

## Modelowanie losowych imperfekcji geometrycznych przestrzennych konstrukcji metalowych

Do dwuwymiarowych konstrukcji metalowych można zaliczyć płyty (także uźebrowane), zbiorniki na paliwa płynne o osi pionowej lub poziomej oraz sferyczne, silosy (także uźebrowane) i wiele konstrukcji o specjalnym kształcie. Wszystkie charakteryzują się niewielką grubością poszycia w porównaniu z pozostałymi wymiarami. Niektóre z tych konstrukcji, z uwagi na specyfikę obciążenia, jak np. silosy czy też większość powłok, są wykonane z bardzo cienkich blach. Tego rodzaju dwuwymiarowe elementy z łatwością ulegają deformacji w trakcie transportu i montażu, a także pod działaniem czynników zewnętrznych, np. temperatury. Odchyłkom geometrycznym zazwyczaj towarzyszą imperfekcje materiałowe oraz naprężeniowe. Dodatkowym czynnikiem niepewności są połączenia, warunki posadowienia, a w niektórych przypadkach w głównej mierze obciążenie. Wszystkie te wstępne imperfekcje mają wpływ na mechaniczne zachowanie się konstrukcji, mogące w skrajnym przypadku doprowadzić do awarii lub utraty nośności. W obliczeniach konstrukcji zazwyczaj są przyjmowane układy idealne, bez zadanych wstępnych imperfekcji. Uwzględnienie tych elementów wymaga wprowadzenia zmiennych losowych opisujących wszystkie parametry oraz stosowania metod probabilistycznych. Obliczenia probabilistyczne umożliwiają nie tylko oszacowanie obciążenia niszczonego, ale także odchylenia standardowego i innych parametrów opisujących niepewność wyników. Takie analizy prowadzą wprost do próby wyznaczenia niezawodności, także prognozowanej na okres np. 50 lat, coraz częściej wymaganej według normy [1].

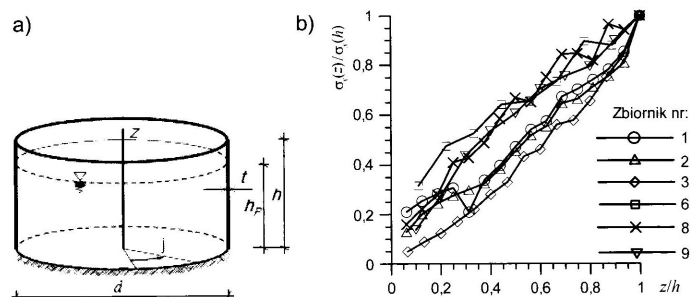
Programy komputerowe ciągle jeszcze nie umożliwiają wykonywania obliczeń probabilistycznych w podobny sposób jak deterministyczne. W ostatnich latach pojawiło się wiele opracowań dotyczących analizy probabilistycznej z uwzględnieniem imperfekcji, dotyczących konkretnych typów konstrukcji dwuwymiarowych. W pracy [2] w modelowaniu odchyłek geometrycznych wykorzystano dane zgromadzone w specjalnie stworzonych od dawna bazach [3] i na tej podstawie są dobrane funkcje korelacyjne opisujące losowe pole imperfekcji. W tym samym celu autorzy pracy [4] wykorzystali własne badania laboratoryjne przeprowadzone na kilkudziesięciu modelach powłok cylindrycznych. Z kolei autorzy pracy [5] w badaniach powłok cylindrycznych uwzględnili wpływy imperfekcji materiałowych (modułu sprężystości) i grubości pobocznic, stosując niegaussowskie pola losowe. Do dwuwymiarowych konstrukcji powłokowych zazwyczaj zalicza się także trójwymiarowe konstrukcje kratowe określane jako powłoki siatkowe

(reticulated shells). Takie powłoki są niezwykle wrażliwe na imperfekcje geometryczne i z tego powodu ich mechaniczne zachowanie jest często analizowane w sposób probabilistyczny [6, 7].

Prace opublikowane przez autorów artykułu dotyczą obliczeń niezawodności silosów z imperfekcjami geometrycznymi, obciążonych podciśnieniem i wiatrem [8÷10], zbiorników na paliwa [11, 12], a także powłok siatkowych [13], a niniejszy artykuł stanowi podsumowanie badań w zakresie wykorzystania losowych pól odchyłek geometrycznych w obliczeniach dwuwymiarowych konstrukcji.

### Generacja geometrycznych odchyłek zbiorników na paliwa płynne

Pierwszym krokiem w generacji jakichkolwiek geometrycznych imperfekcji konstrukcji jest dokonanie wstępnych założeń dotyczących charakteru tych odchyłek oraz ich wymiarów. Najlepszym źródłem danych są pomiary wykonane na podobnych lub nawet identycznych istniejących konstrukcjach. Jest to szczególnie łatwe w przypadku zbiorników na paliwa, z uwagi na ich powtarzalność. W pracy [11] wykorzystano pomiary dziewięciu zbiorników (rys. 1a) o pojemnościach:  $V = 5000, 13\ 000, 30\ 000, 32\ 000$  i  $50\ 000\ m^3$  [14], uzupełnione danymi zaczerpniętymi z pracy [15]. Na rysunku 1b podano pomierzone unormowane odchyłki geometrii w stosunku do unormowanej wysokości danego zbiornika. Takie przedstawienie pomiarów umożliwia porównywanie wyników dotyczących zbiorników o różnej pojemności. Podobne dane zebrano w pracy [16]. Pomierzone odchyłki kilku zbiorników stanowią dobrą podstawę identyfikacji pól odchyłek geometrycznych, które można bezpośrednio przyjąć w obliczeniach projektowych. W tym celu, oprócz oczywistych obliczeń wartości oczekiwanej i odchyłek standardowych imperfekcji, jest konieczne także wyznaczenie macierzy kowariancyjnej określającej pole losowe.



Rys. 1. Zbiornik: a) schemat zbiornika, b) wykresy unormowanych odchyłek standardowych imperfekcji geometrycznych płaszczy zbiorników [11]

W pracy [11] na podstawie pomierzonych danych [14] zaproponowano funkcję korelacyjną opisującą pole imperfekcji zbiorników na paliwa płynne o osi pionowej

$$K(y_1, y_2, z_1, z_2) = \alpha z_1 z_2 h^{-2} \cos[\omega(y_2 - y_1)] \exp(-\beta|y_2 - y_1| - \gamma|z_2 - z_1|), \quad (1)$$

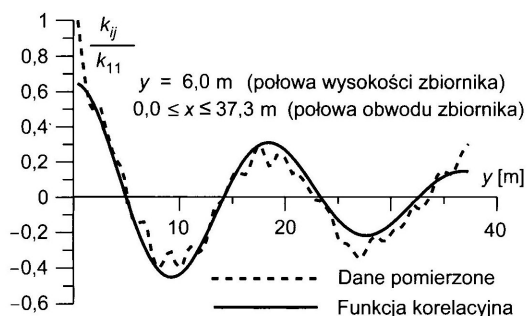
w której:  $y_1, y_2, z_1, z_2$  – współrzędne punktów pola (powłoki zbiornika),  $\alpha, \omega, \beta$  i  $\gamma$  – współczynniki korelacji,  $h$  – wysokość zbiornika.

Pierwszy składnik określa liniową zmianę odchylenia standardowego  $\sigma_x = \sqrt{\alpha z/h}$  wzdłuż tworzącej płaszcza. Funkcja  $\cos\omega(y_2 - y_1)$  zakłada zmianę zmiennej losowej wzdłuż kierunku. Ostatni składnik  $\exp(-\beta|y_2 - y_1| - \gamma|z_2 - z_1|)$  opisuje zakres korelacji pomiędzy sąsiednimi punktami. Wartości współczynników korelacji  $\alpha, \omega, \beta$  i  $\gamma$  wyznaczono na podstawie wyników pomiarów imperfekcji geometrycznych trzech zbiorników ( $V = 5000 \text{ m}^3, V = 30\,000 \text{ m}^3$  oraz  $V = 50\,000 \text{ m}^3$ ) [11, 14]. Obliczenia wykonano za pomocą standardowej analizy regresji. W tym celu, na podstawie pomierzonych danych, zapisano globalną macierz kowariancyjną

$$K_e = \frac{1}{NR-1} \sum_{i=1}^{NR} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^T, \quad \bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{NR} \sum_{i=1}^{NR} \mathbf{x}_i, \quad (2)$$

w której:  $\mathbf{x}_i$  – losowy wektor imperfekcji,  $\bar{\mathbf{x}}$  – wektor wartości oczekiwanych.

Szczegółowe wyniki obliczeń podano w opracowaniu [11]. Na rysunku 2 przedstawiono korelację pomiędzy punktami wzdłuż wybranej linii poziomej (na wysokości  $z = 6 \text{ m}$ ). Wykres stanowi potwierdzenie, że imperfekcje zostały wygenerowane z dużą dokładnością. Średni błąd globalny analizy regresji  $G_{er}$  wyniósł 4,6%.



Rys. 2. Identyfikacja macierzy kowariancyjnej pola imperfekcji [11]

Możliwe jest także określenie ogólnych związków opisujących współczynniki korelacji w zależności od wymiarów zbiorników, a także wyznaczenie funkcji korelacji jako obwiedni imperfekcji ekstremalnych [11].

Generowanie skorelowanych pól losowych wymaga specjalistycznego oprogramowania. Wykorzystano metodę opisaną m.in. w artykule [17]. Danymi wejściowymi algorytmu są: teoretyczna macierz kowariancyjna  $K_i$  zbudowana z wykorzystaniem funkcji korelacyjnej  $K(1)$ , wartości oczekiwane zmiennych losowych  $\bar{\mathbf{X}}$  oraz obwiednia wartości losowych ( $a_i, b_i$ ) określona w każdym punkcie pola „P”. Wykorzystana w algorytmie obwiednia pola losowego umożliwia generowanie zbiorów zmiennych losowych o warunkach brzegowych ściśle odpowiadających analizowanej konstrukcji inżynierskiej. Algorytm umożliwia generację danych opisanych na okręgu, co jest szczególnie ważne w przypadku analizy konstrukcji walcowych (zbiorniki, silosy).

Z uwagi na niezbędny czas nieliniowych obliczeń pojedynczego modelu powłoki, nie wykonano pełnej analizy statystycznej, a jedynie obliczenia przypadków ekstremalnych. Wygenerowano 2000 pól imperfekcji i przeprowadzono ich klasyfikację pod względem średnich odchyłek z pojedynczych próbek. Wykorzystując wygenerowane imperfekcje maksymalne, wykonano obliczenia (MSC Nastran for Windows, 2001) zbiornika o pojemności  $V = 5000 \text{ m}^3$ , średnicy  $d = 23,75 \text{ m}$  i wysokości  $h = 11,98 \text{ m}$ , zbudowanego z 6 pierścieni wysokości około 2000 mm i grubości  $t = 11, 10, 8, 7, 7, 7 \text{ mm}$ . Dwa dolne pierścienie oraz obrzeżny pas dna wykonano ze stali St3VY, pozostałe pierścienie i część środkową dna – ze stali St3SY o granicy plastyczności  $R = 255 \text{ MPa}$ . W obliczeniach przyjęto, że poziom napełnienia zbiornika benzyną o ciężarze właściwym  $\gamma = 8 \text{ kN/m}^3$  zwiększa się w każdym kroku obliczeniowym. Założono początkowo beznaprężeniowy stan powłoki. W celach porównawczych wykonano także analizę numeryczną powłoki idealnej oraz z pomierzonymi imperfekcjami [11]. Przykładowo, uzyskano momenty zginające wzdłuż tworzącej płaszcza  $m_z$ :  $-0,67 \pm 0,98 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$  (powłoka idealna),  $-2,51 \pm 4,19 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$  (imperfekcje pomierzone) oraz  $-1,38 \pm 3,76 \text{ kN}\cdot\text{m/m}$  (imperfekcje wygenerowane). Pozostałe wyniki obliczeń podano w opracowaniu [11].

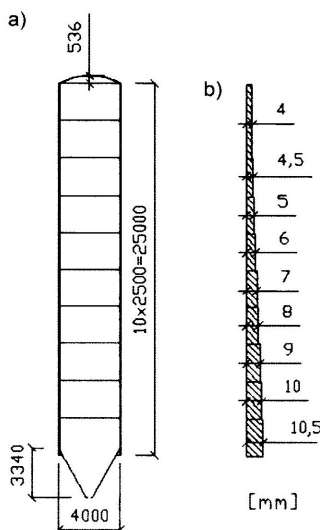
Wyniki obliczeń wskazują, że wstępne imperfekcje płaszcza zbiornika powodują znaczne zwiększenie naprężeń w płaszczu zbiornika w porównaniu z wartościami uzyskanymi w przypadku konstrukcji o idealnej geometrii. Stal zbiornika uplastycznia się punktowo w obszarze połączenia płaszcza z dnem oraz w charakterystycznych miejscach występowania ekstremalnych odchyłek. Może to mieć istotne znaczenie w przypadku eksploatacji zbiorników o dużej liczbie cykli napełniania i opróżniania.

Imperfekcje geometryczne mogą mieć także znaczący wpływ na montaż lub modernizację pionowych, walcowych zbiorników budowanych metodą podbudowy. W pracy [12] wykazano, że lokalne imperfekcje powstające często w miejscu położenia podnośników hydraulicznych mogą zagrozić stateczności konstrukcji w przypadku nagłego zwiększenia prędkości wiatru.

### Generacja geometrycznych imperfekcji płaszczy silosów

Wykonanie pomiarów rzeczywistych konstrukcji jest trudne i kosztowne. Brak dostępu do rzeczywistych danych o imperfekcjach nie uniemożliwia obliczeń probabilistycznych. W takim przypadku właściwym rozwiązaniem jest odwołanie się do norm, w których określono, jakich wartości odchyłki mogą się pojawić w obliczanej konstrukcji.

Takie oszacowania wykonano w analizie silosów [8+10]. Rozważano aluminiowy silos z imperfekcjami (rys. 3) poddany podciśnieniu wewnętrznemu, a także obciążony wiatrem, pusty



Rys. 3. Geometria silosu: a) schemat, b) grubości blach [9]

oraz z częściowym wypełnieniem. Rozpatrywano wpływ miejscowych odchyłek geometrycznych o wartościach dopuszczalnych według norm na mechaniczną odpowiedź konstrukcji. Takie lokalne pojedyncze imperfekcje nie mogą jednak odwzorowywać wpływu odchyłek rozłożonych na całej powłoce.

Najprostszym sposobem jest przyjęcie pola imperfekcji odpowiadającego kolejnym postaciom drgań własnych lub opisanym przez stany krytyczne konstrukcji bądź ich złoża. Wtedy należy się spodziewać wyznaczania maksymalnych naprężeń. Jednak takie podejście także nie będzie odzwierciedlało rzeczywistości. Wydaje się, że skuteczną metodą obliczeniową jest generacja imperfekcji na podstawie przyjętej macierzy kowariancyjnej.

W pracy [9] wykonano porównawczą analizę dwóch pól losowych. Pierwsze z nich opisano jednorodną funkcją korelacyjną

$$K(\Delta x_1, \Delta x_2) = \sigma^2 \exp\left[-(\beta \Delta x_1)^2 - (\gamma \Delta x_2)^2\right], \quad (3)$$

w której:  $\Delta x_1$  i  $\Delta x_2$  – odległości między punktami pola,  $\sigma$  – odchylenie standardowe opisujące zmienność pola,  $\beta$  i  $\gamma$  – parametry określające zasięg korelacji.

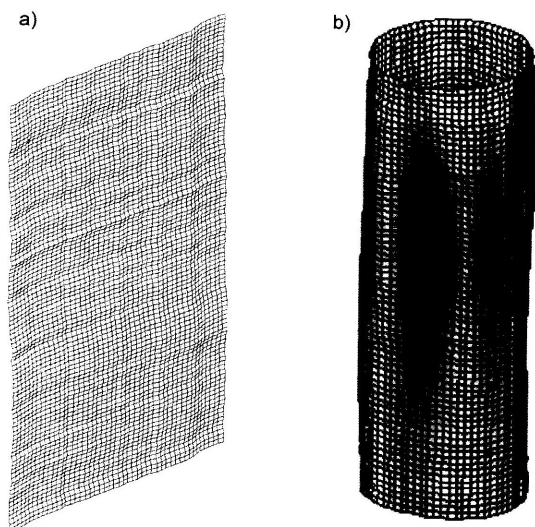
Tego rodzaju pole może charakteryzować powyginane blachy konstrukcji. Z uwagi na brak danych dotyczących pól rzeczywistych imperfekcji, parametry funkcji korelacyjnych zostały dobrane jednak w nawiązaniu do wartości normowych. W przykładzie przyjęto następujące parametry:  $\sigma = 0,01443$  m,  $\beta = \gamma = 2,2$  m<sup>-1</sup>. Zastosowano ucięty rozkład Gaussa:  $\pm\sigma = \pm 3 \cdot 0,01443$  m = 0,04329 m. Przyjęte parametry gwarantują generację odchyłek o maksymalnych wartościach dopuszczalnych przez normy. Przy tego rodzaju imperfekcji uzyskano maksymalne podciśnienie wynoszące  $p_{\text{hom}} = 2,182$  kPa.

Drugim analizowanym polem było pole niejednorodne opisane funkcją

$$K(\Delta x_1, \Delta x_2) = \sigma \cos(\alpha \Delta x_1) \exp(-\beta \Delta x_1 - \gamma \Delta x_2), \quad (4)$$

w której przyjęto:  $\sigma = 0,01443$  m,  $a = 0,2$  m<sup>-1</sup> i  $\beta = \gamma = 0,005$  m<sup>-1</sup>.

Analizując postać wygenerowanych imperfekcji (rys. 4a), można stwierdzić, że tego rodzaju pole umożliwia modelowanie deformacji związanych z wykonaniem spoin, łączeniem blach oraz wadami geometrii przebiegającymi przez całość zbiornika.



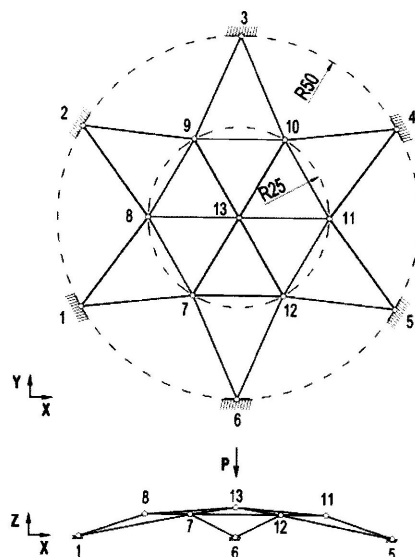
Rys. 4. Alumirowy silos: a) wygenerowane niejednorodne pole imperfekcji płaszczka, b) deformacja płaszczka w stanie granicznym

Wygenerowano 2000 realizacji imperfekcji. Tak jak w przypadku zbiorników na paliwa płynne, nie wykonano kompleksowych obliczeń probabilistycznych, a jedynie analizowano przypadki ekstremalne. W tym celu dokonano ich klasyfikacji z uwagi na średnią amplitudę wstępnej deformacji. Do obliczeń wybrano trzy pola o najmniejszej, średniej i największej średniej amplitudzie. Uzyskano następujące maksymalne podciśnienia:  $p_{\text{no hom } 1} = 2,542$  kPa,  $p_{\text{no hom } 2} = 2,543$  kPa,  $p_{\text{no hom } 3} = 2,545$  kPa. Wyznaczone wartości są większe od wartości wyznaczonych w przypadku pola jednorodnego ( $p_{\text{hom}} = 2,282$  kPa), ale zdecydowanie mniejsze od wartości podciśnienia niszczącego powłokę idealną  $p_{\text{ideal}} = 2,717$  kPa. Przykłady płaszczki silosu (fragmenty) zniszczonego w wyniku działania podciśnienia w zależności od przyjętego pola imperfekcji przedstawiono na rys. 4b.

### Powłoka siatkowa z imperfekcjami technologicznymi

W obliczeniach powłok kratownicowych nie jest konieczne stosowanie pól losowych, gdyż imperfekcje można określić jedynie w dyskretnych punktach – węzłach (odchyłki geometryczne) lub prętach układu (imperfekcje materiałowe). Jednak w przypadku, gdy siatka jest dostatecznie gęsta, wykorzystanie opisu ciągłego imperfekcji jest uzasadnione. Obliczenia pojedynczych modeli konstrukcji prętowych nie są czasochłonne i w tego rodzaju przypadkach jest możliwa pełna analiza probabilistyczna.

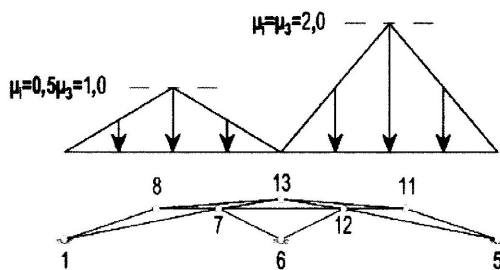
Praktycznie każda konstrukcja powłoki siatkowej jest zaprojektowana w unikatowy sposób zarówno co do kształtu, jak i szczegółów wykonania. Z tego powodu, inaczej niż w przypadku powtarzalnych konstrukcji zbiorników na paliwa płynne lub silosów, niezwykle trudno o bazę rzeczywistych imperfekcji geometrycznych. W pracy [13] odchyłki geometryczne zostały wyznaczone na podstawie normowych tolerancji wykonawczych. Pionowe przemieszczenia przestrzennej konstrukcji prętowej przypisano wszystkim węzłom 7÷13 (rys. 5). Ponadto uwzględniono losowy opis modułu sprężystości. Liczba zmiennych wynosiła więc od 1 do 7. Przyjmując tak określone wielowymiarowe zagadnienie, wykonano wstępne obliczenia porównawcze (model obciążono pojedynczą siłą skupioną jak na rys. 5), mające na celu określenie możliwości



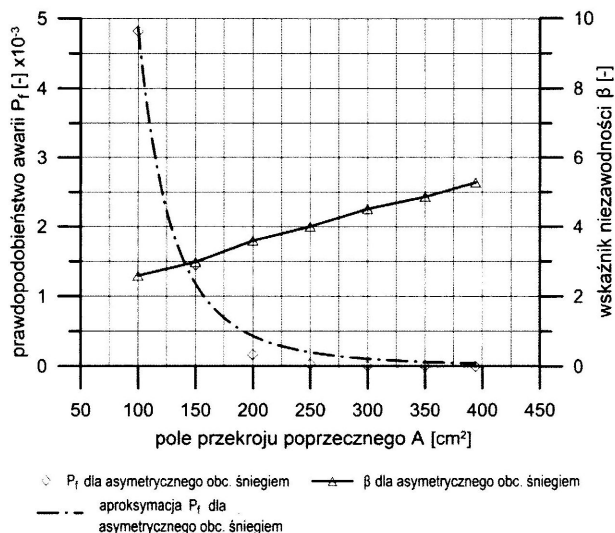
Rys. 5. Powłoka siatkowa o małej wyniosłości [13]

minimalizacji czasu obliczeń. Porównano wyniki uzyskane metodą Monte Carlo i metodami redukcyjnymi oraz metodą estymacji punktowej PEM (Point Estimate Method). Wykazano, że PEM w sposób skuteczny można zastosować w tym przypadku obliczeń.

Rozpatrzono m.in. niesymetryczne obciążenie śniegiem (rys. 6). Wariantowano obciążenie w taki sposób, aby dobrać odpowiedni przekrój prętów potrzebny do zapewnienia odpowiedniej niezawodności, opisanej indeksem  $\beta$  w okresie 50-letnim [1], wynoszącym  $\beta = 4,3$ . Wyniki obliczeń w przypadku obciążenia niesymetrycznego śniegiem przedstawiono na rys. 7. Wykazano, że potrzebny przekrój poprzeczny prętów to około 300 cm<sup>2</sup>.



Rys. 6. Powłoka siatkowa – niesymetryczne obciążenie śniegiem [13]



Rys. 7. Analiza niezawodności konstrukcji zmieniającej się z upływem lat [13]

### Wnioski

W artykule podsumowano analizy dotyczące rezultatów wykonanych przez autorów obliczeń, przedstawionych w artykułach [8÷13]. Omówiono w nich możliwości zastosowania metod probabilistycznych w wyznaczaniu nośności metalowych konstrukcji przestrzennych z imperfekcjami geometrycznymi i materiałowymi. Potwierdzono, że jest możliwe aproksymowanie imperfekcji powłok zbiorników lub silosów na podstawie danych pomiarowych, a w przypadku ich braku – wprowadzając do obliczeń zakresy odchyłek zgodne z ograniczeniami przewidzianymi w standardach wykonawczych. Na tej podstawie jest generowana praktycznie nieskończona liczba realizacji. Wybrane pola imperfekcji można wykorzystać w obliczeniach

ekstremalnych przypadków nośności lub w szacowaniu niezawodności. W tym celu, aby uzyskać pełny opis mechanicznej odpowiedzi konstrukcji, warto wykonać klasyfikację wygenerowanych pól, np. wyznaczając wartości średnie poszczególnych realizacji. Wnioski sformułowane na podstawie tych analiz wyraźnie wskazują na to, że uwzględnienie wstępnych imperfekcji geometrycznych, a także materiałowych w obliczeniach inżynierskich jest konieczne. Projektant może wykorzystać informacje o imperfekcjach i wprowadzić je do modelu komputerowego konstrukcji, aby przeprowadzona analiza prowadziła do wyników zbliżonych do rzeczywistości. Takie podejście poprawia proces projektowania, a ocena niezawodności konstrukcji może się stać standardem obliczeń inżynierskich.

### PIŚMIENNICTWO I WYKORZYSTANE MATERIAŁY

- [1] PN-EN-1990 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [2] Fina M., Weber P., Wagner W.: Polymorphic uncertainty modeling for the simulation of geometric imperfections in probabilistic design of cylindrical shells. "Structural Safety", 82 (2020).
- [3] Arbozc J., Abramovich H.: The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology: Part I, 1979.
- [4] Paor C., Cronin K., Gleeson J.P., Kelliher D.: Statistical characterisation and modelling of random geometric imperfections in cylindrical shells Thin. "Walled Structures", 58 (2012).
- [5] Papadopoulos V., Stefanou G., Papadrakakis M.: Buckling analysis of imperfect shells with stochastic non-Gaussian material and thickness properties. "International Journal of Solids and Structures" 46 (2009).
- [6] Chen G., Zhang H., Rasmussen Kim J.R., Fan F.: Modeling geometric imperfections for reticulated shell structures using random field theory. "Engineering Structures", 126 (2016).
- [7] Liu J., Luo Y., Wang L., Yang X., Li Y., Guo X.: A probabilistic framework for stability assessment of existing spatial structures. "Journal of Constructional Steel Research", 156 (2019).
- [8] Gołota M., Winkelmann K., Górski J., Mikulski T.: Wpływ wstępnych imperfekcji geometrycznych na nośność silosu obciążonego podciśnieniem i wiatrem. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 2/2011.
- [9] Górski J., Mikulski T., Oziębło M., Winkelmann K.: Effect of geometric imperfections on aluminium silo capacities. "Stalbau", Vol. 84, 1, 2015.
- [10] Górski J., Węclawski G., Winkelmann K.: Parametryczna analiza wpływu wstępnych imperfekcji geometrycznych na nośność silosu częściowo obciążonego podciśnieniem. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 5/2014.
- [11] Górski J., Mikulski T.: Obliczenia numeryczne stalowych zbiorników walcowych z imperfekcjami geometrycznymi. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 9/2006.
- [12] Górski J., Mikulski T., Sorn P.: Wpływ imperfekcji geometrycznych na bezpieczeństwo montażu i naprawy zbiorników cylindrycznych metodą podbudowy. „Przegląd Mechaniczny”, nr 5/2014.
- [13] Sorn P., Górski J., Przewłócki J.: Probabilistic analysis of a space truss by means of a multidimensional variable description. "Archives of Civil Engineering", 2 (2015).
- [14] Orlik G.: Deformacje kształtu stalowych zbiorników cylindrycznych, ich statystyczne własności oraz symulacja numeryczna. Rozprawa doktorska. Politechnika Gdańska, Wydział Budownictwa Lądowego, 1976.
- [15] Ziółko J.: Zbiorniki metalowe na ciecze i gazy. Arkady, Warszawa 1986.
- [16] Kowalski D.: Wpływ imperfekcji wykonawczych na stan naprężeń w płaszczu stalowego zbiornika o osi pionowej. Rozprawa doktorska. Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, 2004.
- [17] Bielewicz E., Górski J., Walukiewicz H.: Symulacje komputerowe w mechanice budowli i w zagadnieniach środowiska. „Inżynieria i Budownictwo”, nr 5/1995.