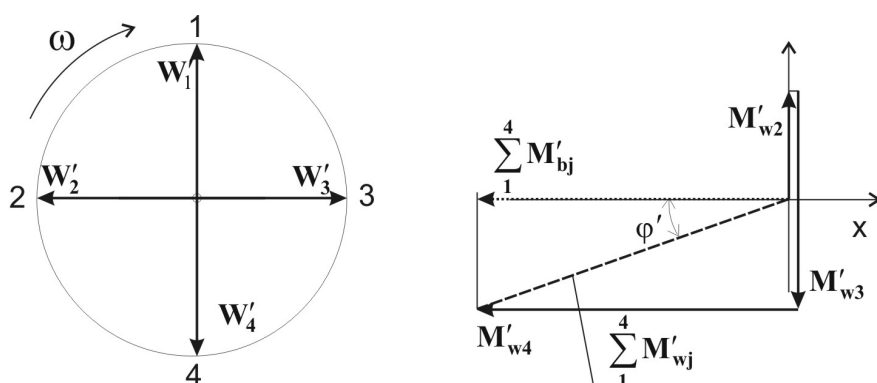
$$\sum_1^4 M_{bj} = -2m_p R \omega^2 a [\sqrt{2} \cos(\alpha - 45^\circ) + 2\lambda \cos 2\alpha] . \tag{11}$$

Wartość maksymalna momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym, dla  $\lambda = 0,5$ , wyznaczona na podstawie zależności (11), wynosi:

$$\left( \sum_1^4 M_j \right)_{\max} = 3,330 m_p R \omega^2 a . \tag{12}$$

**1.2. Konfiguracja wału korbowego 1-2-4-3**

„Gwiazdy” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu oraz odpowiadające im wieloboki momentów przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Gwiazda wektorów fikcyjnych sił bezwładności pierwszego rzędu i wielobok momentów w mechanizmie korbowym o konfiguracji wału 1–2–4–3.

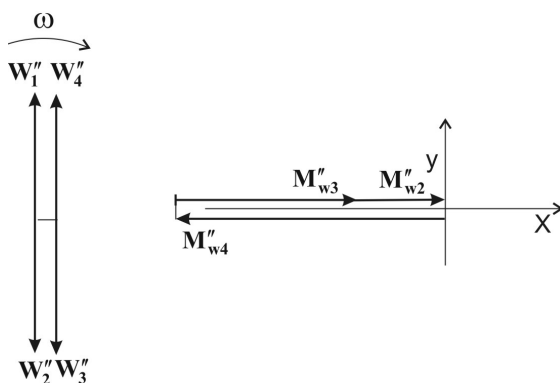
Fig. 4. A “star” of fictitious vectors of the first order inertia forces and a polygon of vectors of moments in the crankshaft gear with 1-2-4-3 arrangement of cranks.

Korzystając z zależności geometrycznych na rysunku 4 otrzymuje się  $\Psi' = 10\sqrt{2}$  oraz  $\varphi'' = 18^{\circ}26'$ . Podstawiając te wartości do wyrażenia (8) zależność na sumę momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu w ruchu postępowo-zwrotnym, dla wału korbowego o konfiguracji 1-2-4-3, można przedstawić w następującej postaci:

$$\left| \sum_1^4 M_j' \right| = -\sqrt{10} m_p R \omega^2 \cos\left(\alpha - \arctg \frac{1}{3}\right); \quad \varphi' = \arctg \frac{1}{3} = 18^{\circ}26' . \quad (14)$$

Najkorzystniejszym miejscem dla umieszczenia przeciwmasy, w celu zmniejszenia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu, jest płaszczyzna opóźniająca się w stosunku do wykorbienia pierwszego cylindra o kąt  $18^{\circ}26'$ .

Na rysunku 5. przedstawiono „gwiazdę” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności drugiego rzędu oraz odpowiadające im wieloboki momentów. Nietrudno zauważyć, że w tym wariantcie konfiguracji wału korbowego suma momentów od sił bezwładności drugiego rzędu wynosi zero, ponieważ wektor wypadkowy momentu od wektorów fikcyjnych  $\sum_1^4 \mathbf{M}_{wj}'$  na rysunku 4 jest wektorem zerowym.



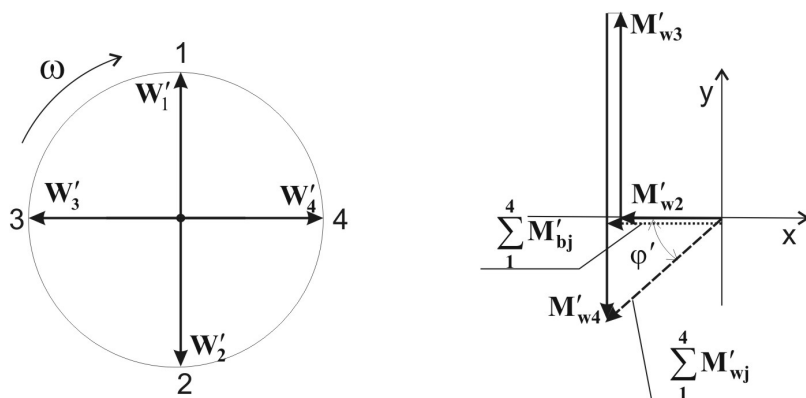
Rys. 5. „Gwiazda” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności drugiego rzędu i wielobok momentów od tych wektorów dla mechanizmu korbowego o konfiguracji wału 1-2-4-3.

Fig. 5. A “star” of fictitious vectors of the second order inertia forces and a polygon of vectors of moments in the crankshaft gear with 1-2-4-3 arrangement of cranks.



1.3. Konfiguracja wału korbowego 1-3-2-4

„Gwiazdę” wektorów fikcyjnych sił bezwładności pierwszego rzędu oraz wielobok momentów od tych sił przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Gwiazda wektorów fikcyjnych sił bezwładności pierwszego rzędu i wielobok wektorów momentów od tych sił w mechanizmie korbowym z wałem o konfiguracji 1-3-2-4.

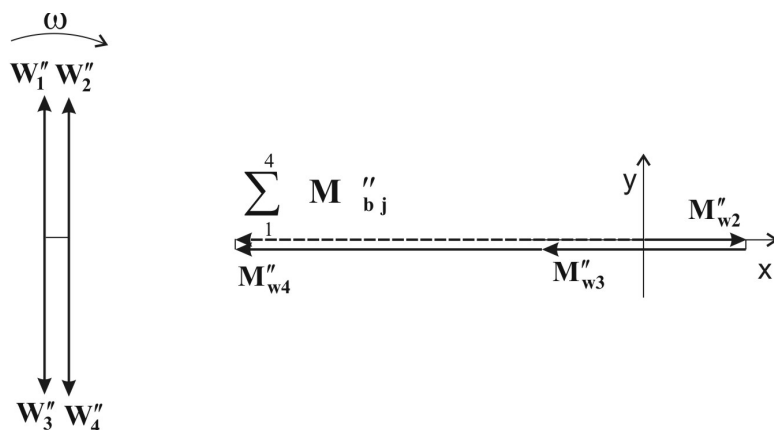
Fig.6. A “star” of fictitious vectors of the first order inertia forces and a polygon of vectors of moments in the crankshaft gear with 1-3-2-4 arrangement of cranks.

Jak wynika z wieloboku momentów fikcyjnych na rysunku 6 współczynnik amplitudy  $\Psi' = -\sqrt{2}$  i kąt  $\phi' = 45^0$ . Po uwzględnieniu tych wartości w zależności (7) wyrażenie na wypadkowy moment od sił bezwładności pierwszego rzędu przyjmie postać jak niżej:

$$\sum_1^4 M'_j = -\sqrt{2}m_p R \omega^2 a \cos(\alpha - 45^0) . \tag{15}$$

Tak jak w pierwszym wariantcie konfiguracji wału korbowego, również w tym przypadku najkorzystniejszą płaszczyzną usytuowania przeciwmasy dla zmniejszenia momentu od sił bezwładności pierwszego rzędu jest płaszczyzna tworząca z wykorbieniem pierwszego cylindra kąt  $45^0$  w kierunku przeciwnym do obrotu wału.

„Gwiazdę” wektorów fikcyjnych dla sił bezwładności drugiego rzędu i wielobok momentów od tych sił fikcyjnych przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Układ wektorów fikcyjnych drugiego rzędu i wielobok wektorów momentów od tych sił dla wału korbowego o konfiguracji 1-3-2-4.

Fig. 7. A “star” of fictitious vectors of the second order inertia forces and a polygon of vectors of their moments in the engine with 1-3-2-4 arrangement of cranks.

Tak jak poprzednio, zależności geometryczne w wieloboku wektorów momentów na rysunku 7 umożliwiają szybkie wyznaczenie wartości współczynnika amplitudy wektora momentu i kąta pomiędzy wektorem wypadkowym momentu od fikcyjnych sił bezwładności drugiego rzędu a osią prostopadłą do płaszczyzny przechodzącej przez osie cylindrów, które wynoszą:  $\Psi'' = -4$ ,  $\varphi'' = 0^0$ . W rezultacie zależność na moment wypadkowy od sił bezwładności drugiego rzędu przybierze ostateczną postać jak niżej:

$$\sum_1^4 M_j'' = -4m_p R \omega^2 \lambda a \cos 2\alpha . \quad (16)$$

Zależność na całkowity moment wypadkowy od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym stanowiącą sumę wyrażeń (15) i (16) można przedstawić jak niżej:

$$\sum_1^4 M_j = -m_p R \omega^2 a [\sqrt{2} \cos(\alpha - 45^0) + 4\lambda \cos 2\alpha] . \quad (17)$$

Maksymalna wartość bezwzględna momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym, wyznaczona na podstawie zależności (17), dla  $\lambda = 0,5$ , wynosi:

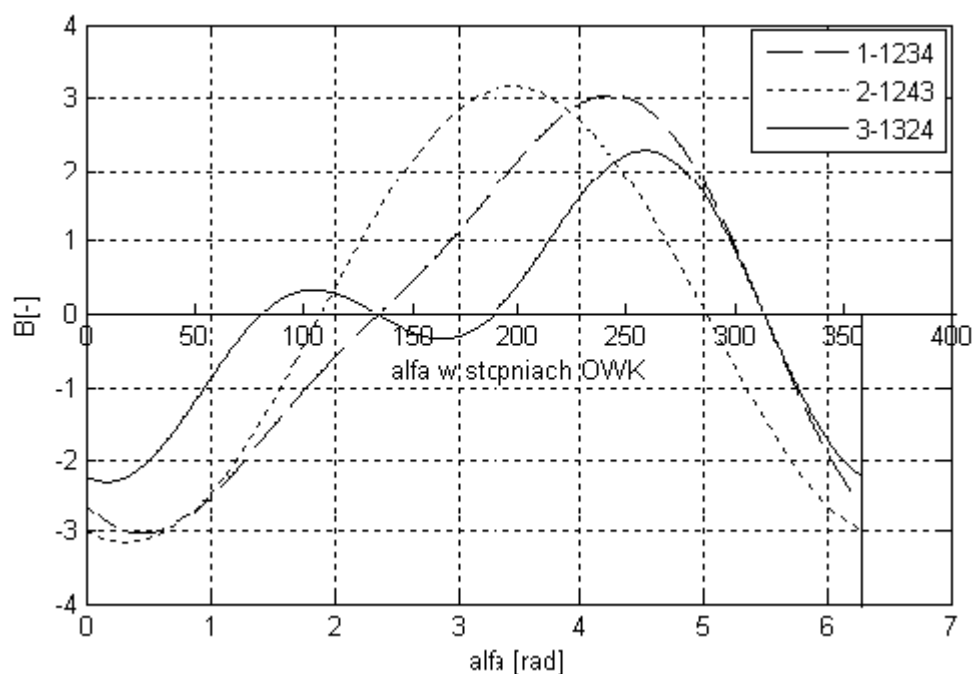
$$\left| \sum_1^4 M_j \right|_{\max} = 3,056 m_p R \omega^2 a . \quad (18)$$

#### 4. Wyniki analizy wyrównoważenia silników o trzech konfiguracjach wału korbowego

W celu zobrazowania i oceny przebiegu momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych wariantów wału korbowego nieco zmodyfikowano zależności (5), (8) i (11) poprzez podzielenie obu stron tych zależności przez wyrażenie  $m_p R \omega^2 a$ , zgodnie z poniższą zależnością:

$$B = \frac{\sum_{j=1}^4 M_{bj}}{m_p R \omega^2 a} \quad (19)$$

Obliczenia zostały przeprowadzone dla dwóch wartości parametru mechanizmu korbowego:  $\lambda = 0,3$  i  $\lambda = 0,5$ . Przebiegi względnej wartości momentu  $B$ , wyznaczone przy pomocy programu *Matlab*, przedstawiono odpowiednio na rysunkach 8 i 9.

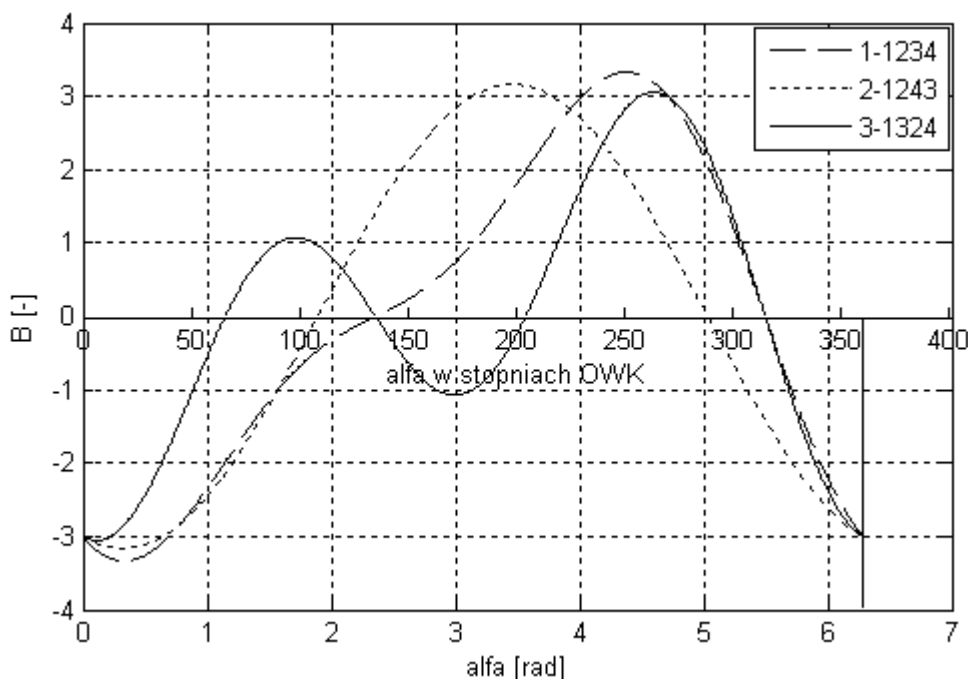


Rys. 8. Wpływ konfiguracji wału korbowego na wypadkowy moment od sił bezwładności mas w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego o  $\lambda = 0,3$ .

Fig. 8. Effect of cranks arrangement on resultant moment of inertia forces of reciprocating masses for different arrangements of cranks and  $\lambda = 0,3$ .

Z przebiegu krzywych na rysunku 8 wynika, że wartości bezwzględnych ekstremów maksimum momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym są najmniejsze dla konfiguracji wału oznaczonej numerem 3 następnie 1, a największe dla 2. Warto przy tym zauważyć, że konfiguracja wału korbowego według wariantu 3 jest zdecydowanie najkorzystniejsza dla  $\lambda = 0,3$ , gdyż wartość maksymalna momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla konfiguracji 1 jest o  $\sim 33\%$  większa, a dla konfiguracji 2 o  $38\%$  większa.

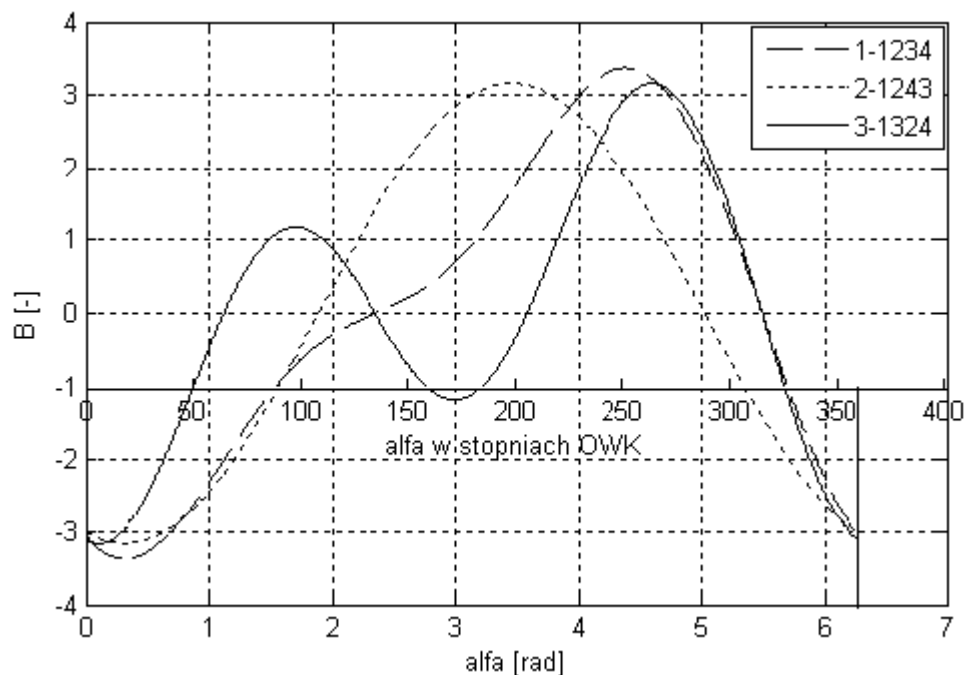
Na rysunku 9 z kolei zostały przedstawione przebiegi momentu od sił bezwładności dla parametru mechanizmu korbowego  $\lambda = 0,5$ , czyli dla wartości spotykanych w tzw. „długoskokowych” silnikach okrętowych. Wprawdzie konfiguracja wału korbowego oznaczona numerem 3 jest wciąż najkorzystniejsza, to różnice między nią a pozostałymi konfiguracjami są stosunkowo niewielkie i wynoszą tylko  $3,5\%$  i  $9\%$  w stosunku do konfiguracji odpowiednio 2 i 1.



Rys. 9. Wpływ konfiguracji wału korbowego na wypadkowy moment sił bezwładności od mas w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego przy  $\lambda = 0,5$ .

Fig. 9. Effect of cranks arrangement on a resultant moment of inertia forces of reciprocating masses for different arrangements of cranks and  $\lambda = 0,5$ .

Rysunek 10 zawiera przebiegi momentu od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla granicznej wartości  $\lambda = 0,527$ , dla której wały korbowe o konfiguracjach 2 i 3 są sobie równoważne.



Rys. 10. Wpływ konfiguracji wału korbowego na wypadkowy moment od sił bezwładności mas w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego i  $\lambda = 0,527$ .

Fig. 10. Effect of a relative arrangement of cranks in the crankshaft mechanism on the resultant moment of inertia forces of reciprocating masses with  $\lambda = 0,527$ .

W tabeli 1 zamieszczono wartości współczynników amplitudy momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu  $\Psi'$  i drugiego rzędu  $\Psi''$ , a także maksymalne wartości sumy momentów od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego, dla  $\lambda = 0,3$  i  $0,5$  oraz  $0,527$ .

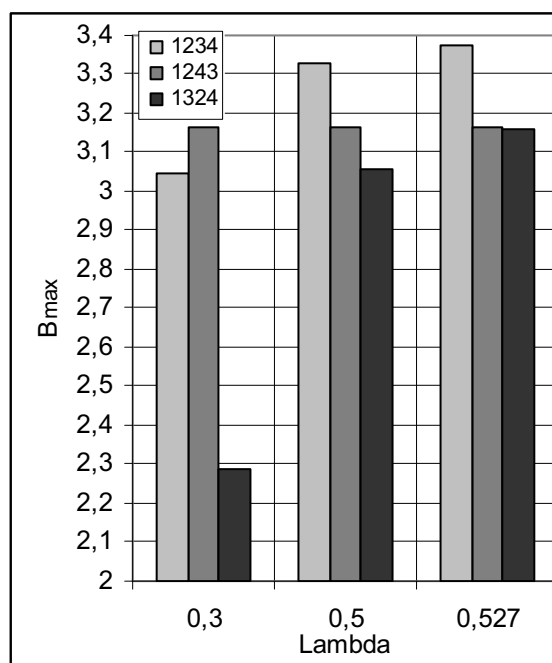
Tabela 1. Maksymalne wartości współczynników momentu  $\Psi'$  i  $\Psi''$ , odpowiednio sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu, dla różnych konfiguracji wału i wartości parametru  $\lambda$ .

Table 1. Maximum values of coefficients  $\Psi'$  and  $\Psi''$  of moments of inertia forces of the first and second order respectively, for different arrangements of cranks and  $\lambda$  values.

Lp	$\lambda$	Konfiguracja 1			Konfiguracja 2			Konfiguracja 3		
		$\Psi'$	$\Psi''$	$(\sum M_j)_{\max}$	$\Psi'$	$\Psi''$	$(\sum M_j)_{\max}$	$\Psi'$	$\Psi''$	$(\sum M_j)_{\max}$
1	0,3	$2\sqrt{2}$	2	3,044	$\sqrt{10}$	0	3,162	$\sqrt{2}$	4	2,286
2	0,5	$2\sqrt{2}$	2	3,330	$\sqrt{10}$	0	3,162	$\sqrt{2}$	4	3,056
3	0,527	$2\sqrt{2}$	2	3,373	$\sqrt{10}$	0	3,162	$\sqrt{2}$	4	3,161

Jak wynika z tabeli 1 posługiwanie się wyłącznie wartościami momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu, przy doborze optymalnej konfiguracji wału korbowego, może być bardzo mylące, gdyż wartości te sugerują zdecydowaną przewagę konfiguracji 1-3-2-4 nad pozostałymi. Konfiguracja 2 ma większy maksymalny moment wypadkowy sił bezwładności pierwszego rzędu o 124% niż konfiguracja 3, a konfiguracja 1 – o 100 %. Tymczasem, jeśli uwzględnimy również wypadkowy moment od sił bezwładności drugiego rzędu, to jak zaznaczono wyżej, dla  $\lambda = 0,5$  różnice stają się stosunkowo niewielkie, prawie nieistotne.

Dla zilustrowania wyników obliczeń zawartych w tabeli 1 przedstawiono je graficznie na rysunku 10 w formie czterech zespołów wykresów słupkowych. Liczby 0,3 i 0,5 oraz 0,527 na osi poziomej wykresu oznaczają wartości  $\lambda$ .



Rys. 10. Wykres słupkowy maksymalnych względnych wartości sumy momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym dla poszczególnych konfiguracji wału korbowego.

Fig. 10. Bar chart of relative maximum values of the resultant moment of inertia forces of reciprocating masses for different arrangements of cranks and three values of  $\lambda = 0,3; 0,5; 0,527$ .

## 5. Zakończenie i wnioski

Wykorzystywany przez silnikowców prosty schemat graficzny wyboru optymalnej konfiguracji wału korbowego jest słuszny także dla tzw. „długoskokowych” mechanizmów korbowych stosowanych w silnikach okrętowych dwusuwowych o wartościach parametru mechanizmu korbowego  $\lambda = 0,5$ . Wartością graniczną parametru  $\lambda$ , powy-

żej której schemat ten traci ważność, jest wartość 0,527. Warto jednak zauważyć, że różnice w jakości wyrównoważenia momentów od sił bezwładności pomiędzy rozważonymi w pracy konfiguracjami wału korbowego, dla  $\lambda = 0,5$ , są stosunkowo niewielkie. Wobec tego, dla tak dużych wartości  $\lambda$ , wszystkie konfiguracje wału korbowego, z pewnym przybliżeniem, można potraktować jako równoważne, a w szczególności konfiguracje 2 i 3.

Warto jednak zauważyć, że posługiwanie się wyłącznie wartościami momentów od sił bezwładności pierwszego rzędu przy doborze optymalnej konfiguracji wału korbowego może być bardzo mylące, gdyż wartości te sugerują zdecydowaną przewagę konfiguracji 1-3-2-4 nad pozostałymi. To spostrzeżenie skłania do sformułowania wniosku, że przy bardziej szczegółowych analizach wyrównoważenia silników spalinowych o różnych konfiguracjach wałów korbowych, w zależności od rozwiązania konstrukcyjnego silnika, należy brać pod uwagę całkowity maksymalny moment od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym, będący maksymalną sumą momentów od sił bezwładności pierwszego i drugiego rzędu. Bardzo użyteczną metodą, ułatwiającą wprowadzenie zależności matematycznych na sumę momentów od sił bezwładności w ruchu postępowo-zwrotnym, jest zastosowana w niniejszej pracy metoda wektorów fikcyjnych.

### Literatura

- [1] JĘDRZEJOWSKI J.: *Mechanika układów korbowych silników samochodowych*. WKiŁ, Warszawa 1972.
- [2] NIEWIAROWSKI K.: *Tłokowe silniki spalinowe*. WKiŁ, Warszawa 1983.
- [3] MOSAKOWSKI R.: *Uwagi na temat graficznej metody analizy wyrównoważenia wielocylindrowych silników rzędowych*. Archiwum Motoryzacji, 4, 1999 r.

## Analysis of balancing of in-line two-stroke four cylinder internal combustion engines

### S u m m a r y

Simple relations describing resultant moment of inertia forces of the first and second order for all possible arrangements of cranks in the crankshaft mechanism in the two stroke four cylinder engines have been derived in the paper. A comparative analysis of particular crankshafts, with different arrangements of cranks, have been carried out taking into account resultant moments of inertia forces of the first and second order. The comparison has been carried out for two values of crankshaft mechanism ratio  $\lambda=0,3$  and  $\lambda=0,5$ . The outcomes of the comparative analysis indicate that all possible arrangements of cranks, especially 1-3-2-4 and 1-2-4-3 arrangements may be treated as equivalent.