

## O MODELOWANIU NUMERYCZNYM DŹWIGARÓW ZESPOLONYCH

Krzysztof ŻÓŁTOWSKI, Tomasz ROMASZKIEWICZ  
Politechnika Gdańska

### SPANS OF COMPOSIT GIRDERS – REMARKS ON NUMERIC APPROACH

The paper is a general review of theoretical problems and corresponding numerical procedures actually available in commercial engineering software. Several possibilities of numeric simulation for composite girders are presented. Effectivity of meshing is showed on the simple example. Finally several examples of structural numeric models for real bridges are included.

In the author's opinion, presented available procedures for numeric analysis of composite girders are forceful and useful for estimating carrying capacity of a bridge span.

Słowa kluczowe: Przęsło zespolone, model numeryczny, analiza, modele belkowe, powłokowe, bryłowe, porównanie, mosty, konstrukcje

### 1. WSTĘP

Współczesna procedura projektowania opiera się na wypracowanych przez dziesięciolecia zasadach. W myśl tych zasad możemy wyróżnić następujące elementy procesu projektowego:

- faza prac koncepcyjnych,
- główne obliczenia statyczne,
- główne obliczenia wytrzymałościowe,
- projektowanie konstrukcyjne,
- obliczenia statyczne i wytrzymałościowe szczegółów,
- ostateczne projektowanie konstrukcyjne.

Odrębność analizy statycznej i wytrzymałościowej jest głęboko zakorzeniona w tradycji projektowania. Zagadnienia statyczne są praktycznie pomijane przez normy i podręczniki specjalistyczne. Przyczyn takiego stanu można doszukiwać się w wypracowanych i zweryfikowanych przez dziesięciolecia doświadczeń schematach statycznych przyjmowanych do projektowania konstrukcji. Zasady ich analizy stały się biblią inżyniera, a wychodzenie poza wypracowane ramy było praktycznie zakazane. Postęp w tym czasie opierał się na badaniach doświadczalnych i pracach analitycznych. Laboratoria były rzadkością, a zaawansowana matematyka jako narzędzie badawcze była tak jak dziś dostępna dla nielicznych elit. Trudno zatem się dziwić, że łamacze zasad zazwyczaj byli surowo karani a nieliczni, którym się powiodło zapisali się w historii jako pionierzy i geniusze techniki. Rezultatem spuścizny historycznej jest dzisiejszy warsztat projektowania konstrukcji mostowych, który pomimo silnego umocowania w tradycji i kanonie jest postrzegany za najbardziej elitarny w budownictwie. Dźwigary zespolone w mostach są dzisiaj standardowym rozwiązaniem, które można z powodzeniem przenieść do budownictwa przemysłowego i wszędzie tam gdzie rozpiętość stropów lub przęseł przekracza możliwości kształtowania konstrukcji żelbetowych. Jest to praktycznie jedyna alternatywa dla betonu sprężonego.

Elementem przełomowym w rozwoju teorii i technik projektowania stały się metody numeryczne i symulacje wirtualne rzeczywistych procesów. W teorii konstrukcji nową jakością stała się Metoda Elementów Skończonych. Dzięki komputerom pozwala ona na rozwiązanie szeregu zagadnień, które wcześniej można było poznać jedynie przez doświadczenie. W ciągu 40 lat rozwoju i stosowania MES stała się podstawowym narzędziem badawczym dla inżynierów tworzących nowatorskie struktury. MES ponadto wykorzystuje się do zautomatyzowania procesu projektowania. Komercyjne oprogramowanie dzięki przyjaznym pre i post procesorom stało się powszechnie stosowanym narzędziem i można dzięki niemu poznać lub przebadać nowe koncepcje czy obszary dotychczas nieznanne.

W artykule przedstawiono możliwości modelowania dźwigarów o konstrukcji zespolonej przy pomocy oprogramowania komercyjnego. Narzędzie numeryczne pozwala na połączenie procesu analizy statycznej i wymiarowania w jedną spójną całość. Możliwości metody umożliwiają rezygnację z modeli belkowych i

realne, inżynierskie projektowanie na modelach powierzchniowych a nawet objętościowych. Takie podejście umożliwia wizjonerom analizę na poziomie kiedyś praktycznie niemożliwym, analitycy zaś i dociekliwi projektanci mają w ręku narzędzie pozwalające na akceptowanie rozwiązań, które wcześniej przyjmowano „na wiarę” i określano często sztuką konstruowania.

Przedstawione w referacie wyniki nie odnoszą się do konkretnych konstrukcji. Nie należy ich zatem interpretować pod kątem wielkości sił czy naprężeń. Celem jest pokazanie możliwości modelowania i efektów z tego wynikających. Obliczenia i wyniki pokazane w referacie wykonano w środowisku systemu MES SOFiSTiK. Nie oznacza to jednak, że przedstawione modele są znamienne tylko dla tego systemu.

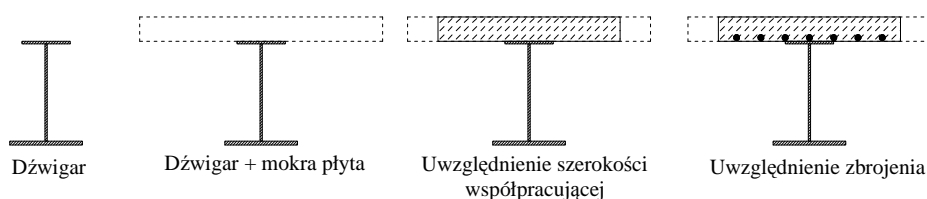
## 2. MODELE NUMERYCZNE

### 2.1. Model belkowy

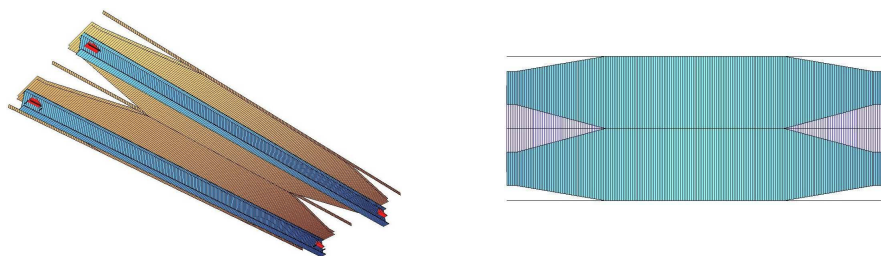
Najbardziej rozpowszechnione i sprawdzone są modele belkowe pręseł zespolonych. Dźwigary z płytą jako elementem współpracującym są analizowane za pomocą elementów belkowych. Istotą modelu jest zastosowanie sprowadzonych charakterystyk przekrojowych uwzględniających różne właściwości materiałów, z których złożono przekrój. Na podstawie tych założeń stworzono kompletną teorię analizy statycznej i wytrzymałościowej uwzględniającą fazy budowy, reologię oraz łączniki. Oprogramowanie numeryczne idące śladem dokonań teoretycznych umożliwia analizę zespolonych ustrojów belkowych. Możliwe jest definiowanie przekrojów złożonych z różnych materiałów, z dodatkiem zbrojenia, a nawet ze sprężeniem. Istotnym, niesłyszczanym pomocnym dla projektanta narzędziem jest możliwość uwzględniania faz budowy i analiza wariantów (rys.1). Składa się na to:

- możliwość rozbudowy przekroju w celu uwzględnienia faz,
- definiowanie szerokości współpracującej w zależności od fazy pracy (inna dla analizy sprężenia kablami i inna dla fazy pracy pod obciążeniem zewnętrznym), zachowując jednocześnie dane od obliczeń ciężarów własnych,
- uwzględnienie reologii,
- obliczenie stanów wyężeń w przekroju,
- wymiarowanie zbrojenia w strefie naprężeń rozciągających w płycie,
- obliczenie sił rozwarstwiających.

Wszystkie te zagadnienia są znane i szeroko opisane w literaturze [1]. Elementem nowym zaś jest kompletna procedura zawierająca wszystkie powyższe możliwości. Dzięki temu projektant może analizować wpływ zmiany dowolnego parametru modelu na nośność projektowanego pręśla.



Rys. 1. Możliwości definiowania przekrojów belkowych.



Rys. 2. Wizualizacja modelu belkowego pręśla.

Modele belkowe pręseł zespolonych niestety posiadają szereg mankamentów wynikających głównie z założeń teoretycznych obowiązujących dla belek. Należą do nich:



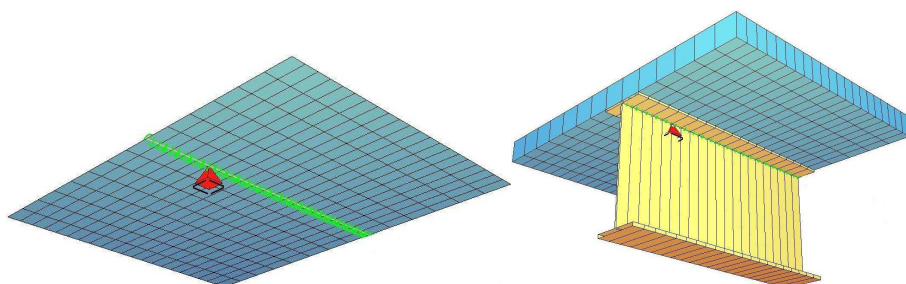
- założenie o płaskich przekrojach, które wymusza stosowanie szerokości zastępczej płyty.
- poważne utrudnienia w analizie wytrzymałościowej płyt jako części dźwigara i zarazem jezdni.
- praktycznie brak możliwości uwzględnienia podatności łączników
- utrudnienia w definiowaniu i zbieraniu obciążeń.

Pomimo przedstawionych mankamentów należy podkreślić, że model belkowy przęsła jest stosowany od początku istnienia mostów zespolonych i został zweryfikowany w praktyce. Nowoczesne procedury analizy układów belkowych skracają i podnoszą jakość procesu projektowania. Łączą one zagadnienia statyki, wytrzymałości i technologii w jedną spójną całość dzięki automatyzacji procesu analizy.

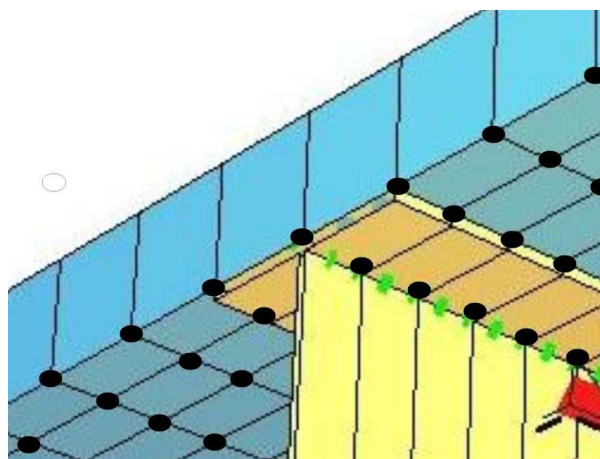
## 2.2. Model belkowo-powłokowy

Trudności i ograniczenia wynikające z przyjęcia modelu belkowego są powodem stosowania bardziej ogólnych rozwiązań. Jednym z nich jest model belkowo-powłokowy przęsła zespolonego. Płyta jezdni w takim modelu reprezentowana jest przez siatkę skończonych elementów powłokowych. Dźwigar stalowy jest reprezentowany przez elementy belkowe opisane na odpowiednim mimośrodku. Przykład modelowania przedstawiono na rys. 3.

Model belkowo-powłokowy może być zbudowany na płaskiej (dwu wymiarowej) siatce węzłów. Wówczas elementy powłokowe i belkowe są opisane na mimośrodku (rys.4). Jest to model bardzo oszczędny z punktu widzenia czasochłonności przy jego budowie i analizie. Model ten pozwala na uwzględnianie wszystkich czynników wymienionych wcześniej przy okazji opisu modelu belkowego. Wprowadzenie dyskretyzacji powierzchniowej pozwala na pełną analizę statyczną i wytrzymałościową płyty jako elementu przęsła i jako jezdni pod obciążeniem lokalnym. Ponadto bardziej zaawansowane teoretycznie programy MES pozwalają na uwzględnienie części żelbetowej w II fazie. Model belkowo-powłokowy nie wprowadza ograniczeń lub utrudnień w definiowaniu obciążeń i dzięki swojej strukturze umożliwia analizę obiektów o nietypowym kształcie.



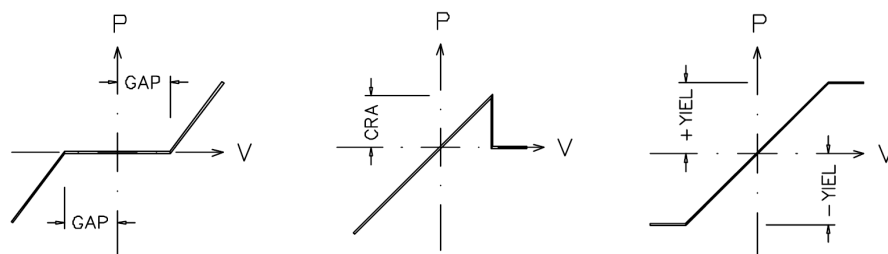
Rys. 3. Schemat i wizualizacja modelu belkowego-powłokowego



Rys 4. Siatka węzłów i elementów w modelu belkowo-powłokowym

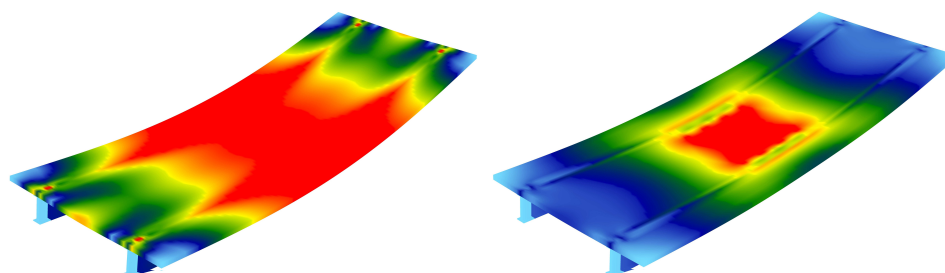


Rozdzielenie dźwigara i płyty pozwala na wprowadzenie dodatkowego, istotnego czynnika pełniej opisującego zespolenie. Jest nim podatność łączników. Istotę tego parametru przedstawiono w [1], [2]. Model belkowo-powłokowy można wyposażyć w podatne elementy łączące część stalową i betonową. Elementy te zwane często sprężynami kontaktowymi mogą uwzględniać precyzyjnie podatność łączników zespolenia określoną przez doświadczenia. Na rys.5 przedstawiono możliwości definiowania własności mechanicznych dla tych elementów. Trzeba podkreślić, że dowolna kombinacja przedstawionych tam charakterystyk jest zazwyczaj możliwa.



Rys. 5. Modele mechaniczne elementów typu „sprężyna”.

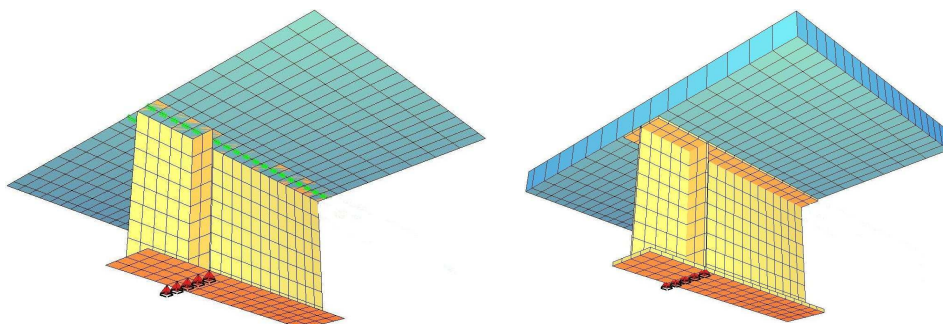
Na rys. 6 przedstawiono przykładowe wyniki analizy prostego przypadku przęsła zespolonego pod obciążeniem ciężarem własnym i pojazdem  $Q=800$  kN.



Rys. 6. Wizualizacja wyteżenia w płycie. a) ciężar własny, b) obciążenie  $Q=800$  kN

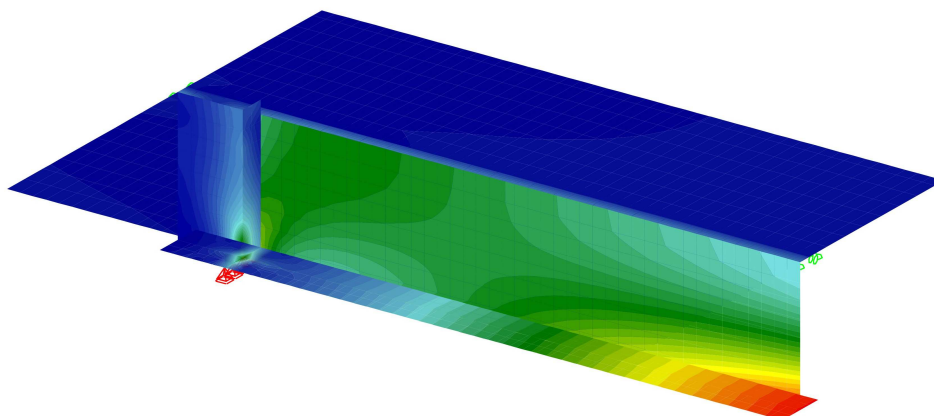
### 2.3. Model powłokowy

Naturalnym krokiem w kierunku uszczegółowienia modelu przęsła jest dyskretyzacja części stalowej przekroju zespolonego elementami powłokowymi. Tak stworzony model numeryczny pozwala na bardziej wnikliwą ocenę nośności przęsła z uwzględnieniem efektów lokalnych w części stalowej (rys.7). Można też dzięki temu modelowi bardziej realistycznie symulować strefę zespolenia (stosując połączenie pokazane na rys.5) oraz wpływ odkształceń i deformacji postaciowych w dźwigarze stalowym na nośność przęsła. Wykorzystując model powłokowy można także analizować efekty lokalne w strefach występowania dużych sił skupionych i zagadnienia nieliniowe związane ze statecznością i nośnością graniczną przęsła [3]. Modele powłokowe przęseł są stosowane przy rozwiązaniu zagadnień teoretycznych. Mogą jednak być pomocne przy projektowaniu. Na rys. 8 zaprezentowano wizualizację rozkładu wyteżenia wg hipotezy H-M-H w stalowej części dźwigara zespolonego.



Rys. 7. Schemat i wizualizacja modelu powłokowego

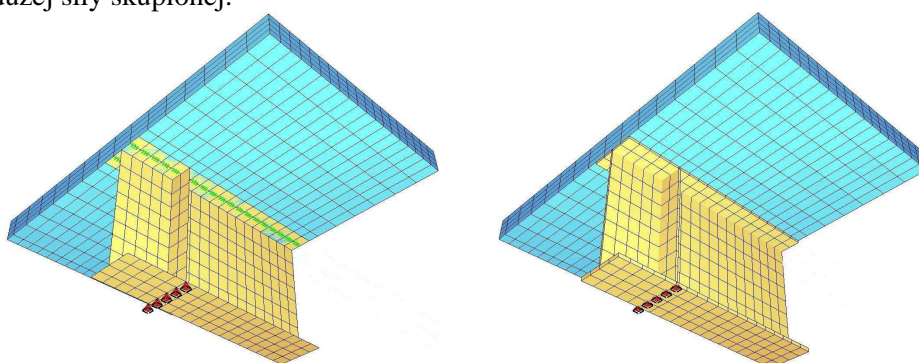




Rys. 8. Wizualizacja wyężenia wg H-M-H w części stalowej przęsla zespolonego

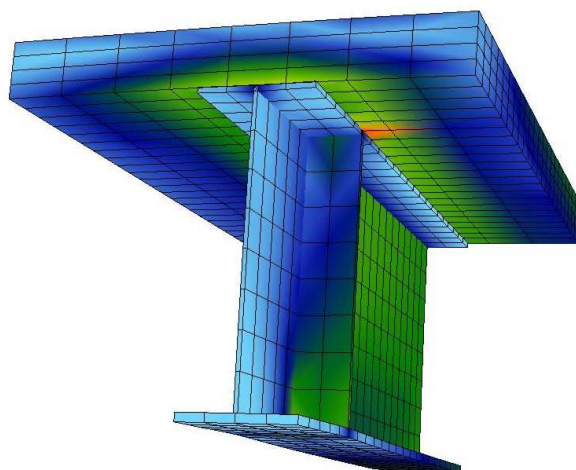
#### 2.4. Model powłokowo - bryłowy

Praktyka stosowania MES wskazuje na technicznie wystarczające przedstawienie konstrukcji stalowych za pomocą modeli powłokowych. Struktury betonowe z uwagi na stosunkowo dużą grubość analizowanych elementów mogą jednak wymagać zastosowania bardziej złożonych modeli. Komercyjne systemy MES pozwalają na takie uszczegółowienie dzięki elementom bryłowym. Można z nich budować bardziej złożone struktury (rys. 9). Modelowanie płyty jezdni przęsla zespolonego za pomocą tych elementów pozwala na obserwowanie i analizę efektów lokalnych związanych z przykładaniem obciążenia. Może to być ocena wpływu działania obciążenia od koła pojazdu lub analiza nośności strefy nadpodporowej przęsla w miejscu wystąpienia dużej siły skupionej.



Rys. 9. . Schemat i wizualizacja modelu powłokowo-bryłowego

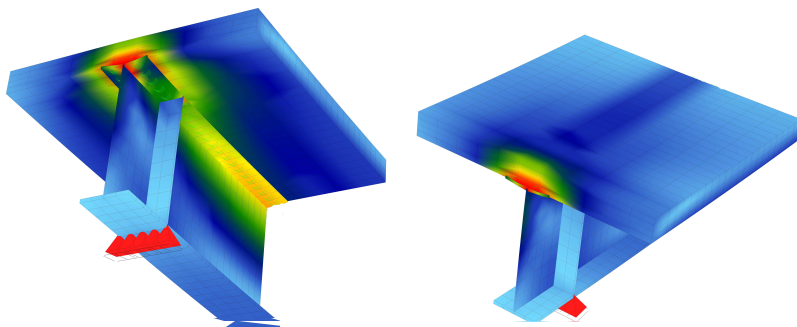
Na rys.10 pokazano lokalną koncentrację naprężeń w płycie w miejscu działania żebra podporowego.



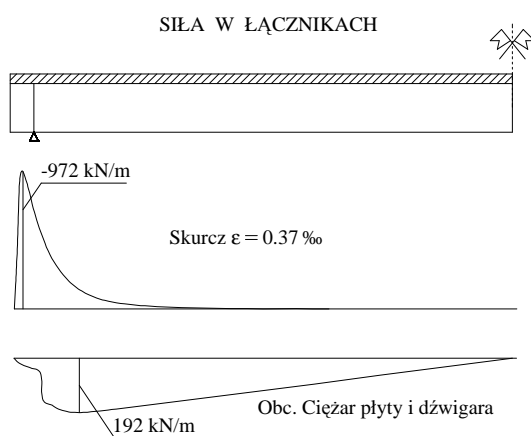
Rys. 10. . Wizualizacja wyężenia w płycie nad żebrem podporowym modelu bryłowego

Rysunek nr 11 przedstawia koncentrację naprężeń w płycie jezdni na krawędzi dźwigara powstałą w wyniku działania skurczu lub temperatury.

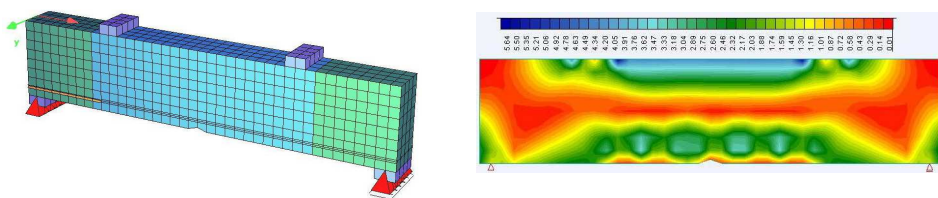
Modele bryłowe umożliwiają także zaawansowaną analizę nośności z uwzględnieniem pracy części żelbetowej w II fazie. Wtedy model dyskretny płyty jest wzbogacony o zbrojenie, które najczęściej modeluje się za pomocą elementów prętowych. Model taki jest stosunkowo prosty jeżeli przyjmujemy założenie o zgodności odkształceń betonu i stali zbrojeniowej (rys.13). Pozwala to na opisanie prętów zbrojenia na siatce elementów bryłowych. Istnieje także możliwość wprowadzenia między beton i zbrojeniem elementów kontaktowych (o charakterystyce będącej kombinacją funkcji przedstawionych na rys. 5).



Rys. 11. . Wizualizacja wyteżenia w płycie na końcu dźwigara. Efekt działania skurczu lub temperatury.



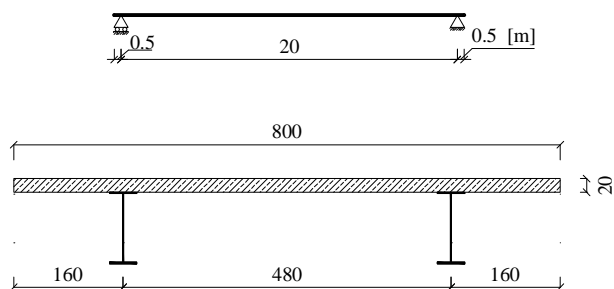
Rys. 12 Siła rozwarstwiająca. Efekt wywołany skurczem oraz poniżej ciężarem własnym przęsła.



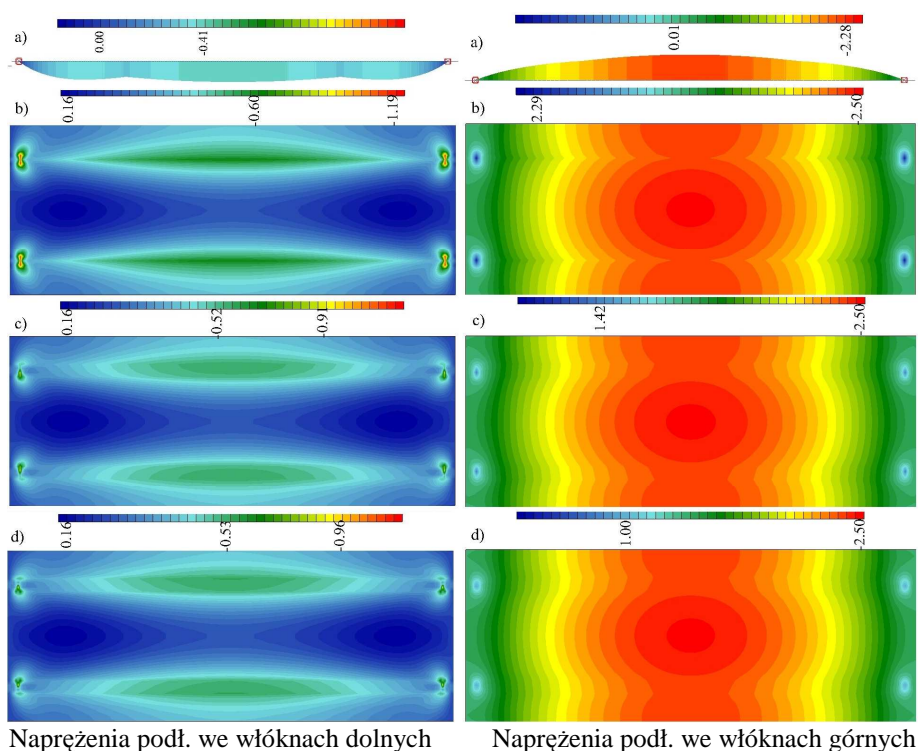
Rys. 13 Zadanie testowe. Belka żelbetowa - analiza nośności. Model i stan wyteżenia granicznego w fazie II.

### 3. PORÓWNANIE JAKOŚCIOWE MODELI NUMERYCZNYCH

Porównania modeli dokonano na prostym przykładzie przęśła zespolonego pokazanego na rys. 14. Parametry przykładu testowego zostały dobrane tak, aby skutecznie pokazać konsekwencje stosowania powyższych modeli. Przydatność nie jest tutaj przedmiotem analizy.

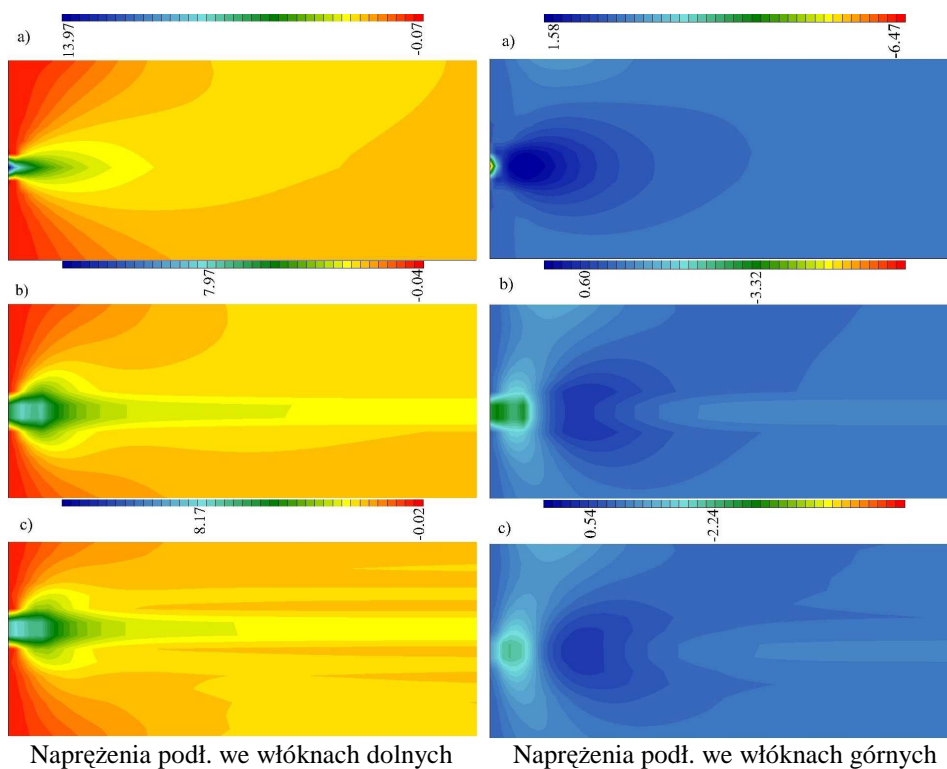


Rys. 14 Zadanie testowe. Przęśło żelbetowe, wolnopodparte o rozpiętości 20 m.



Rys. 15 Porównanie wyników dla płyty. a) model belkowy, b) model belkowo-płytkowy, c) model powłokowy, d) model powłokowo-bryłowy.

Zestawienie przedstawione na rys 15 i 16 określa przydatność modeli uproszczonych. W analizie pod obciążeniem zewnętrznym (np. wyposażenie – rys. 15) wszystkie modele wykazują dużą zgodność naprężeń podłużnych w płycie, w środku rozpiętości. Ponadto modele powierzchniowe i bryłowe pokazują koncentrację naprężeń rozciągających w strefie przypodporowej. Warto zauważyć, że najprostszy model powierzchniowy (belkowo-powłokowy) daje największe (bezpieczne) wartości naprężeń w tej strefie.

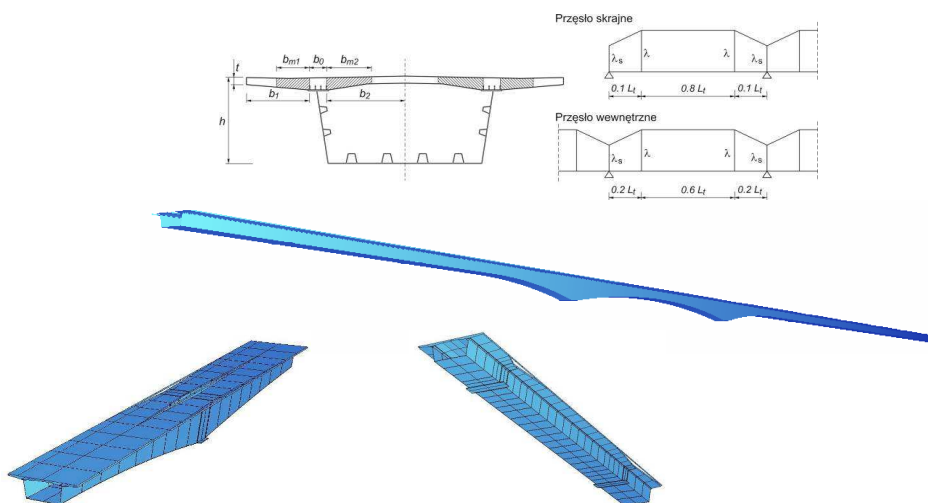


Rys. 16 Porównanie wyników dla płyty. a) model belkowo-płytowy, b) model powłokowy, c) model powłokowo-bryłowy.

Zestawienie wyników na rys 16 przedstawia rozkład naprężeń normalnych w wycinku płyty na kierunku podłużnym, w wyniku działania skurczu lub temperatury. Widać tu wyraźnie wpływ modelowania dźwigara stalowego na otrzymane wyniki. Model belkowo-płytowy pokazuje największą koncentrację naprężeń rozciągających w płycie. Jest to związane z mniejszą niż w modelu powłokowym podatnością końców dźwigara. Ujawnia tu się efekt lokalny na zakończeniu pasa górnego, który przedstawiono na rys. 11

#### 4. PRZYKŁADY

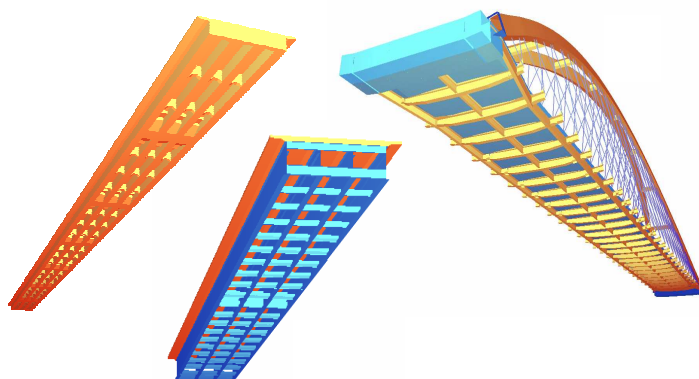
Na rys. 17 przedstawiono model przęsła zespolonego mostu skrzynkowego, wykonany na potrzeby audytu do projektu Mostu Północnego w Warszawie



Rys. 17 Model belkowy przęsła mostu drogowego

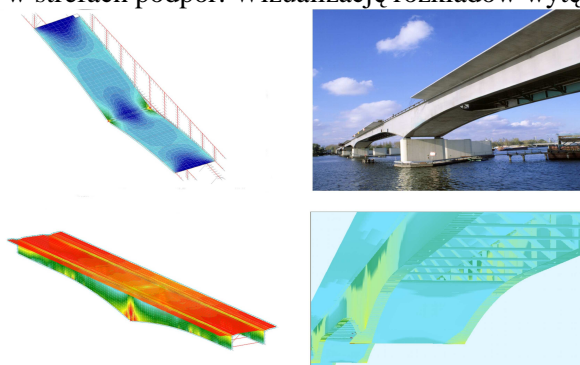


Modele belkowo-powłokowe zostały zastosowane między innymi do analizy obiektów mostowych Obwodnicy Wolina (rys. 18). Obliczenia wykonane na potrzeby badań odbiorowych [4] w pełni potwierdziły ich poprawność i przydatność po weryfikacji w czasie próbnego obciążenia.



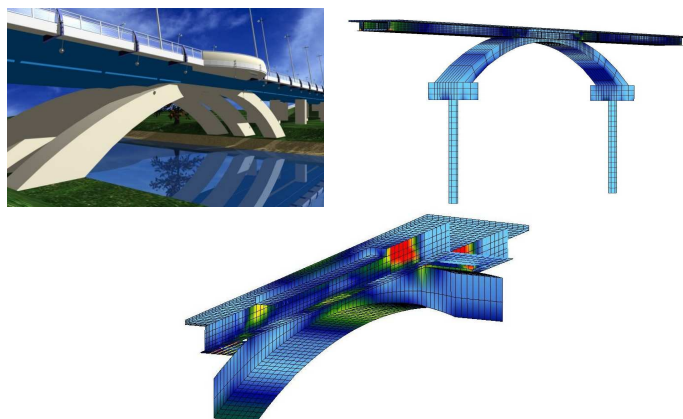
Rys. 18 Modele belkowo – powłokowe przęseł przeprawy mostowej na Wolinie.

Model powłokowy przęsła zespolonego został opracowany na potrzeby badań odbiorowych Nowego Mostu Cłowego [5] w Szczecinie. Bezpośrednią przyczyną budowy tak złożonego modelu była potrzeba analizy części zespolonej pasa dolnego w strefach podpór. Wizualizację rozkładów wyężenia pokazano na rys. 19.



Rys. 19 Model powłokowy. Nowy Most Cłowy w Szczecinie.

Przykładem zrealizowanego zadania z wykorzystaniem modelu powłokowo-bryłowego jest Most Zamkowy w Rzeszowie (rys. 20). Wystąpiło tam niestandardowe połączenie żelbetowego łuku ze stalową konstrukcją przęsła. Brak możliwości wykonania logicznie uzasadnionego modelu uproszczonego był powodem do stworzenia złożonego modelu MES, w którym część stalową dyskretyzowano elementami powłokowymi a część żelbetową elementami bryłowymi.



Rys. 20. Most Zamkowy przez San w Rzeszowie zaprojektowany przez Promost Consulting. Model dyskretny przęsła.

#### 4. WNIOSKI

Współczesne oprogramowanie komercyjne pozwala na analizę przęseł konstrukcji zespolonych w zakresie wykraczającym poza przyjęte kanony i przepisy normowe. Preprocesory graficzne wyposażone w nowoczesne procedury automatycznego siatkowania pozwalają na tworzenie bardzo złożonych modeli MES. W praktyce projektowej nie jest to jednak konieczne. W świetle przedstawionych powyżej modeli i doświadczenia zdobytego w projektowaniu i analizowaniu mostów [6,7] można powiedzieć, że wystarczająco dokładny jest model belkowo-powłokowy przęseł. Pozwala on na poziomie technicznie wystarczającym analizować konstrukcje zespolone w zakresie projektowym. Dodatkowym atutem tych modeli jest bogate oprogramowanie wspomagające umożliwiające automatyzację procesu wymiarowania. Modele bardziej złożone są mogą być stosowane w przypadku prac eksperckich lub naukowych. Służą także do weryfikacji modeli uproszczonych. Doświadczenia autorów referatu skupiają się przede wszystkim na mostach, ale nie ma żadnych przeciwwskazań do stosowania podobnych analiz w przypadku stropów przemysłowych lub przęseł technologicznych w budownictwie przemysłowym.

Modele numeryczne są dzisiaj jedynym praktycznie środkiem do projektowania i analizy konstrukcji. Badania laboratoryjne i testy „in situ” choć spełniają funkcję nadrzędną, w większości przypadków służą do weryfikacji założeń i modeli teoretycznych.

#### LITERATURA

1. Furtak K.: Mosty zespolone., Warszawa - Kraków, PWN 1999
2. Furtak K.: Wpływ skurczu betonu i obciążeń zmiennych na nośność zespolenia w elementach typu stal-beton, Inżynieria i Budownictwo, 1-2 (2009).
3. Żółtowski K.: Bridge over Vistula river in Kiezmark. Practical application of nonlinear shell FEM system. Shell structures: Theory and applications / eds. Wojciech Pietraszkiewicz, Czesław Szymczak. - London - (Proceedings and Monographs in Engineering, Water and Earth Sciences), Taylor & Francis/Balkema, (2005) 521-525.
4. Żółtowski K.: Bogenbrücke über den Fluß Dziwna in Wolin - Entwurf und Realisierung. Stahlbau. - Jg. 74, H. 9 (2005) 685–690.
5. Chróścielewski J., Żółtowski K., Malinowski M., Kozakiewicz A., Dudek M., Szafranski M.: Projekt próbnego obciążenia mostu północnego M-3 Trasy Nowocłowej przez Regalicę w Szczecinie. Politechnika Gdańska, 51 (2003).
6. Chróścielewski J., Malinowski M., Miśkiewicz M., Żółtowski K.: Modelowanie konstrukcji mostowych w świetle badań. 51 Konferencja Naukowa: „Problemy naukowo-badawcze budownictwa - KRYNICA 2005”
7. Żółtowski K., Romaszkiwicz T., O modelach numerycznych mostów zespolonych. Konferencja Naukowo-Techniczna Zespolone Konstrukcje Mostowe. Teoria, badania, projektowanie, realizacja, utrzymanie, wzmacnianie. Politechnika Krakowska. Kraków 2009

#### O MODELOWANIU NUMERYCZNYM DŹWIGARÓW ZESPOLONYCH

##### Streszczenie

W referacie przedstawiono przegląd podstawowych modeli numerycznych dźwigarów zespolonych możliwych do wykonania w środowisku komercyjnych systemów MES. Przedstawione przykłady dotyczą mostów, ale nie ma ograniczeń w stosowaniu pokazanych metod szerszym w spektrum budownictwa.

Pokazano zastosowanie elementów belkowych, powłokowych i bryłowych oraz konsekwencje przyjętych założeń. Zdaniem autorów proste modele belkowo-powłokowe najlepiej nadają się do stosowania w procesie projektowym. Modele bardziej zaawansowane mogą służyć do prac eksperckich i badań naukowych.

