

## KONTROLA PARAMETRÓW OBWODU WYMUSZAJĄCEGO W QUASI-STATYCZNYCH MAGNETYCZNYCH BADANIACH NIENISZCZĄCYCH STALI, CZ. I: MODEL ANALITYCZNY I 2D

Marek AUGUSTYNIAK<sup>1</sup>, Zbigniew USAREK<sup>2</sup>

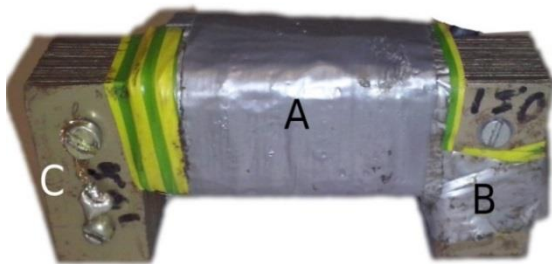
1. Politechnika Gdańska, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel: (58 348) 66 17 e-mail: maugustyniak@mif.pg.gda.pl
2. Politechnika Gdańska, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel: (58 348) 66 06 e-mail: zusarek@mif.pg.gda.pl

**Streszczenie:** W artykule zaprezentowane zostało dwuwymiarowe modelowanie Metodą Elementów Skończonych (MES) układu do badań nieniszczących (ang. non-destructive testing, w skrócie NDT), składającego się z elektromagnesu jarzmowego i płyty ferromagnetycznej magnesowanej w sposób quasi-statyczny. Wykazane zostały ograniczenia stosowalności opartych na równaniach Maxwella obliczeń analitycznych 1D, które przynoszą zadowalające wyniki jedynie w zakresie liniowym. Choć model 2D umożliwia wyjście poza zakres liniowy, to uwzględnienie nieliniowości krzywej magnesowania  $B(H)$  w modelu numerycznym utrudnia, niekiedy w sposób znaczący, osiągnięcie zbieżności obliczeń. Zaproponowano strategię pokonywania wspomnianego problemu, m.in. za pomocą doboru pod-kroku obliczeniowego, eliminacji osobliwości, a także zadbania o ciągłość funkcji  $B(H)$  oraz jej pochodnej. Przedstawiono także rozwiązanie praktycznego problemu generacji właściwej funkcji na podstawie inżynierskich parametrów takich jak względna początkowa przenikalność magnetyczna oraz umowny poziom nasycenia. Praca stanowi punkt wyjścia do obliczeń statycznych 3D oraz analizy magnesowania polem zmiennym.

**Słowa kluczowe:** badania nieniszczące, metoda elementów skończonych.

### 1. WSTĘP

Magneśnica jarzmowa (rys. 1) stosowana w statycznych i nisko-częstotliwościowych badaniach nieniszczących stali tworzy wraz z obiektem pomiaru obwód magnetyczny o nieliniowej charakterystyce.



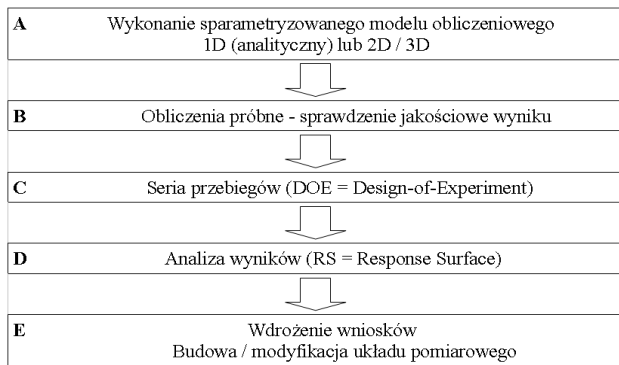
Rys. 1. Budowa elektromagnesu jarzmowego; A - cewka magnesująca, B - cewka kontroli strumienia, C - laminowany rdzeń

Możliwość przewidywania jego docelowych parametrów pracy, w warunkach pomiarów in situ, jest istotna dla prawidłowego zaprojektowania aparatury oraz trafnej interpretacji wyników pomiaru. Niestety, nie istnieją obecnie techniki pomiarowe, które umożliwiłyby wgląd w stan namagnesowania dowolnego punktu układu, a więc konieczne jest odwołanie się do technik symulacyjnych. Modelowanie Metodą Elementów Skończonych jest podejściem sprawdzonym wielokrotnie przez Autorów [1-4], zarówno w kontekście badań podstawowych jak i zagadnień aplikacyjnych. Również inni badacze posługiwali się podejściem numerycznym do rozwiązywania rozkładu pola rozproszonego [5-9]. Z użyciem MES do obliczeń układu NDT wiąże się jednak wiele wciąż nieuporządkowanych kwestii.

- Jaki algorytm obliczeniowy wybrać dla uzyskania największego realizmu przy najmniejszych nakładach?
- Jak zdefiniować dane materiałowe do obliczeń, w szczególności krzywe  $B(H)$ ?
- Jak efektywnie korelować wyniki obliczeń z eksperymentem?
- Jakie jest miejsce i granice zastosowań wzorów analitycznych i empirycznych?

Kontekstem praktycznym pracy jest udoskonalenie prototypu o roboczej nazwie DCMS (Dual Core Magnetising Setup), stworzonego na wydziale FTiMS Politechniki Gdańskiej, służącego do wyznaczania stanu naprężeń stali konstrukcyjnych z wykorzystaniem efektu Barkhausena. Prototyp składa się z dwóch elektromagnesów jarzmowych sterowanych osobnymi układami zasilającymi o kontrolowanej zmienności prądu, umieszczonych prostopadle do siebie na powierzchni badanego obiektu. Wspomniany układ stanowi interesujący a zarazem trudny do zamodelowania obiekt z powodu sprzężenia nieliniowych zjawisk. Czasoprzestrzenny rozkład pola magnetycznego jest tym bardziej skomplikowany, im wyższa jest częstotliwość magnesowania. Zastosowane rdzenie posiadają różną długość, zaś magnesowany obszar może charakteryzować się ortotropią właściwości magnetycznych, np. w stalach duplex. Nawet w zagadnieniu statycznym mogą wystąpić istotne trudności w uzyskaniu zbieżnych obliczeń, co stwierdzono podczas wstępnych testów modelu 3D. Wykrycie źródeł wspomnianych trudności i pokonanie ich stanowi ważną część niniejszej pracy.

W obliczeniach proponuje się strategię przedstawioną schematycznie na rysunku 2.



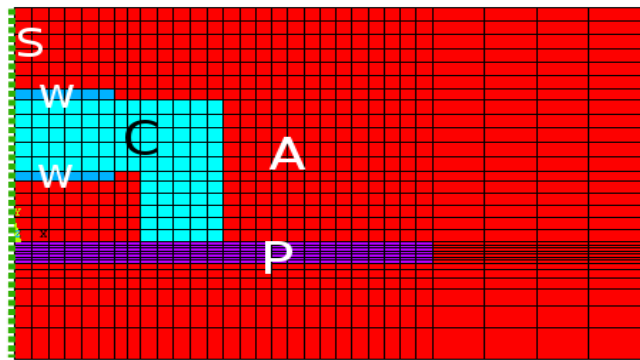
Rys. 2. Schemat procesu optymalizacji działania układu NDT z wykorzystaniem MES

Kluczowe znaczenie ma dobór wymiarów modelu (etap A). Modelowanie analityczne 1D wymaga wprowadzenia silnych założeń upraszczających, a jego wiarygodność jest tym niższa, im bardziej skomplikowana jest geometria układu. Istotną zaletą modelowania analitycznego - o ile jest ono zweryfikowane - jest zbędność oprogramowania i obliczeń MES. W przypadku zaś obliczeń 3D możliwe jest wierne odwzorowanie szczegółów geometrycznych układu, jednak wymagają one znacznych nakładów czasowych na modelowanie i obliczenia. Szczególnie czasochłonne jest uzyskanie wyników nieliniowej symulacji z efektami dynamicznymi (prądy wirowe). Pojedynczy okres magnesowania może wymagać, w zależności od gęstości siatki i stopnia nieliniowości, nawet 10-100h pracy komputera, przy czym aby zredukować przyczynę od stanów niestabilnych należy rozważyć więcej niż jeden okres.

Podejście 2D stanowi korzystny kompromis pomiędzy dwiema opisanymi strategiami. Może ono być punktem wyjścia zarówno do określania granic stosowalności wzorów analitycznych (1D), jak też do bardziej precyzyjnego modelowania 3D. Modelowanie 2D pozwala na wykonanie w akceptowalnym czasie znacznej serii przebiegów w celu analizy wrażliwości optymalizowanych parametrów układu na zmiany geometrii i właściwości materiałowych. Pomaga ono wreszcie w rozwiązywaniu problemu niezbieżności i wykrywaniu ich dominującego źródła.

## 2. MODELOWANIE 2D

W programie ANSYS opracowany został sparametryzowany model 2D elektromagnesu umieszczonego na płycie stalowej o grubości 6 mm. We wstępnym wariacie jest to obwód ciągły materiałowo, tzn. zarówno płyta jak i rdzeń charakteryzują się jednakowymi właściwościami magnetycznymi. Dyskretyzacja modelu przedstawiona jest na rysunku 3. W modelu zastosowano pojedynczą linię symetrii. Konsekwencją dwuwymiarowości jest założenie umownej, jednostkowej głębokości modelu.



Rys. 3. Dyskretyzacja modelu 2D z jedną linią symetrii ("S", przerywana linia); A - obszar powietrza; P - płyta; C - rdzeń elektromagnesu; W - dwa obszary przekroju przez cewkę magnesującą

### 2.1. Dane materiałowe

Dobór właściwości magnetycznych rdzenia i płyty nie jest zadaniem trywialnym. Przede wszystkim do obliczeń mających zastosowanie praktyczne niezbędne są dane dotyczące rzeczywistej pętli histerezy  $B(H)$  badanego materiału. Jak stwierdzono w laboratoryjnych doświadczeniach własnych, dane te mogą wykazywać rozrzut pomiędzy próbkami wykonanymi z nominalnie tego samego gatunku stali. Za punkt wyjścia przyjęto uśrednione wartości właściwości magnetycznych, charakterystyczne dla niskowęglowej ( $C < 0.25\%$ ) stali konstrukcyjnej ogólnego przeznaczenia typu S235. Dane uzyskano na podstawie uśrednionych danych literaturowych [10-13]. Przyjęto początkową przenikalność magnetyczną względną równą 2000, oraz poziom nasycenia 2.5 T przy  $H=50kA/m$  ( $\mu_r \sim 1.0$ ).

W części obliczeń założono, że rdzeń elektromagnesu wykonany jest z materiału Permalloy 80 o składzie chemicznym 79% Ni 17% Fe 4% Mo. Przyjęto za [14] względną przenikalność rdzenia wynoszącą 50000 oraz poziom nasycenia 0.8T przy 50kA/m.

Wstępne obliczenia wykonano z użyciem krzywych materiałowych z [15]. Stwierdzono, że nie uzyskuje się zbieżności w sytuacji, w której materiał płyty stanowi stal konstrukcyjna, podczas gdy rdzeń wykonany jest ze stali magnetycznej typu Permalloy. Postawiono tezę, że dla uzyskania zbieżnych obliczeń niezbędne są "gładkie" krzywe materiałowe (ciągłość klasy przynajmniej  $C^1$ ). Krzywe takie wymagają znajomości analitycznej formy  $B(H)$ , co nie jest zagadnieniem trywialnym. Potrzebna jest funkcja parametryczna  $B(H)$ , która na podstawie inżynierskich parametrów, takich jak początkowa przenikalność magnetyczna, indukcja nasycenia itp., stworzy gładką krzywą  $B(H)$  możliwie wiernie odwzorowującą dane eksperymentalne.

### 2.2. Algorytm Judda

W pierwszej kolejności rozważono wzór zaproponowany przez Judda et al [16]:

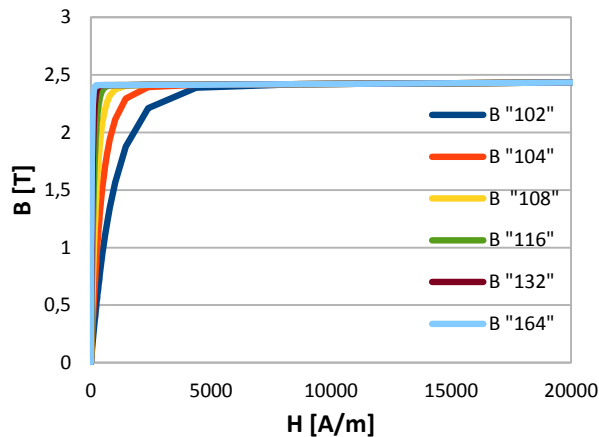
$$\mu = \mu_0 + \frac{1}{k_1 e^{k_2 B^2} + k_3} \quad (1)$$

gdzie:  $\mu$  - przenikalność magnetyczna materiału,  $\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni,  $k_1, k_2, k_3$  - parametry krzywej

Wzór (1) posiada istotne wady. Po pierwsze, nie umożliwia uzyskania jawnej zależności między  $B$  i  $H$ . Dodatkowo, wprowadzenie warunku przechodzenia krzywej (rys. 4) przez określony punkt ( $H_0, B_0$ ) wymaga obliczenia nieelementarnej całki:



plyty jest zwiększana stopniowo (4000, 8000,.... 64000). Wyniki symulacji przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7 Krzywe B(H) o różnej względnej przenikalności początkowej; krzywa "102" odpowiada uśrednionym parametrom niskowęglowej stali konstrukcyjnej S235 (por. rozdział 2.1)

Począwszy od przebiegu "116" niezbędne stało się wprowadzenie algorytmów wspomagających zbieżność. Aktywowano algorytm automatycznego doboru kroku czasowego, z krokiem początkowym 0.1 (10% całego procesu).

W przebiegach z serii "2xx" pozostawiono płytę o właściwościach stali konstrukcyjnej, natomiast stopniowo zwiększano przenikalność początkową względną rdzenia, od 2000 do 64000. Podobnie jak w serii "1xx", algorytmy wspomagające stały się niezbędne począwszy od wprowadzenia przenikalności względnej magnetycznej równej 16000.

W ostatnim, pojedynczym przebiegu użyte zostały charakterystyki możliwie bliskie występującym w prototypie. Względna przenikalność magnetyczna płyty wykonanej ze stali konstrukcyjnej S235 wynosiła 2000. Z kolei poziom nasycenia określono na poziomie 2.5T przy 50kA/m. Rdzeń zamodelowano z wykorzystaniem danych dla stali typu Permalloy 80, o przenikalności początkowej 50000 oraz umownym poziomie nasycenia 0.8 T przy 50kA/m. Udało się uzyskać zbieżność, z tym samym algorytmem wspomagającym, który okazał się efektywny w seriach "1xx" oraz "2xx".

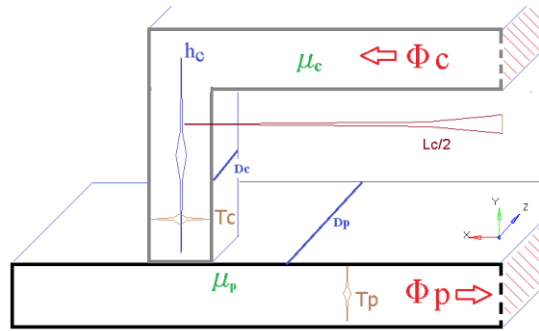
Wykazano, że przy użyciu starannie dobranych, ciągłych funkcji B(H) udaje się uzyskać zbieżność obliczeń przy zbliżonej do eksperymentalnej konfiguracji materiałowej modelu.

#### 4. PODEJŚCIE ANALITYCZNE

Kontynuując prace rozpoczęte w [16], postawiono pytanie o granice stosowalności modeli analitycznych do opisu układu magnesnica-płyta. O ich potencjalnej atrakcyjności stanowi niezależność od kosztownych i trudnych w użyciu programów MES. Ich wadą jest natomiast wprowadzenie szeregu założeń upraszczających, które mogą prowadzić do oszacowań w dużym stopniu niedokładnych.

Punkt wyjścia do sformułowania wzoru analitycznego stanowi prawo Ampere'a i Gaussa (dla magnetyzmu), odniesione do schematu przedstawionego na rysunku 8. Niezbędne są założenia upraszczające, m. in.

Pomijalny strumień rozproszenia do powietrza oraz praca układu w zakresie liniowo zmiennych prądów i pól.



Rys. 8. Schemat układu z parametrami użytymi we wzorach analitycznych.

Na rysunku występują następujące parametry:

$\Phi_c, \Phi_p$  – Strumień magnetyczny przez powierzchnie przekroju środkowego (w płaszczyźnie symetrii układu) odpowiednio dla rdzenia elektromagnesu oraz płyty; powierzchnie przekroju zaznaczone są czerwonym kreskowaniem

$L_c$  – Rozpiętość elektromagnesu

$T_c, T_p$  – Grubość rdzenia oraz płyty (rozmiar w płaszczyźnie pionowej, Y-Z)

$h_c$  – Wysokość elektromagnesu

$D_c, D_p$  – Rozpiętość rdzenia płyty

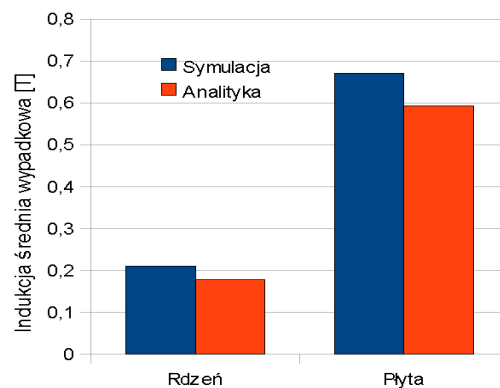
$\mu_c, \mu_p$  – Przenikalność magnetyczna względną rdzenia i płyty

Po prostych przekształceniach prawa Ampere'a i Gaussa uzyskuje się:

$$B_p = \frac{2I\mu_0}{\frac{A_p}{A_c\mu_c}(L_c+2h_c)+\frac{L_c}{\mu_p}}, B_c = B_p \frac{A_p}{A_c} \quad (9)$$

gdzie:  $B_p, B_c$  – indukcja odpowiednio wewnątrz płyty i rdzenia,  $A_p, A_c$  – przekroje poprzeczne płyty i rdzenia (odpowiednio  $D_p \cdot T_p$  oraz  $D_c \cdot T_c$ )

Obliczenia analityczne porównano z obliczeniami 2D, dla tej samej geometrii. Przyjęto następujące dane liczbowe:  $I = 288$  Ampero-zwojów (na połowie cewki magnesującej, co odpowiada  $I_{tot} = 576$  Ampero-zwojów),  $L_c=8$  cm,  $h_c=3$  cm,  $T_p=6$  mm,  $T_c=2$  cm,  $L_p=20$  cm,  $\mu_p=1000$ ,  $\mu_c=1000$ . Stwierdza się zadowalającą zgodność średniej indukcji w rdzeniu oraz płycie dla niskich prądów magnesujących, dla których układ nie wchodzi globalnie w zakres nasycenia magnetycznego (rys. 9).



Rys. 9. Porównanie stanu namagnesowania, obliczonego analitycznie (1D) oraz numerycznie (symulacja 2D, bez wchodzenia w zakres magnetycznego nasycenia materiału).

Dla 10x wyższych prądów magnesujących nie obserwuje się, zgodnie z oczekiwaniem, zgodności między symulacją 2D (nieliniową), a podejściem 1D. Liniowe wzory analityczne prowadzą do wyników, zgodnie z którymi indukcja w rdzeniu sięga nierealnego poziomu 5-7 T. Wprowadzenie nieliniowości do wzorów analitycznych, np. w formie biliniowej krzywej B(H) jest teoretycznie możliwe, jednak wymaga znacznych modyfikacji założeń i dużo bardziej złożonej formy końcowej formuły.

## 5. WNIOSKI I PERSPEKTYWY

W pracy zaprezentowano numeryczną reprezentację 2D elektromagnesu jarzmowego oraz płyty ferromagnetycznej. Obliczenia Metodą Elementów Skończonych pozwalają na określenie rozkładu pola magnetycznego zarówno w badanym obiekcie jak i magneśnicy.

Wyprowadzono ze statycznych praw Maxwella równania analityczne wyznaczające użyteczne w opisie procesu magnesowania parametry. Stwierdzono, że równania te przynoszą wiarygodne wyniki dla układu magnesowanego prądem na tyle niskim, że żaden z jego elementów nie wchodzi w stan nasycenia magnetycznego. Realistyczne odwzorowanie analityczne układu osiągającego nasycenie, nawet jeśli jest możliwe, wydaje się zadaniem nieopłacalnym w porównaniu z modelowaniem MES.

Rozważono dwie postaci analityczne krzywej B(H). Stwierdzono, że zaproponowany w pracy algorytm "Voce" generacji ciągłych krzywych B(H) pozwala na osiągnięcie uprzednio nieosiągalnej zbieżności obliczeń w ujęciu 2D. Kolejnym krokiem powinno być sprawdzenie, czy krzywe te są równie korzystne dla uzyskiwania zbieżnych obliczeń w modelu trójwymiarowym.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. M. Augustyniak, B. Augustyniak, M. Sablik, W. Sadowski: The Finite Element Method (FEM) simulation of the space and time distribution and frequency dependence of the magnetic field and MAE, IEEE Transactions on Magnetics, VOL. 43, No. 6, June 2007
2. M. Augustyniak, B. Augustyniak, L. Piotrowski, M. Chmielewski: Evaluation by means of magneto-acoustic emission and Barkhausen effect of time and space distribution of magnetic flux density in

- ferromagnetic plate magnetised by a C-core, J. Magn. Mater., 304 (2006), p.552–554
3. M. Augustyniak, B. Augustyniak, M. Chmielewski, W. Sadowski: Numerical evaluation of spatial time-varying magnetisation of ferritic tubes excited with a C-core magnet, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 320 (2008) e1053–e1056
4. Z. Usarek, B. Augustyniak, M. Augustyniak, M. Chmielewski: Influence of Plastic Deformation on Stray Magnetic Field Distribution of Soft Magnetic Steel Sample, IEEE Transactions on Magnetics, Volume 50, Issue 4
5. M. Katoh, N. Masumoto, K. Nishio and T. Yamaguchi: Modeling of the yoke-magnetization in MFL-testing by finite elements, NDT & E Int. 36 (2003) p. 479-486
6. Chai Xiuli; Zeng Dechang; Liu Guixiong: Study on Simulation and Experiment of the Magnetizer in Magnetic Flux Leakage Testing, Mechatronics and Automation, 2007. ICMA 2007, pp.3083,3087, 5-8 Aug. 2007
7. O. Stupakov, I. Tomas, J. Kadlecova: Optimization of single-yoke magnetic testing by surface fields measurement, Journal of Applied Physics D: Applied Physics 39 (2006) 248-254
8. M. Katoh, K. Nishio and T. Yamaguchi: FEM study on the influence of air gap and specimen thickness on the detectability of flaw in the yoke method, NDT&E Int. 33 (2000) p. 333-339
9. G.S. Park, E.S. Park: Improvement of the Sensor System in Magnetic Flux Leakage-Type Nondestructive Testing (NDT), IEEE Trans Magn 38 (2002) 1277-1280
10. R.M. Bozorth: Ferromagnetism, Wiley 1993
11. E.S. Gorkunov: Magnetic Behavior of Plain Carbon Steels as A Function of Applied Stress and Strain Conditions, Conf. Proceedings ECNDT 2006
12. Biblioteka materiałów programu MAXWELL-2D Student Version
13. M. Augustyniak: Analiza namagnesowania w badaniach technicznych materiałów ferromagnetycznych, Praca doktorska, Politechnika Gdańska, 2007
14. T. McLyman: High Reliability Magnetic Devices: Design & Fabrication, CRC Press 2002
15. F.I. Al-Naemi, J.P. Hall, A.J. Moses: FEM modelling techniques of magnetic flux leakage-type NDT for ferromagnetic plate inspections, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 304 (2006) e790–e793
16. J. R. Brauer: Magnetic Actuators and Sensors, Second Edition. Appendix B: Nonlinear B-H Curves, Ed. John Wiley & Sons, 2014
17. ANSYS 13.0 Documentation Manual, Chapter: Material Models.

# CONTROL OF MAGNETIC CIRCUIT PARAMETERS IN QUASI-STATIC MAGNETIC NON-DESTRUCTIVE TESTING PART I: ANALYTICAL AND 2-D MODEL

**Key-words:** non-destructive testing, finite element method

2-D modeling of a non-destructive testing (NDT) set-up using finite element method (FEM) is presented. The set-up consists of a yoke and a ferromagnetic steel plate which is magnetized in quasi-static manner. Applicability limitations of 1-D analytical calculations, which are based on Maxwell equations, have been reported. The 2-D model enables taking into account nonlinearity of a B(H) curve. However, presence of the nonlinearity makes it difficult to obtain a numerical solution of the model. Some strategies of solving this problem have been presented, among them: calculation sub-steps, elimination of singularity, providing continuity of B(H) curve and its first derivative. A problem of generation the right curve based on engineering parameters such as initial magnetic permeability or saturation level has been solved. This paper is the starting point for further 3-D and harmonic analysis.

