

# NIELINIOWY DYNAMICZNY MODEL INSTALACJI KATALITYCZNEGO ODTLENIANIA WODY

Paweł Poreda, Robert Piotrowski

*Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Politechnika Gdańska, ul. G. Narutowicza 11/12,  
80-233 Gdańsk, Polska, e-mail: poredapawel@gmail.com, r.piotrowski@eia.pg.gda.pl*

## Streszczenie

---

Instalacja katalitycznego odtleniania wody służy do redukcji stężenia tlenu rozpuszczonego w wodzie zasilającej obieg ciepłowniczy. W artykule opisano przykładową instalację tego rodzaju. Analiza procesów w niej zachodzących pozwoliła zaproponować metodykę budowy i strukturę modelu. Ze względu na różne skale czasowe dynamiki procesów zachodzących w instalacji i jej poszczególnych elementach zaproponowano model w części statyczny, a w części dynamiczny. Po przeprowadzeniu estymacji jego parametrów model zaimplementowano w środowisku komputerowym Matlab/Simulink i zweryfikowano na podstawie pomiarów. Opracowany model umożliwia analizę i ocenę jakości pracy instalacji.

**Słowa kluczowe:** modelowanie matematyczne, model nieliniowy, model dynamiczny, instalacja odtleniania wody

## NONLINEAR DYNAMIC MODEL FOR INSTALLATION OF CATALYTIC REDUCTION OF OXYGEN

### Summary

---

Installation of catalytic reduction of oxygen is used to reduce the concentration of dissolved oxygen in the feed water of heating circuit. In the paper a mathematical model of the system has been presented. Analysis of the processes taking place in the real installation allowed to propose a methodology of construction and structure of the model. Due to different time scales of dynamics of modeled processes, partially dynamic and static models have been proposed. After estimation of the parameters, the model was implemented in a computer environment Matlab/Simulink and verified by measurements. Developed model allows to analyze and assess the quality of the installation work.

**Keywords:** mathematical modelling, nonlinear model, dynamic model, installation of catalytic reduction of oxygen

## 1. WPROWADZENIE

Uzdatnianie wody jest ważnym zagadnieniem, ponieważ dotyczy dostosowania cech i składu wody do wymagań wynikających z jej przeznaczenia, np. woda pitna, przemysłowa. Jest to osiągnięte poprzez procesy technologiczne typu: klarowanie, odżelazianie, odmanganianie, dezynfekcję, odgazowanie, itd. [np. 1, 2, 3]. Mogą one być wykonane różnymi metodami zależnymi od wyników fizyczno-chemiczno-biologicznych badań wody surowej. Jedną z nich jest katalityczna metoda odtleniania wody, będąca przedmiotem artykułu.

Zadaniem instalacji katalitycznego odtleniania wody jest zredukowanie stężenia tlenu rozpuszczonego

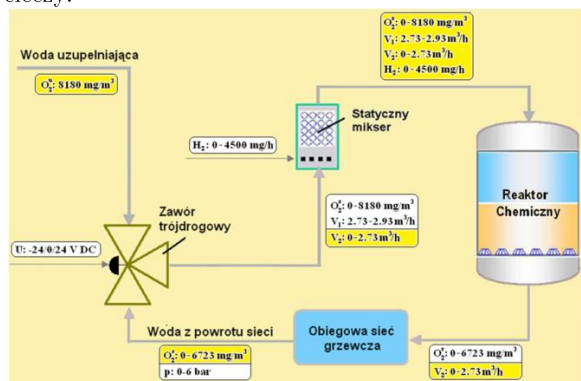
w wodzie zasilającej obieg ciepłowniczy. Obecność tego pierwiastka przyczynia się bowiem do postępu procesu korozji elementów sieci grzewczej.

Katalityczne odtlenianie wody jest jedną z nowych metod uzdatniania. W związku z tym pojawiają się tylko nieliczne publikacje opisujące instalację [4] lub reakcje zachodzące w wybranych elementach całego układu uzdatniania wody [5, 6]. Według najlepszej wiedzy autorów, w literaturze brakuje publikacji podejmujących temat budowy modeli matematycznych i komputerowych instalacji dla celów sterowania poziomem tlenu na jej wyjściu.

W artykule opracowano model matematyczny instalacji pracującej w Przedsiębiorstwie Energetyki Ciepłej w Suwałkach, który zaimplementowano, w sposób modułowy, w środowisku komputerowym Matlab/Simulink. Zawiera on wszystkie najważniejsze elementy niezbędne do poprawnego odwzorowania pracy instalacji, zarówno jeśli chodzi o przebieg reakcji chemicznych, jak również dynamicznych zachodzących w jej poszczególnych częściach. Model składa się z dwóch części: statycznej i dynamicznej. Pierwszą z nich, dotyczącą procesów chemicznych zbudowano na podstawie wiedzy apriorycznej, dokumentacji technicznej producentów urządzeń oraz doświadczenia inżynierów prowadzących proces. Modele dynamiczne dotyczą charakterystyk czasowych elementów układu i zbudowano je z wykorzystaniem danych pomiarowych [7]. W modelu wynikowym można wyróżnić trzy elementy: zawór trójdrogowy, reaktor chemiczny oraz obiegową sieć grzewczą. Po połączeniu ich w jedną całość dokonano weryfikacji modelu na podstawie pomiarów obiektowych. Opracowany model umożliwia analizę i ocenę skuteczności pracy instalacji. Układ ten posiada elementy i właściwości charakterystyczne dla dużej rodziny obiektów tej klasy, przez co model można traktować bardziej ogólnie i stosować (po ewentualnych modyfikacjach) dla szerokiej grupy tego typu instalacji.

## 2. INSTALACJA KATALITYCZNEGO ODTLENIANIA WODY

Instalacja katalitycznego odtleniania wody składa się z czterech głównych obiektów (rys. 1): zaworu trójdrogowego, miksera statycznego, reaktora chemicznego oraz obiegowej sieci grzewczej. Jest to typowy schemat instalacji tego rodzaju, z tą różnicą, że czasami w miejsce obiegowej sieci grzewczej umieszczany jest zamknięty zbiornik z regulacją wysokości słupa cieczy.

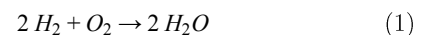


Rys. 1. Schemat instalacji katalitycznego odtleniania wody z zaznaczonymi wielkościami: mierzonymi (białe tło) i niemierzonymi (żółte tło) (opracowano na podstawie [8])

gdzie:  $O_2^u$  – stężenie tlenu w wodzie uzupełniającej,  $U$  – napięcie sterujące zaworem trójdrogowym,

$O_2^s$  – stężenie tlenu w wodzie z powrotu sieci,  $p$  – ciśnienie cieczy w obiegowej sieci grzewczej,  $O_2^w$  – stężenie tlenu w wodzie wyjściowej zaworu trójdrogowego,  $V_1$  – prędkość przepływu cieczy przez stację uzdatniania wody (SUW),  $V_2$  – prędkość przepływu wody uzupełniającej przez SUW,  $H_2$  – prędkość dozowanego wodoru,  $O_2^r$  – stężenie tlenu w wodzie wyjściowej reaktora chemicznego.

W zaworze trójdrogowym następuje mieszanie się dwóch dopływów wody. Ich ciśnienia są wyrównane przed zaworem. Ciecz pochodząca z pierwszego dopływu (woda uzupełniająca) charakteryzuje się stałym stężeniem tlenu (około 8180 mg/m<sup>3</sup>). Drugim dopływem do zaworu jest ciecz (woda z powrotu sieci), której stężenie tlenu jest wielkością niemierzoną i zmienną w czasie w zakresie 0-6723 mg/m<sup>3</sup>. Proporcje tych dopływów w mieszaninie wyjściowej zaworu trójdrogowego oraz poziom tlenu na jego wyjściu zależą od położenia trzpienia zaworu. Sterowanie jego położeniem jest trójstanowe: {-24, 0, 24} V DC. Po zasileniu napięciem -24 V DC zawór zamyka się i na wyjściu pozostaje jedynie woda z powrotu sieci. Wartość 0 V DC oznacza brak ruchu trzpienia, natomiast po przejściu do skrajnej pozycji, przy polaryzacji dodatniej, na wyjściu pojawi się jedynie woda uzupełniająca. Mieszanka wyjściowa za zaworem łączy się z dozowanym wodorem, a następnie zostaje wymieszana w mikserze statycznym. Następnie ciecz dopływa do reaktora chemicznego. Następuje tu katalityczne odtlenianie wody, tzw. reakcja piorunująca. Ciecz zawierająca cząsteczki wodoru ( $H_2$ ) oraz tlenu ( $O_2$ ) przepływa przez znajdującą się w reaktorze masę katalityczną. Zachodzi wówczas reakcja:



Wodór łączy się z tlenem, dając wodę, co zmniejsza stężenie tlenu w strumieniu wyjściowym reaktora. Odtleniona woda przepływa bezpośrednio do obiegowej sieci grzewczej. Występujące zakłócenia (np. nieszczelności) powodują spadek ciśnienia cieczy w rurociągach. Zadaniem instalacji, obok odtlenienia wody, jest również utrzymanie zadanego ciśnienia w sieci grzewczej za pomocą sterowania położeniem trzpienia zaworu trójdrogowego.

## 3. MODELOWANIE INSTALACJI

W czasie badań instalacji w Przedsiębiorstwie Energetyki Ciepłej w Suwałkach zauważono bardzo niewielki wpływ oddziaływania miksera statycznego na przemiany zachodzące w reaktorze chemicznym. W związku z tym, oraz z powodu braku pomiarów obiektowych, został on zamodelowany jako statyczny element proporcjonalny o jednostkowym wzmocnieniu.

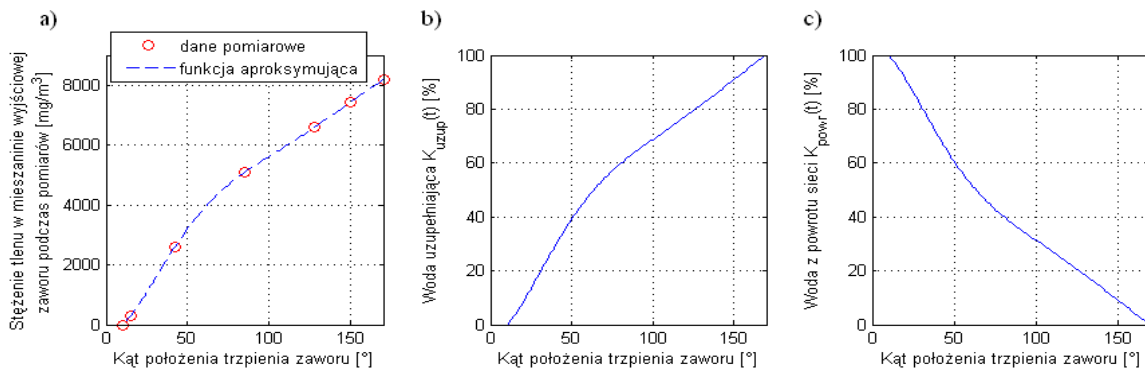
### 3.1. ZAWÓR TRÓJDROGOWY

Pierwszym etapem modelowania zaworu (rys.1) było założenie zakresu położenia trzpienia, przyjęto:  $x(t) \in < 0^\circ; 170^\circ >$ . Zmiana położenia trzpienia zaworu od pozycji zamkniętej do maksymalnego otwarcia trwa 170 s, z tego wynika przyjęty zakres. W pozycji  $0^\circ$  na wyjściu zaworu pojawia się jedynie woda z powrotu obiegowej sieci grzewczej, a w pozycji  $170^\circ$  – strumień wody uzupełniającej. Dla uproszczenia symboliki zasilania  $U(t)$  przyjęto: -24 V DC – stan niski „-1”, 0 V DC – stan neutralny „0” oraz 24 V DC – stan wysoki „1”.

$$K_{uzup}(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0^\circ \leq x(t) \leq 10^\circ \\ 4,0088 \cdot 10^{-11} \cdot x(t)^6 - 2,7285 \cdot 10^{-8} \cdot x(t)^5 + 7,1404 \cdot 10^{-6} \cdot x(t)^4 + \\ - 8,7975 \cdot 10^{-4} \cdot x(t)^3 + 4,7771 \cdot 10^{-2} \cdot x(t)^2 - 7,298 \cdot 10^{-2} \cdot x(t) - 3,2364 & \text{dla } 10^\circ < x(t) \leq 170^\circ \end{cases} \quad (2)$$

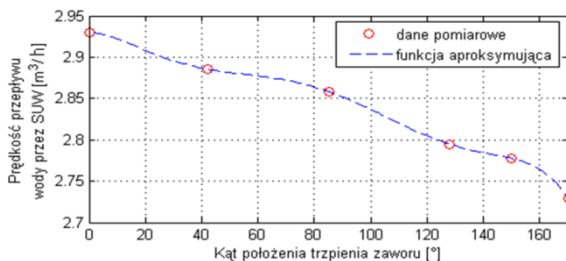
$$K_{powr}(t) = 100\% - K_{uzup}(t) \quad (3)$$

gdzie:  $K_{uzup}(t)$ ,  $K_{powr}(t)$  – zawartości procentowe odpowiednio wody uzupełniającej oraz wody z powrotu obiegowej sieci grzewczej w mieszaninie wyjściowej zaworu trójdrogowego [%].



Rys. 2. a). Stężenie tlenu w mieszaninie wyjściowej; b). Zawartość procentowa wody uzupełniającej w strumieniu wyjściowym zaworu trójdrogowego; c). Zawartość procentowa wody z powrotu obiegowej sieci grzewczej w strumieniu wyjściowym zaworu trójdrogowego

W dalszej kolejności, na podstawie danych obiektowych, wyznaczono równanie opisujące charakterystykę prędkości przepływu cieczy przez SUW (rys. 3) – patrz: zależność (4):



Rys. 3. Prędkość przepływu wody przez SUW w zależności od położenia trzpienia zaworu trójdrogowego

$$V_1(t) = -5,0594 \cdot 10^{-13} \cdot x(t)^6 + 2,4322 \cdot 10^{-10} \cdot x(t)^5 - \quad (4)$$

Podczas badań zmian położenia trzpienia zaworu do pozycji  $0^\circ$  okazało się, że stężenie tlenu w mieszaninie wyjściowej modelowanego obiektu wynosiło  $O_2^z(t) = 0 \text{ mg/m}^3$ . Przyjęto więc, że podczas zapisu danych pomiarowych stężenie tlenu w wodzie z powrotu sieci było równe  $O_2^s(t) = 0 \text{ mg/m}^3$ . Dokonano aproksymacji zależności łączącej stężenie tlenu w mieszaninie wyjściowej z położeniem trzpienia zaworu wielomianem szóstego rzędu (rys. 2a). Następnie po znormalizowaniu tej charakterystyki wyznaczono proporcje strumieni dopływów w mieszaninie wyjściowej zaworu w zależności od położenia jego trzpienia (rysunki 2b-2c). Proporcje te opisują związek:

$$-4,285 \cdot 10^{-8} \cdot x(t)^4 + 3,3218 \cdot 10^{-6} \cdot x(t)^3 - \\ - 1,0566 \cdot 10^{-4} \cdot x(t)^2 + 2,93$$

Kolejną modelowaną wielkością charakteryzującą zawór trójdrogowy jest prędkość przepływu wody uzupełniającej przez SUW  $V_2(t)$  (5). Wielkość ta odpowiada za wzrost ciśnienia w obiegowej sieci grzewczej i wynika bezpośrednio z przepływu cieczy  $V_1(t)$  oraz procentowej zawartości wody uzupełniającej w mieszaninie wyjściowej zaworu trójdrogowego  $K_{uzup}(t)$ .

$$V_2(t) = V_1(t) \cdot K_{uzup}(t) \quad (5)$$

Następnie określono zależność łączącą stężenie tlenu na wyjściu zaworu z kątem położenia trzpienia. W stanie ustalonym odpowiada ona średniej ważonej stężeniu tlenu w strumieniach wejściowych zaworu.

Wagami są procentowe ilości tych strumieni w mieszaninie wyjściowej wynikające z aktualnego położenia trzpienia zaworu:

$$O_2^{static}(t) = \frac{K_{uzup}(t) \cdot O_2^u + K_{powr}(t) \cdot O_2^s(t)}{K_{uzup}(t) + K_{powr}(t)} \quad (6)$$

Podstawiając równanie (3) do (6), otrzymano:

$$O_2^{static}(t) = K_{uzup}(t) \cdot (O_2^u - O_2^s(t)) + O_2^s(t) \quad (7)$$

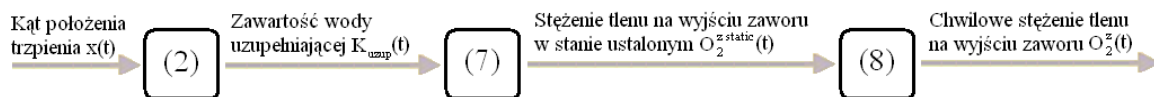
Ostatnim etapem modelowania zaworu trójdrogowego jest odwzorowanie matematyczne dynamiki stężenia tlenu na jego wyjściu względem zmian kąta położenia trzpienia zaworu. Na podstawie danych obiekto-

wych zauważono duże podobieństwo tej dynamiki do odpowiedzi typu inercja pierwszego rzędu z opóźnieniem, opisaną równaniem różniczkowym:

$$\frac{dO_2^z(t)}{dt} = -\frac{1}{T_s} \cdot O_2^z(t) + \frac{K}{T_s} \cdot O_2^{static}(t - T_0) \quad (8)$$

gdzie:  $O_2^z(t)$  – sygnał wyjściowy,  $O_2^{static}(t - T_0)$  – opóźniony sygnał wejściowy,  $T_s$  – stała czasowa inercji,  $T_0$  – stała czasowa opóźnienia,  $K$  – współczynnik wzmocnienia.

Połączenie zależności (2), (7) i (8) pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Schemat blokowy łączący dynamikę stężenia tlenu na wyjściu zaworu ze zmianami kąta położenia trzpienia

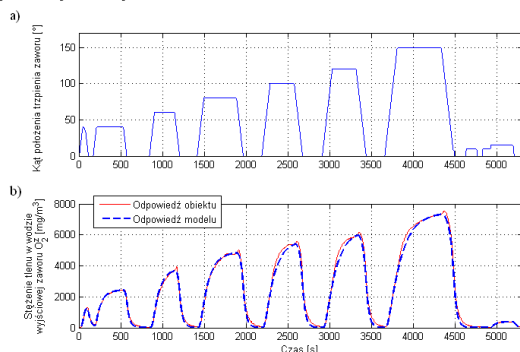
Na podstawie przeprowadzonych badań wyznaczono parametry równania (8) i uzyskano:  $K = 1$ ,  $T_0 = 7$  s. Współczynnik  $T_s$  jest zmienną zależną od kąta położenia trzpienia zaworu. Przyjęto, że zmienia się on liniowo (równanie (9)). Parametry tej zależności wyznaczono pośrednio metodą najmniejszych kwadratów. Po podstawieniu (7) do (8) otrzymano równanie (10).

$$T_s(t) = 0.7806 \cdot x(t) + 33.2903 \quad (9)$$

$$\frac{dO_2^z(t)}{dt} = -\frac{1}{T_s(t)} \cdot O_2^z(t) + \frac{O_2^u - O_2^s(t - 7 \text{ s})}{T_s(t)} \cdot K_{uzup}(t - 7 \text{ s}) + \frac{O_2^s(t - 7 \text{ s})}{T_s(t)} \quad (10)$$

Reasumując, stwierdzono, że zamodelowane zależności związane z zaworem trójdrogowym tworzą zbiór złożony z równań algebraicznych (2)-(5), (9) oraz równania różniczkowego (10).

Na rys. 5a pokazano położenie trzpienia zaworu (wymuszenie), a na rys. 5b odpowiedź obiektu rzeczywistego i modelu. Można zaobserwować dużą zgodność uzyskanych wyników.



Rys. 5. Odpowiedzi obiektu rzeczywistego i modelu na przykładowy sygnał wymuszający

### 3.2. REAKTOR CHEMICZNY

Reaktor jest złożonym nieliniowym obiektem. Po przeprowadzeniu obserwacji oraz zebraniu pomiarów obiektowych modelowanie tego elementu podzielono na etapy. Wyjściowym równaniem, na podstawie wiedzy technologicznej, było równanie postaci [9]:

$$O_2^{static}(t) = O_2^z(t) - \frac{H_2(t)}{V_1(t)} \cdot 8 \quad (11)$$

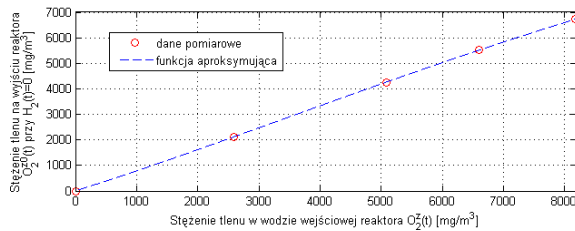
gdzie:  $O_2^{static}(t)$  – stężenie tlenu w mieszaninie wyjściowej reaktora w stanie ustalonym [mg/m<sup>3</sup>].

Zauważono, że przy prędkości dozowania wodoru równej 0 mg/h stężenie tlenu na wyjściu reaktora było na niższym poziomie niż w wodzie wejściowej. Jest to sprzeczne z równaniem (11), więc wprowadzono zmiany. Zmodyfikowano wcześniejsze założenie do następującej postaci:

$$O_2^{static}(t) = O_2^{z0}(t) - \frac{H_2(t)}{V_1(t)} \cdot W(O_2^z(t), H_2(t)) \quad (12)$$

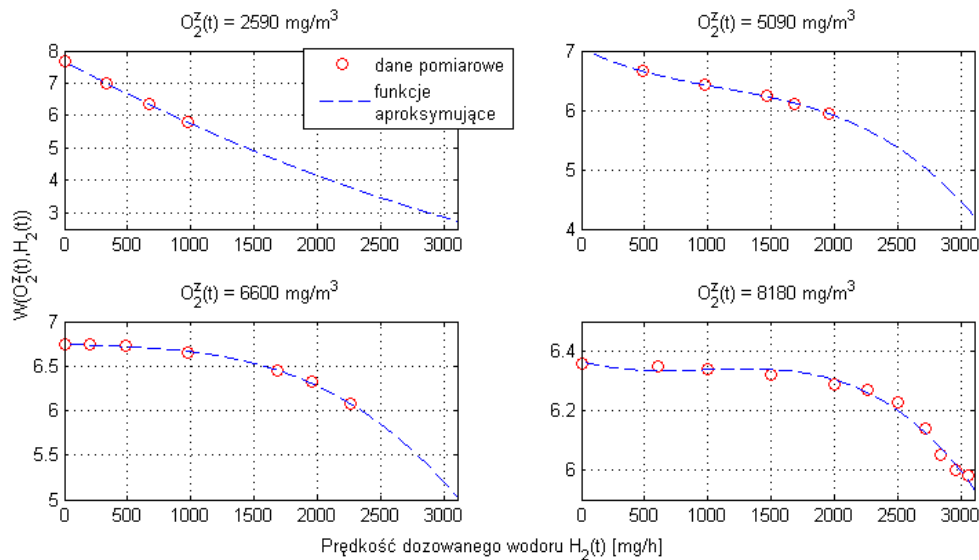
gdzie:  $O_2^{z0}(t)$  – zależność łącząca stężenie tlenu na wyjściu reaktora chemicznego ze stężeniem tlenu w strumieniu wejściowym przy  $H_2(t) = 0$  mg/h [mg/m<sup>3</sup>],  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  – funkcja intensywności zachodzenia reakcji w reaktorze zależna od punktu pracy.

Następnie, na podstawie danych obiektowych, dokonano aproksymacji zależności  $O_2^{z0}(t)$  (rys. 6), otrzymując równanie:



Rys. 6. Zależność stężenia tlenu w wodzie wyjściowej reaktora od stężenia tlenu w strumieniu zasilaającym przy dozowaniu wodoru na poziomie  $H_2(t) = 0$  mg/h

$$O_2^w(t) = 9,9722 \cdot 10^{-14} \cdot O_2^z(t)^4 - 3,953 \cdot 10^{-9} \cdot O_2^z(t)^3 + 3,4161 \cdot 10^{-5} \cdot O_2^z(t)^2 + 0,75291 \cdot O_2^z(t) \quad (13)$$



Rys. 7. Funkcja  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  w zależności od prędkości dozowania wodoru  $H_2(t)$  dla wybranych poziomów stężenia  $O_2^z(t)$

$$W(2590 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) = 1,0055 \cdot 10^{-13} \cdot H_2(t)^3 + 1,59 \cdot 10^{-7} \cdot H_2(t)^2 - 2,0834 \cdot 10^{-3} \cdot H_2(t) + 7,6801 \quad (15)$$

$$W(5090 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) = -1,7812 \cdot 10^{-10} \cdot H_2(t)^3 + 5,9687 \cdot 10^{-7} \cdot H_2(t)^2 - 1,0507 \cdot 10^{-3} \cdot H_2(t) + 7,0483 \quad (16)$$

$$W(6600 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) = -6,5768 \cdot 10^{-11} \cdot H_2(t)^3 + 4,7698 \cdot 10^{-8} \cdot H_2(t)^2 - 6,814 \cdot 10^{-5} \cdot H_2(t) + 6,7471 \quad (17)$$

$$W(8180 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) = -4,5264 \cdot 10^{-11} \cdot H_2(t)^3 + 1,3302 \cdot 10^{-7} \cdot H_2(t)^2 - 1,1595 \cdot 10^{-4} \cdot H_2(t) + 6,366 \quad (18)$$

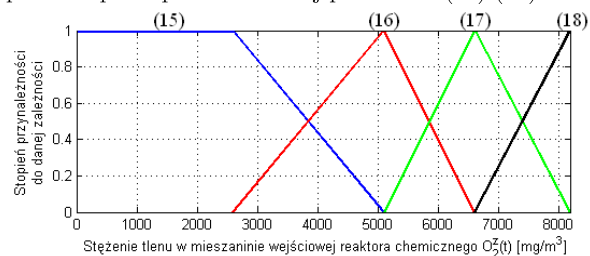
Kolejnym etapem było znalezienie zależności opisującej funkcję  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  w przedziałach ciągłych  $O_2^z(t) \in (0; 8180 > \text{mg/m}^3)$  oraz  $H_2(t) \in (0; 4500 > \text{mg/h})$ . Zależności (15)-(18) powiązano ze sobą za pomocą logiki rozmytej. Zbiory przynależności zaprezentowano na rys. 8, a matematyczny opis funkcji intensywności zachodzenia reakcji opisano wyrażeniem (23). Równanie  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  jest równoznaczne z  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  dla  $O_2^z(t) \in (0; 2590 > \text{mg/m}^3)$ , natomiast dla pozostałego zakresu  $O_2^z(t) \in (2590; 8180 > \text{mg/m}^3)$  stanowi sumę dwóch relacji spośród (15)-(18), w zależności od stężenia

Kolejnym krokiem było zamodelowanie funkcji  $W(O_2^z(t), H_2(t))$ . W tym celu przekształcono równanie (12) do postaci (14).

$$W(O_2^z(t), H_2(t)) = \frac{(O_2^z(t) - O_2^w(t)) \cdot v_1(t)}{H_2(t)} \quad (14)$$

Przeprowadzono testy symulacyjne w środowisku Matlab/Simulink, wyodrębniając, na podstawie danych obiektowych, poszczególne wartości  $W(O_2^z(t), H_2(t))$ . Badania przeprowadzono dla wybranych poziomów stężenia  $O_2^z(t)$ . W ten sposób wyznaczono funkcje aproksymujące w postaci wielomianów trzeciego stopnia (rys. 7), przedstawione jako zależności (15)-(18):

wejściowego reaktora chemicznego, przemnożonych przez stopień spełnienia danej przesłanki (19)-(22).



Rys. 8. Zbiory przynależności równań (15)-(18)

Jeśli  $O_2^z(t)$  jest 2590 mg/m<sup>3</sup> wtedy  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  równa się  $W(2590 \text{ mg/m}^3, H_2(t))$  (19)

Jeśli  $O_2^z(t)$  jest 5090 mg/m<sup>3</sup> wtedy  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  równa się  $W(5090 \text{ mg/m}^3, H_2(t))$  (20)

Jeśli  $O_2^z(t)$  jest 6600 mg/m<sup>3</sup> wtedy  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  równa się  $W(6600 \text{ mg/m}^3, H_2(t))$  (21)

Jeśli  $O_2^z(t)$  jest 8180 mg/m<sup>3</sup> wtedy  $W(O_2^z(t), H_2(t))$  równa się  $W(8180 \text{ mg/m}^3, H_2(t))$  (22)

$$W(O_2^z(t), H_2(t)) = \begin{cases} W(2590 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) & \text{dla } 0 \leq O_2^z(t) \leq 2590 \text{ mg/m}^3 \\ \frac{5090 \text{ mg/h} - O_2^z(t)}{5090 \text{ mg/h} - 2590 \text{ mg/h}} \cdot W(2590 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) + \frac{O_2^z(t) - 2590 \text{ mg/h}}{5090 \text{ mg/h} - 2590 \text{ mg/h}} \cdot W(5090 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) & \text{dla } 2590 \text{ mg/m}^3 < O_2^z(t) \leq 5090 \text{ mg/m}^3 \\ \frac{6600 \text{ mg/h} - O_2^z(t)}{6600 \text{ mg/h} - 5090 \text{ mg/h}} \cdot W(5090 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) + \frac{O_2^z(t) - 5090 \text{ mg/h}}{6600 \text{ mg/h} - 5090 \text{ mg/h}} \cdot W(6600 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) & \text{dla } 5090 \text{ mg/m}^3 < O_2^z(t) \leq 6600 \text{ mg/m}^3 \\ \frac{8180 \text{ mg/h} - O_2^z(t)}{8180 \text{ mg/h} - 6600 \text{ mg/h}} \cdot W(6600 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) + \frac{O_2^z(t) - 6600 \text{ mg/h}}{8180 \text{ mg/h} - 6600 \text{ mg/h}} \cdot W(8180 \text{ mg/m}^3, H_2(t)) & \text{dla } 6600 \text{ mg/m}^3 < O_2^z(t) \leq 8180 \text{ mg/m}^3 \end{cases} \quad (23)$$

Podczas analizy danych obiektowych zauważono, że dynamika odpowiedzi stężenia tlenu wyjściowego z reaktora na zmiany stężenia tlenu w mieszaninie wejściowej zbliżona jest do odpowiedzi układu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem (24). Ponadto

wpływ zmian prędkości dozowanego wodoru na stężenie tlenu w mieszaninie wyjściowej z reaktora jest zbliżony do dynamiki układu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem (25).

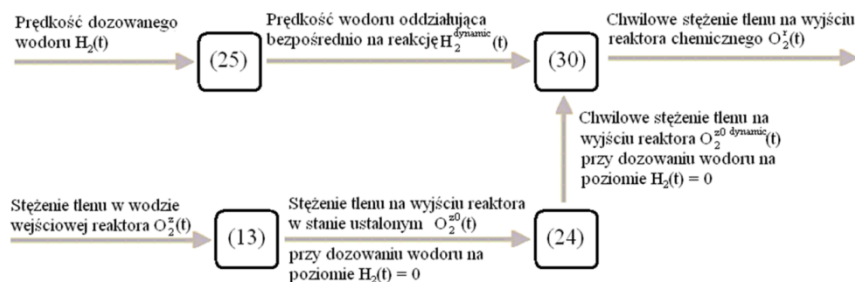
$$\frac{dO_2^{dynamic}(t)}{dt} = -\frac{1}{T_{s1}} \cdot O_2^{dynamic}(t) + \frac{K_1}{T_{s1}} \cdot O_2^0(t - T_1) \quad (24)$$

$$\frac{d^2 H_2^{dynamic}(t)}{dt^2} = -\frac{T_{s2} + T_{s3}}{T_{s2} \cdot T_{s3}} \cdot \frac{dH_2^{dynamic}(t)}{dt} - \frac{1}{T_{s2} \cdot T_{s3}} \cdot H_2^{dynamic}(t) + \frac{K_2}{T_{s2} \cdot T_{s3}} \cdot H_2(t - T_2) \quad (25)$$

gdzie:  $O_2^{dynamic}(t)$ ,  $H_2^{dynamic}(t)$  – sygnały wyjściowe,  $O_2^0(t - T_1)$ ,  $H_2(t - T_2)$  – opóźnione sygnały wejściowe,  $T_{s1}$ ,  $T_{s2}$ ,  $T_{s3}$  – stałe czasowe inercji,  $T_1$ ,  $T_2$  – stałe czasowe opóźnień,  $K_1$ ,  $K_2$  – współczynniki wzmocnienia.

Następnie, wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów, wyznaczono nieznane parametry:  $T_1 = 91 \text{ s}$ ,  $T_2 = 119 \text{ s}$ ,  $T_{s1} = 78 \text{ s}$ ,  $T_{s2} = 40 \text{ s}$ ,  $T_{s3} = 141 \text{ s}$ .

Na rys. 9 przedstawiono schemat blokowy opisujący zależności między wielkościami wejściowymi a wielkością wyjściową reaktora chemicznego.



Rys. 9. Schemat zależności łączących stężenie tlenu na wyjściu reaktora chemicznego  $O_2^z(t)$  z prędkością dozowanego wodoru  $H_2(t)$  oraz stężeniem tlenu w strumieniu wejściowym reaktora  $O_2^0(t)$

W celu wyznaczenia zależności opisującej chwilowe stężenie tlenu  $O_2^{30\ dynamic}(t)$  w odpowiedzi na zmiany stężenia tlenu  $O_2^z(t)$  w strumieniu wejściowym, przy

prędkości dozowanego wodoru na poziomie  $H_2(t) = 0$  mg/h, przekształcono równanie (13) do postaci (26), (27).

$$O_2^{30}(t) = \left( 9,9722 \cdot 10^{-14} \cdot O_2^z(t)^3 - 3,953 \cdot 10^{-9} \cdot O_2^z(t)^2 + 3,4161 \cdot 10^{-5} \cdot O_2^z(t) + 0,75291 \right) \cdot O_2^z(t) = K(O_2^z(t)) \cdot O_2^z(t) \quad (26)$$

$$K(O_2^z(t)) = 9,9722 \cdot 10^{-14} \cdot O_2^z(t)^3 - 3,953 \cdot 10^{-9} \cdot O_2^z(t)^2 + 3,4161 \cdot 10^{-5} \cdot O_2^z(t) + 0,75291 \quad (27)$$

Podstawiając równanie (26) do (24) otrzymano:

$$\frac{dO_2^{30\ dynamic}(t)}{dt} = -\frac{1}{78\text{ s}} \cdot O_2^{30\ dynamic}(t) + \frac{K(O_2^z(t-91\text{ s}))}{78\text{ s}} \cdot O_2^z(t-91\text{ s}) \quad (28)$$

Maksymalna możliwa prędkość dozowanego wodoru wynosi 4500 mg/h. Niestety, równanie (12) nie uwzględnia ograniczenia wynikającego z praw fizyki (29). W celu zamodelowania górnej chwilowej wartości dozowanego wodoru zmodyfikowano zależność (12) za pomocą (25) oraz (28) do postaci (30). Następnie podstawiono  $O_2^z(t) = 0$  oraz przekształcono w odpowiedni sposób, aby uzyskać zależność (31), (32) opisującą ograniczenie dozowanego wodoru  $H_2^{dynamic\ max}(t)$  oddziałującego bezpośrednio na reakcję zachodzącą w reaktorze.

$$O_2^z(t) \geq 0 \quad (29)$$

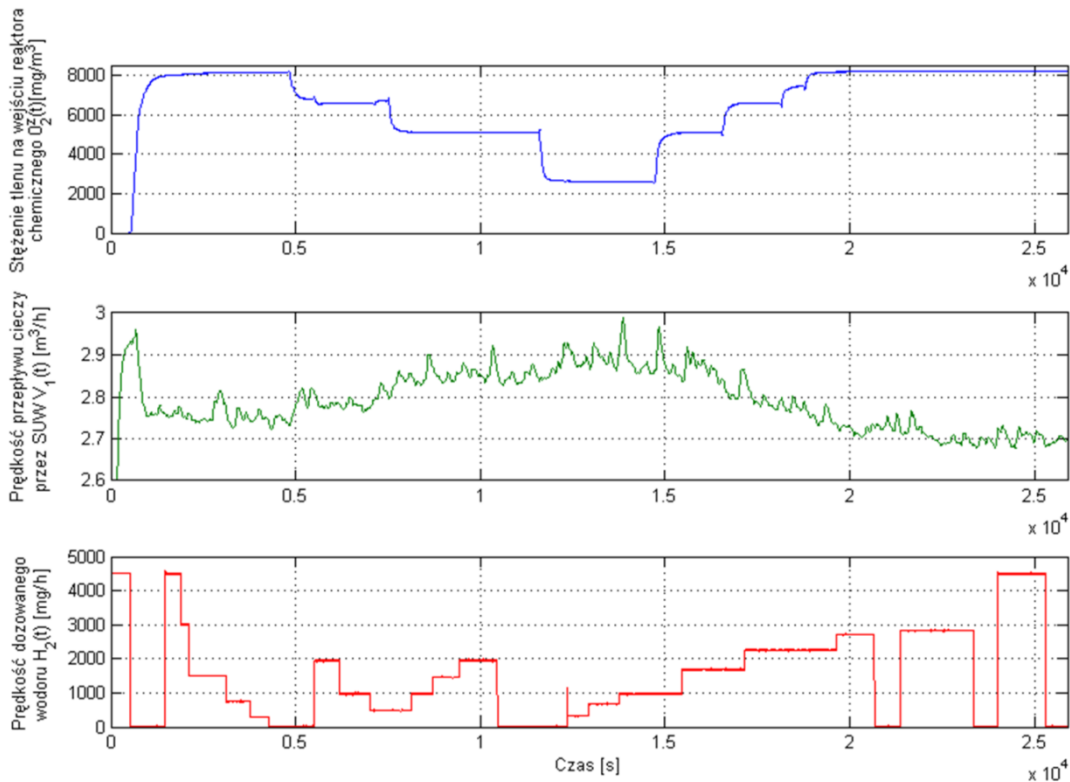
$$O_2^z(t) = O_2^{30\ dynamic}(t) - \frac{H_2^{dynamic}(t)}{V_1(t)} \cdot W(O_2^z(t), H_2^{dynamic}(t)) \quad (30)$$

$$H_2^{dynamic\ max}(t) = \frac{O_2^{30\ dynamic}(t) \cdot V_1(t)}{W(O_2^z(t), H_2^{dynamic}(t))} \quad (31)$$

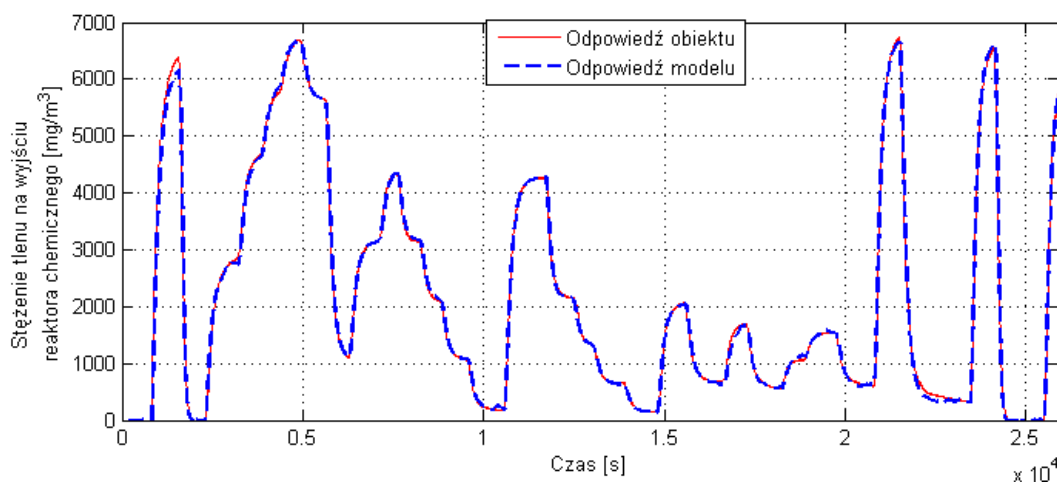
$$0 \leq H_2^{dynamic}(t) \leq H_2^{dynamic\ max}(t) \quad (32)$$

Podsumowując, stwierdzono, że zależności opisujące model reaktora chemicznego tworzą zbiór równań i nierówności algebraicznych (15)-(18), (23), (27), (30)-(32) oraz równań różniczkowych (25), (28).

Na rys. 10 przedstawiono przebiegi wielkości wejściowych reaktora chemicznego, a na rys. 11 odpowiedź obiektu rzeczywistego i modelu. W szerokim zakresie zmian wymuszeń, różnice między odpowiedziami są niewielkie.



Rys. 10. Przebiegi stężenia tlenu w strumieniu wejściowym reaktora  $O_2^z(t)$ , prędkości przepływu wody przez SUW  $V_1(t)$  oraz prędkości dozowanego wodoru  $H_2(t)$



Rys. 11. Odpowiedzi obiektu rzeczywistego i modelu na przykładowe sygnały wymuszające

### 3.3. OBIEGOWA SIĘĆ GRZEWICZA

Ostatnim elementem modelowanego systemu (rys. 1) jest obiegowa sieć grzewcza. Pierwszą zamodelowaną wielkością jest ciśnienie cieczy w obiegowej sieci grzewczej  $p(t)$ . Do obliczeń przyjęto:  $V_S$  – rozmiar sieci [ $\text{m}^3$ ],  $V(t)$  – ilość wody w sieci [ $\text{m}^3$ ],  $p(t)$  – ciśnienie cieczy w sieci grzewczej [bar],  $\beta$  – współczynnik sprężystości objętościowej wody [bar] (przyjęto stały niezależnie od ciśnienia),  $x(t)$  – przyrost ilości wody w obiegowej sieci grzewczej nad jej rozmiarem [%]. Zmieniając ilość cieczy o  $x(t)$ , można wyznaczyć:

$$p(t) = x(t) \cdot \beta \quad (33)$$

$$p(t) = \frac{V(t) - V_S}{V_S} \cdot \beta \quad (34)$$

$$p(t) = \left( \frac{V(t)}{V_S} - 1 \right) \cdot \beta \quad (35)$$

Chcąc zbudować model z możliwością wprowadzenia takich parametrów jak rozmiar sieci, jej początkowe ciśnienie oraz współczynnik rozszerzalności, wprowadzono odpowiedni wzór na jedyną brakującą wielkość, jaką jest początkowa ilość wody w sieci (41). Niech  $V_0$  będzie początkową ilością cieczy w obiegowej sieci grzewczej, a  $V_x(t)$  będzie ilością cieczy, której ubyło poprzez wyciek o prędkości  $V_w(t)$  lub przybyło dzięki dawkowaniu większej ilości wody uzupełniającej o prędkości  $V_2(t)$ . Brak zależności  $V_w(t)$  od zmiennych procesowych i czasu spowodował, że przyjęto upływność cieczy w postaci funkcji trygonometrycznej. Stąd otrzymano zależności (36)-(39).

$$V_w(t) = 0,2 \cdot \sin(0,005 \cdot t) + 0,05 \cdot \sin(0,05 \cdot t) - 0,25 \quad (36)$$

$$\frac{dV_x(t)}{dt} = V_w(t) + V_2(t) \quad (37)$$

$$V(t) = V_0 + V_x(t) \quad (38)$$

$$p(t) = \left( \frac{V_0 + V_x(t)}{V_S} - 1 \right) \cdot \beta \quad (39)$$

W chwili  $t = 0$  panuje ciśnienie początkowe sieci  $p(0) = p_0$  oraz  $V_x(0) = 0$ . Zatem, korzystając z równania (39) dla  $t = 0$ , wyprowadzono zależność (40) oraz po przekształceniu wyznaczono równanie na początkową ilość wody w sieci (41).

$$p_0 = \left( \frac{V_0}{V_S} - 1 \right) \cdot \beta \quad (40)$$

$$V_0 = \left( \frac{p_0 + \beta}{\beta} \right) \cdot V_S \quad (41)$$

Łącząc wyrażenie (39) z (41), jest:

$$p(t) = \left( \frac{\left( \frac{p_0 + \beta}{\beta} \right) \cdot V_S + V_x(t)}{V_S} - 1 \right) \cdot \beta \quad (42)$$

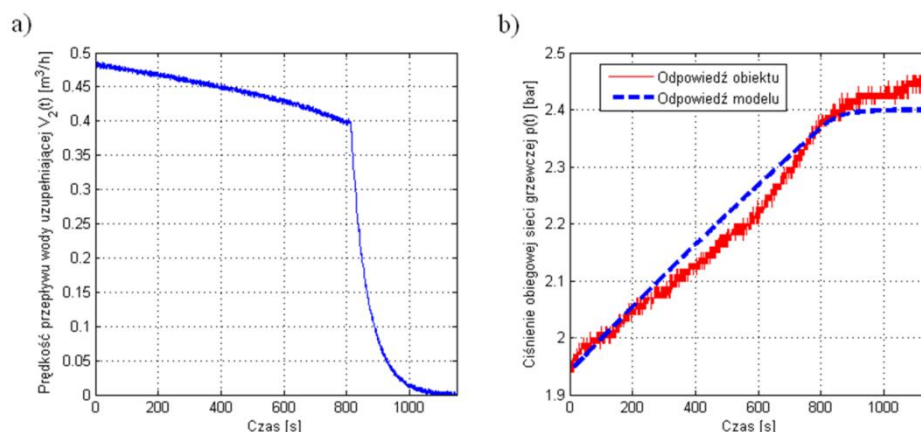
Równanie (42) opisuje ciśnienie cieczy w sieci grzewczej w chwili  $t$ , zależne od przyjętego ciśnienia początkowego  $p_0$ , współczynnika sprężystości objętościowej wody  $\beta$ , rozmiaru sieci  $V_S$  oraz zmiany ilości cieczy w sieci  $V_x(t)$ . Do testów symulacyjnych przyjęto:  $\beta = 2,2 \cdot 10^4$  bar,  $p_0 = 1,94$  bar. Następnie, korzystając z danych obiektowych, wyznaczono eksperymentalnie rozmiar obiegowej sieci grzewczej. Poszukując z krokiem  $10^5$   $\text{m}^3$  zminimalizowano funkcjonal (43), wyznaczając:  $V_S = 1,84 \cdot 10^7$   $\text{m}^3$ .

$$F(V_S) = \frac{1}{T} \int_0^T (p(t) - p_{real}(t))^2 dt \quad (43)$$

gdzie:  $p_{real}(t)$  – rzeczywiste ciśnienie obiegowej sieci grzewczej,  $T = 1150$  s – czas całkowania.

Na rys. 12a pokazano przebieg prędkości wody uzupełniającej podnoszącej ciśnienie w sieci  $V_2(t)$ , a na rys. 12b odpowiedź obiektu rzeczywistego i modelu. Można zaobserwować dużą zgodność uzyskanych wyników.





Rys. 12. Prędkość przepływu cieczy podnoszącej ciśnienie w sieci oraz odpowiedzi obiektu rzeczywistego i modelu obiegowej sieci grzewczej

Kolejną wielkością modelowanego obiektu jest poziom stężenia tlenu w cieczy powracającej z obiegowej sieci grzewczej  $O_2^s(t)$ . Niezbędne do tego jest określenie modelu zdolności magazynowania tlenu w jednostce objętości cieczy w sieci. Ze względu na brak pomiarów umożliwiających identyfikację tej wielkości przyjęto następujące założenia: czas przebycia jednej objętości wody równej rozmiarowi sieci grzewczej przez rurociągi  $t_p = 10$  h, tlen wyjściowy sieci grzewczej jest równy sumie 50-krotnego rozcieńczenia roztworu tlenu wyjściowego reaktora  $O_2^r(t)$  po przebyciu czasu  $t_p$  przez rurociągi oraz 98% stężenia zmagazynowanego do tej pory tlenu w sieci grzewczej  $O_2^{s1}(t)$ , której poziom zmienia się w zależności od  $O_2^r(t)$  z czasem  $t_p$ . Powyższe założenia opisano następującymi równaniami: Kolejną wielkością modelowanego obiektu jest poziom stężenia tlenu w cieczy powracającej z obiegowej sieci grzewczej  $O_2^s(t)$ . Niezbędne do tego jest określenie modelu zdolności magazynowania tlenu w jednostce objętości cieczy w sieci. Ze względu na brak pomiarów umożliwiających identyfikację tej wielkości przyjęto następujące założenia: czas przebycia jednej objętości wody równej rozmiarowi sieci grzewczej przez rurociągi  $t_p = 10$  h, tlen wyjściowy sieci grzewczej jest równy sumie 50-krotnego rozcieńczenia roztworu tlenu wyjściowego reaktora  $O_2^r(t)$  po przebyciu czasu  $t_p$  przez rurociągi oraz 98% stężenia zmagazynowanego do tej pory tlenu w sieci grzewczej  $O_2^{s1}(t)$ , której poziom zmienia się w zależności od  $O_2^r(t)$  z czasem  $t_p$ . Powyższe założenia opisano następującymi równaniami:

$$O_2^{s1}(t) = O_{2\text{pocz}}^{s1} \quad \text{dla } t < t_p \quad (44)$$

$$\frac{dO_2^{s1}(t)}{dt} = \frac{(O_2^r(t-t_p) - O_2^{s1}(t))}{V(t)} \quad \text{dla } t \geq t_p \quad (45)$$

$$O_2^s(t) = \frac{49}{50} \cdot O_2^{s1}(t) + \frac{1}{50} \cdot O_2^r(t-t_p) \quad (46)$$

Reasumując, stwierdza się, że zależności opisujące model obiegowej sieci grzewczej tworzą zbiór równań algebraicznych (36), (42), (44), (46) i różniczkowych (37), (45).

#### 4. PODSUMOWANIE

W ostatnich latach zaobserwować można intensywne prace badawczo-przemysłowe prowadzące do powstawania i rozwoju nowych metod modelowania i identyfikacji parametrów systemów różnego rodzaju [10]. Pierwszym krokiem w tych pracach jest przyjęcie struktury modelu rozważanego procesu. W artykule przedstawiono metodykę budowy modelu matematycznego procesów związanych z instalacją katalitycznego odtleniania wody, ważnej części procesów stosowanych np. w przemyśle ciepłowniczym. Do budowy modelu i jego weryfikacji wykorzystano dane obiektowe. W identyfikacji parametrów modeli zaworu trójdrogowego, reaktora chemicznego oraz obiegowej sieci grzewczej wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów. Uzyskano efektywne narzędzie analizy dynamiki zmian procesów chemicznych oraz sygnałów związanych z pracą instalacji katalitycznego odtleniania wody. W przyszłości, zbudowane modele wykorzystane zostaną w pracach nad opracowaniem i syntezą układu sterowania.

## Literatura

---

1. Szpindor A.: Zaopatrzenie w wodę i kanalizacja wsi. Wyd. 2. Warszawa: Wyd. „Arkady”, 1998.
2. Kowal A.L., Świdorska-Bróz M.: Oczyszczanie wody. Podstawy teoretyczne i technologiczne, procesy i urządzenia. Wyd. 6. Warszawa: Wyd. Nauk. PWN, 2009.
3. Nawrocki J.: Uzdatnianie wody: procesy fizyczne, chemiczne i biologiczne. Cz. 1. Warszawa: Wyd. Nauk. PWN, 2010.
4. Sekuła W.: Uzdatnianie wody: poradnik. Bydgoszcz: Ofic. Wyd. Projprzem-EKO, 2000.
5. Gross M.S., Pisarello M.L., Pierpauli K.A., Querini C.A.: Catalytic Deoxygenation of Water: Preparation, Deactivation, and Regeneration of Palladium on a Resin Catalyst. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, Vol. 49, p. 81 – 88.
6. Obukhov D.V., Kudinov A.A., Ziganshina S.K.: Deoxygenation of chemically treated water by catalytic reduction of oxygen using a palladium catalyst. “*Thermal Engineering*” 2010, Vol. 57, No. 7, p. 626 – 630.
7. Gutenbaum J.: Modelowanie matematyczne systemów. Łódź: PWN, 1987.
8. <http://www.promat-woda.pl>, dostęp: 30 wrzesień 2013.
9. Instrukcja eksploatacyjna stacji uzdatniania wody  $Q = 3 \text{ m}^3/\text{h}$  PEC Suwałki. Promat-Woda Sp. z o.o., Gdynia, 2009.
10. Hatanaka T., Kawaguchi Y., Uosaki K.: Nonlinear system identification based on evolutionary fuzzy modeling. “*Evolutionary Computation*” 2004, Vol. 1, p. 646 – 651.