

# System stabilizacji piłki na ruchomej platformie

Michał Banach, Robert Piotrowski

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

**Streszczenie:** W ostatnich latach nastąpił znaczny rozwój i wzrost zastosowań układów regulacji nadążnej. Ich wykorzystanie przestało ograniczać się do zastosowań przemysłowych, a zaczęto je używać w aplikacjach życia codziennego. Artykuł przedstawia proces projektowania i syntezy nadążnego układu stabilizacji piłki na ruchomej platformie. Opisano część mechaniczną oraz elektroniczną platformy. Przedstawiono model matematyczny, a także proces programowania platformy i syntezy sterowania. Na koniec przeprowadzono testy sprawdzające.

**Słowa kluczowe:** ruchoma platforma, projektowanie, automatyka, mechatronika, nadążny układ regulacji

## 1. Wprowadzenie

Zagadnienie układu regulacji nadążnej znajduje coraz częstsze zastosowanie w różnych aplikacjach technicznych. Na szczególną uwagę zasługują implementacje tych systemów w kontekście układów pozycjonowania i stabilizacji położenia. Jako przykłady takich systemów można wymienić symulatory lotu zbudowane z wykorzystaniem platformy Stewarta-Gougha, platformy morskie wykorzystywane do startów i lądowania rakiet, systemy dynamicznego pozycjonowania statków lub platform wydobywczych i wiertniczych. W celu sprawdzenia skuteczności różnych metod sterowania, zdecydowano się na zaprojektowanie i wykonanie ruchomej platformy do stabilizacji położenia piłki lub podążania za trajektorią zadaną.

Ruchome platformy, ze względu na możliwości różnego podejścia w procesie projektowania ich konstrukcji oraz implementacji i sprawdzenia jakości regulacji zaawansowanych metod sterowania, w ostatnich latach zyskały na popularności. Często obiektem sterowania są platformy o sześciu stopniach swobody wykorzystujące siłowniki liniowe lub obrotowe [1–3]. Sama platforma jako nieliniowy obiekt sterowania oferuje możliwość sprawdzenia jakości liniowych oraz nieliniowych metod regulacji [4–7].

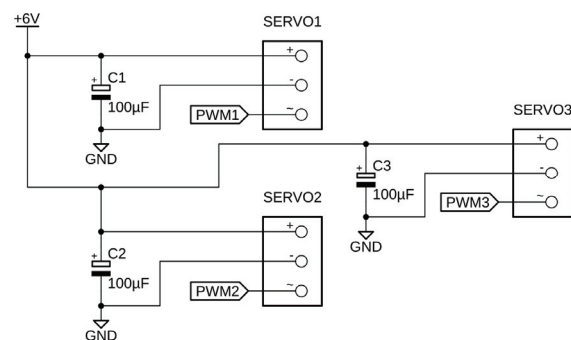
Głównym celem projektowym było wykonanie ruchomej platformy o trzech stopniach swobody (przesunięcie w osi  $z$ , obrót w osi  $x$  i  $y$ ). Do sterowania wykorzystany zostanie tylko obrót w osiach  $x$  i  $y$ . Założono, że rolę urządzeń wykonawczych manipulujących położeniem i nachyleniem talerza platformy będą pełniły trzy serwomechanizmy.

W celu wykonania ruchomej platformy, w pierwszej kolejności zaprojektowano jej model w środowisku Autodesk Inventor Professional 2022 [8]. Na podstawie stworzonego modelu, wykorzystując technologię druku 3D, zbudowano obiekt fizyczny.

Wydruk wykonano w technologii FDM (ang. *Fused Deposition Modeling*) z materiału PLA (ang. *PoLylactic Acid*). Następnie wyprowadzono model matematyczny, który zaimplementowano w środowisku MATLAB [9]. Przeprowadzono proces syntezy sterowania zarówno dla modelu jak i obiektu. Wykonano testy sprawdzające jakość regulacji dla wymuszenia skokowego, trajektorii kwadratu oraz okręgu.

## 2. Wykonanie ruchomej platformy

Konstrukcję platformy można podzielić na trzy sekcje. Pierwszą z nich jest jej podstawa. Zamontowano na niej, rozstawione na okręgu o średnicy 111,54 mm co  $120^\circ$ , serwomechanizmy Feetech FT5316M [10] o momencie 1,55 Nm dla zasilania 6 V. Ponadto umieszczono mikrokontroler (do sterowania serwomechanizmami) i zasilający je układ elektroniczny, którego schemat przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat układu zasilającego serwomechanizmy  
Fig. 1. Servomechanisms power supply system diagram

W drugiej sekcji można wyróżnić talerz o średnicy 270 mm, po którym porusza się stabilizowany obiekt. Na dolnej stronie talerza zamontowano trzy pierścieniowe magnesy neodymowe, które łączą talerz z podstawą platformy za pomocą kulek łożyskowych umieszczonych na końcu dwuczłonowych ramion. Zbudowano je z zaprojektowanych orczyków i cięgien połączonych jednorzędowymi łożyskami kulkowymi. Każde z ramion porusza się w jednej płaszczyźnie.

**Autor korespondujący:**

Robert Piotrowski, robert.piotrowski@pg.edu.pl

**Artykuł recenzowany**

nadesłany 12.01.2022 r., przyjęty do druku 02.03.2022 r.

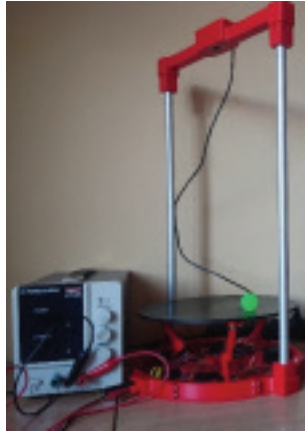


Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

Ostatnią sekcją jest stelaż, który umieszczono na wysokości 91,71 mm nad talerzem platformy na okrągłych profilach PCW (polichlorek winylu) przymocowanych do podstawy. W stelażu umieszczono kamerę Tracer FHD WEB007 [11] pełniącą rolę czujnika wizyjnego. Finalną wizualizację konstrukcji mechanicznej przedstawiono na rys. 2, natomiast zbudowaną ruchomą platformę pokazano na rys. 3.



Rys. 2. Finalna wizualizacja konstrukcji mechanicznej  
Fig. 2. The final visualization of the mechanical structure



Rys. 3. Zbudowana platforma  
Fig.3. The built platform

### 3. Model matematyczny ruchomej platformy

Model matematyczny obiektu uzyskano na podstawie pracy [12] wykorzystując równania Eulera-Lagrange'a. Przyjęto następujące założenia: między piłką a talerzem nie występuje poślizg, między powierzchnią piłki i talerzem występuje ciągły kontakt, tarcie jest pomijalnie małe, piłka jest idealną sferą z równomiernie rozłożoną masą. Otrzymany model matematyczny ruchomej platformy przedstawiono zależnościami (1)–(2).

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) \ddot{x}_b(t) - m_b(\dot{\alpha}(t)\dot{\beta}(t)y_b(t) + \dot{\alpha}^2(t)x_b(t)) + m_b g \sin \alpha(t) = 0 \quad (1)$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) \ddot{y}_b(t) - m_b(\dot{\alpha}(t)\dot{\beta}(t)x_b(t) + \dot{\beta}^2(t)y_b(t)) + m_b g \sin \beta(t) = 0 \quad (2)$$

gdzie:  $m_b$  – masa piłki [kg],  $I_b$  – moment bezwładności piłki [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ],  $r_b$  – promień piłki [m],  $g$  – przyspieszenie ziemskie [ $\text{m}/\text{s}^2$ ],  $\alpha$  – nachylenie talerza w osi x [°],  $\beta$  – nachylenie talerza w osi y [°],  $x_b$  – położenie piłki w osi x [m],  $y_b$  – położenie piłki w osi y [m].

Dla małych wartości kątów nachylenia talerza  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz ich zmian, uzasadnione będą następujące przybliżenia:  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\dot{\alpha}\dot{\beta} \approx 0$  oraz  $\dot{\alpha}^2 \approx 0$ ,  $\dot{\beta}^2 \approx 0$ . Ostatecznie model typu wejście-wyjście opisano następująco:

$$\ddot{y}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_b(t) \\ \ddot{y}_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{g\alpha(t)}{1 + \frac{I_b}{m_b r_b^2}} \\ -\frac{g\beta(t)}{1 + \frac{I_b}{m_b r_b^2}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

W celu zaimplementowania modelu w środowisku szybkiego prototypowania wyznaczono transmitancję operatorową obiektu:

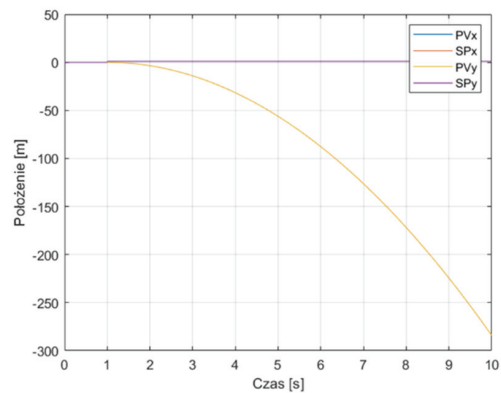
$$\begin{bmatrix} G_x(s) \\ G_y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-g}{s^2 \left(1 + \frac{I_b}{m_b r_b^2}\right)} \\ \frac{-g}{s^2 \left(1 + \frac{I_b}{m_b r_b^2}\right)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Następnie przeprowadzono dyskretyzację układu z wykorzystaniem przekształcenia biliniowego:

$$H_x(z) = \frac{T_s^2(-g)(z^2 + 2z + 1)}{4 \left(1 + \frac{I_b}{m_b r_b^2}\right)(z^2 - 2z + 1)} \quad (5)$$

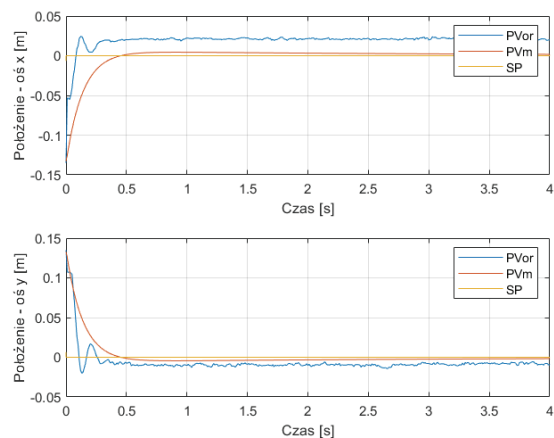
gdzie:  $T_s$  – czas próbkowania.

Wejściami do modelu są kąty nachylenia talerza w osiach x i y, wyjściem z modelu jest aktualne położenie piłki. Odpowiedź modelu obiektu w obu osiach na jednostkowe wymuszenie skokowe przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Odpowiedź skokowa modelu platformy  
Fig. 4. The step response of the platform model

Badany obiekt jest obiektem niestabilnym i astatycznym. Porównanie rzeczywistego układu regulacji oraz jego modelu przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Odpowiedź skokowa rzeczywistego układu regulacji i jego modelu  
Fig. 5. The step responses of the platform model and the platform

Oznaczenia na rys. 5:  $PV_{or}$  – wartość aktualna położenia dla układu rzeczywistego,  $PV_m$  – wartość aktualna położenia dla modelu układu,  $SP$  – wartość zadana położenia.

Porównując przebiegi odpowiedzi skokowych dla modelu układu i układu rzeczywistego, można zauważyć, że system rzeczywisty

cechuje się szybszą odpowiedzią oraz przeregulowaniem. Różnice w działaniu układu rzeczywistego i jego modelu wynikają m.in. z nieuwzględnienia dynamiki serwomechanizmów oraz kamery.

### 4. Oprogramowanie ruchomej platformy

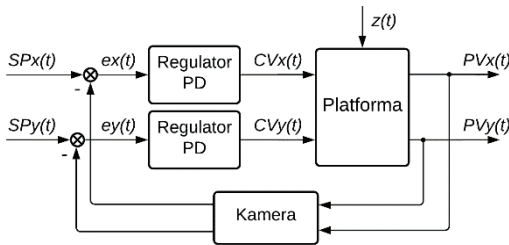
W układzie regulacji wykorzystano dwa regulatory typu PD (ang. *proportional-derivative*), po jednym na każdą oś (x i y). Działanie regulatora opisuje zależność:

$$CV(t) = K_p \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \tag{6}$$

gdzie:  $CV(t)$  – sygnał sterujący,  $e(t)$  – uchyb sterowania,  $K_p$  – wzmacnienie członu proporcjonalnego,  $T_d$  – stała czasowa różniczkowania.

W celu wyznaczenia wartości nastaw  $K_p$  oraz  $T_d$  wykorzystano pierwszą metodę Zieglera-Nicholsa [13], pozwalającą na dobór nastaw regulatora PID dla obiektu astatycznego, by następnie zminimalizować działanie członu całkującego i dostroić pozostałe człony regulatora. Dobór wstępnych parametrów regulatora przeprowadzono na modelu obiektu, które kolejno skorygowano dla obiektu fizycznego.

Schemat układu regulacji przedstawiono na rys. 6.

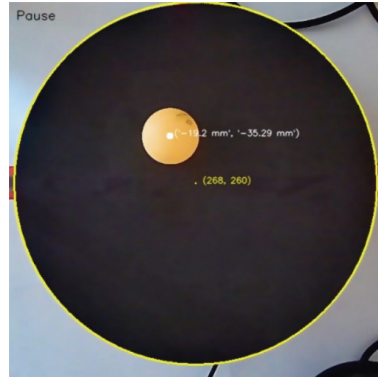


Rys. 6. Schemat układu regulacji  
Fig. 6. The control system diagram

Oznaczenia na rys. 5:  $SPx(t)$  – zadane położenie w osi x,  $SPy(t)$  – zadane położenie w osi y,  $ex(t)$  – uchyb regulacji w osi x,  $ey(t)$  – uchyb regulacji w osi y,  $CVx(t)$  – sygnał sterujący w osi x (sygnał zmiany położenia),  $CVy(t)$  – sygnał sterujący w osi y (sygnał zmiany położenia),  $PVx(t)$  – położenie piłki w osi x,  $PVy(t)$  – położenie piłki w osi y,  $z(t)$  – zakłócenia, np. powierzchnia talerza.

Implementację układu regulacji na obiekcie fizycznym zaczęto od przygotowania oprogramowania kamery internetowej w języku Python [14] z wykorzystaniem biblioteki OpenCV [15]. Proces ten można podzielić na kilka etapów [16]. Pierwszym z nich jest kalibracja kamery w celu zapewnienia obrazu niedotkniętego zjawiskiem dystorsji. W kolejnym etapie, aby dokonać detekcji koloru piłki, dobrano wartości funkcji progującej. Następnie za pomocą funkcji znajdującej kontury obiektu, realizowana jest detekcja talerza oraz położenia piłki, aby ostatecznie nałożyć zebrane informacje na obraz wyświetlany na ekranie komputera, na którym wykonywane są algorytmy rozpoznawania i przetwarzania obrazu. Końcowy efekt oprogramowania przedstawiono na rysunku 7.

Po odczytaniu pozycji piłki wykonywany jest algorytm regulatora PD w obu osiach. W następnym kroku, za pomocą funkcji przejścia, która na podstawie maksymalnych wartości kątów wychylenia talerza oraz maksymalnych wartości sygnałów sterujących, przyporządkowuje aktualnym wartościom sygnałów sterujących odpowiednie wartości zadane kątów odchylenia talerza. Trafiają one do zadania kinematyki odwrotnej, opracowanego w oparciu o [17], pozwalającego na ustawienie talerza platformy w odpowiednich nachyleniach dla obu osi w zależności od zadanych kątów serwomechanizmów o ruchu obrotowym. Zadanie to również realizowane jest w skrypcie

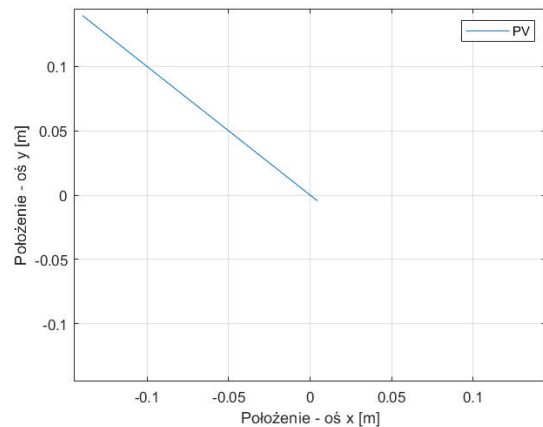


Rys. 7. Efekt działania systemu wizyjnego  
Fig. 7. The final effect of visual system

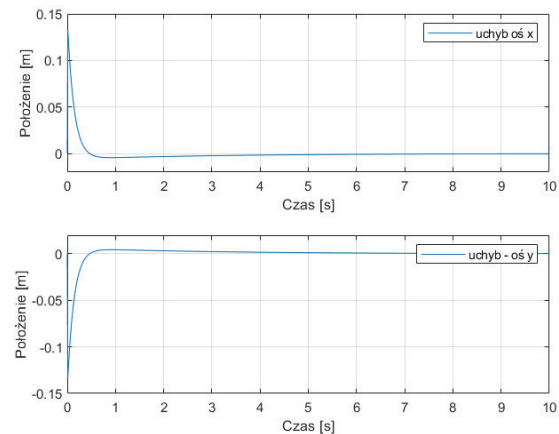
w języku Python. Po obliczeniu kątów serwomechanizmów, wysyłane są one do modułu mikrokontrolera Arduino Uno [18] z wykorzystaniem transmisji szeregowej. Wartości kątów są tam konwertowane na długości sygnału PWM (ang. *Pulse Width Modulation*) i wysyłane do serwomechanizmów.

### 6. Wyniki regulacji

Przeprowadzono testy sprawdzające jakość działania układu regulacji na modelu komputerowym i na ruchomej platformie, dla zadanego wymuszenia skokowego, trajektorii kwadratu oraz okręgu. Wyniki testów dla modelu przedstawiono na rysunkach 8–13.

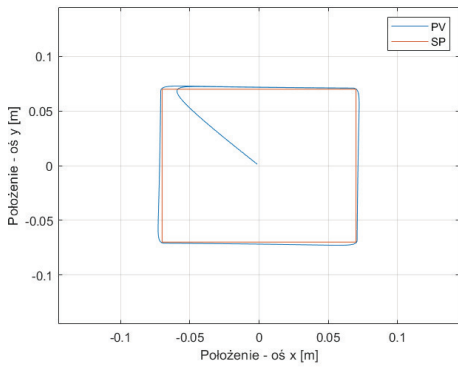


Rys. 8. Przebieg położenia piłki dla wymuszenia skokowego na płaszczyźnie XY  
Fig. 8. The ball position on XY plane for step response



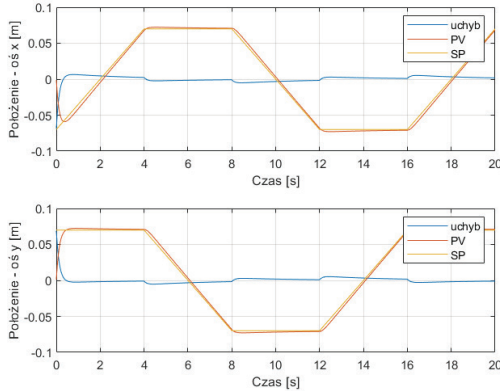
Rys. 9. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla wymuszenia skokowego  
Fig. 9. The control error in x, y axis for step response

Odpowiedź modelu obiektu charakteryzuje się przeregulowaniem. Uchyb regulacji dla modelu platformy zmierza do zera.



Rys. 10. Przebieg położenia piłki dla trajektorii kwadratu na płaszczyźnie XY

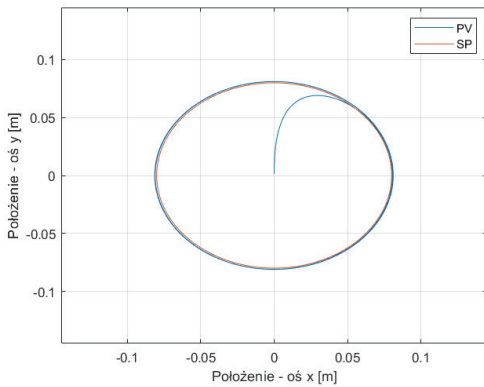
Fig. 10. The ball position on XY plane for square trajectory



Rys. 11. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla trajektorii kwadratu

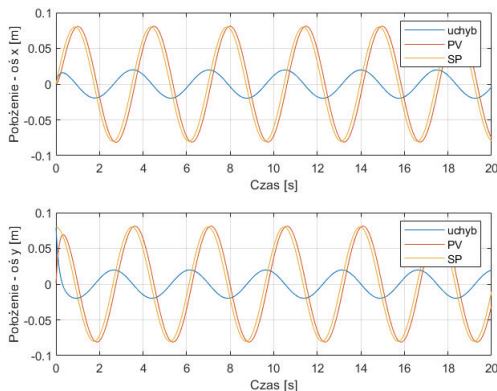
Fig. 11. The control error in x, y axis for square trajectory

Dla modelu platformy, dla trajektorii kwadratu występuje przeregulowanie. Maksymalny procentowy uchyb wynosi 12,7 %.



Rys. 12. Przebieg położenia piłki dla trajektorii kołowej na płaszczyźnie XY

Fig. 12. The ball position on XY plane for circle trajectory

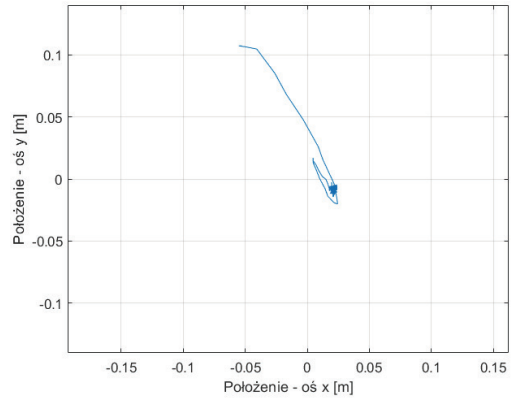


Rys. 13. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla trajektorii okręgu

Fig. 13. The regulation error in x, y axis for circle trajectory

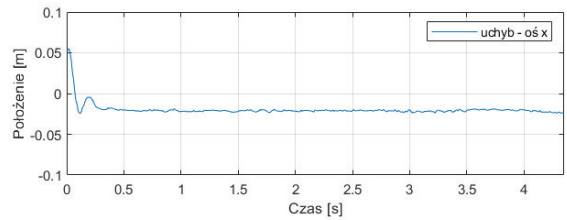
Model platformy porusza się zgodnie z zadaną trajektorią okręgu z opóźnieniem wynoszącym 0,138 s. Z tego powodu wartość uchybu procentowego dla obu osi dochodzi do 58,5 %.

Wyniki testów sprawdzających przeprowadzonych na ruchomej platformie przedstawiono na rysunkach 14–19.



Rys. 14. Przebieg położenia piłki dla wymuszenia skokowego na płaszczyźnie XY

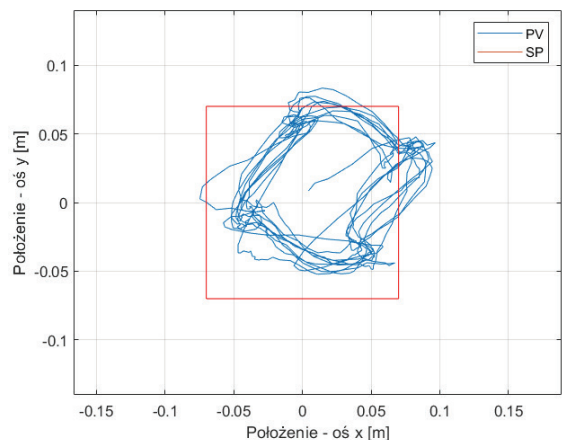
Fig. 14. The ball position on XY plane for step response



Rys. 15. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla wymuszenia skokowego

Fig. 15. The control error in x, y axis for step response

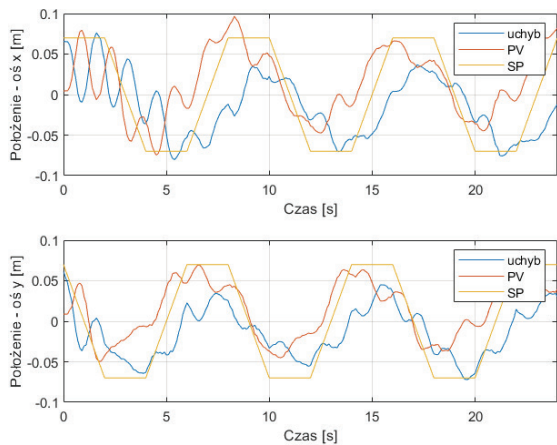
Odpowiedź obiektu fizycznego na wymuszenie skokowe charakteryzuje się oscylacjami oraz krótszym czasem regulacji niż w przypadku modelu obiektu. Procentowy uchyb regulacji w warunkach rzeczywistych nie przekracza 9,3 % (oś x) i 4,6 % (oś y).



Rys. 16. Przebieg położenia piłki dla trajektorii kwadratu na płaszczyźnie XY

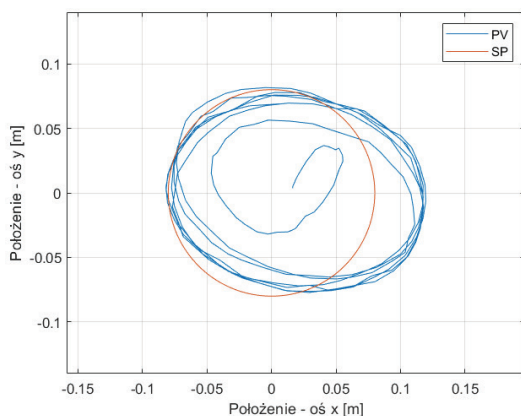
Fig. 16. The ball position on XY plane for square trajectory



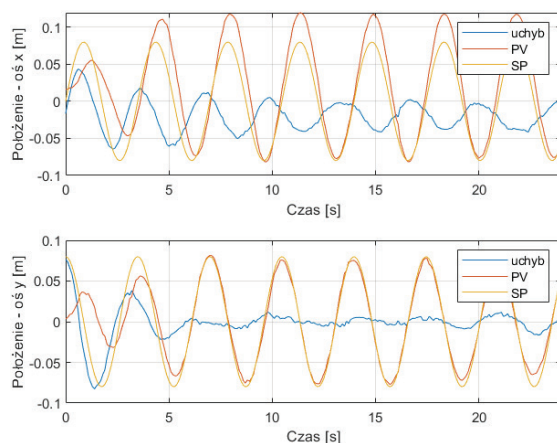


**Rys. 17. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla trajektorii kwadratu**  
 Fig. 17. The control error in x, y axis for square trajectory

Układ fizyczny ma problem za dokładnym nadążaniem za trajektorią kwadratu. Największy procentowy uchyb regulacji wynosi 53,8 %. Piłka porusza się po zniekształconej trajektorii, jednak nie spada z talerza platformy.



**Rys.18. Przebieg położenia piłki dla trajektorii kołowej na płaszczyźnie XY**  
 Fig.18. The ball position on XY plane for circle trajectory



**Rys. 19. Przebiegi uchybu regulacji w osi x i y dla trajektorii okręgu**  
 Fig. 19. The control error in x, y axis for circle trajectory

Dla układu fizycznego piłka porusza się po zadanej trajektorii z procentowym uchybem maksymalnym 47,5 % w osi x oraz 28,3 % w osi y. W konsekwencji piłka porusza się po trajektorii elipsy.

## 7. Podsumowanie

Główny cel, jakim było zaprojektowanie oraz wykonanie systemu stabilizacji piłki na ruchomej platformie, został zrealizowany. Zgodnie z oczekiwaniami, wyniki regulacji dla modelu są lepsze niż dla obiektu fizycznego. Zaprojektowana platforma stabilizuje i utrzymuje piłkę w zadanym położeniu na talerzu. Gorzej natomiast radzi sobie z nadążaniem za trajektoriami, dla których jakość regulacji, a zwłaszcza dla trajektorii kwadratu, może nie być zadowalająca. Głównym czynnikiem mającym największy wpływ na jakość regulacji okazała się deformacja talerza, powstała podczas procesu druku, objawiająca się wklęsłościami, a także zmianami chropowatości na jej powierzchni. Aby poprawić jakość regulacji zaleca się wymianę talerza platformy na talerz wykonany z materiału, który zapewni płaską powierzchnię oraz wykorzystanie kamery do zastosowań przemysłowych.

## Bibliografia

- Owoc D., Ludwiczak K., Piotrowski R., *Mechatronics Design, Modelling and Controlling of the Stewart-Gough Platform*, 24th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), August 26–29, 2019, Międzyzdroje, Polska, DOI: 10.1109/MMAR.2019.8864694.
- Indrawanto, Santoso A.: *Design and Control of the Stewart Platform Robot*, Third Asia International Conference on Modelling & Simulation, May 25–29, 2009, Bandung, Indonesia, DOI: 10.1109/AMS.2009.53.
- Borràs J., Thomas F., Torras C.: *New Geometric Approaches to the Analysis and Design of Stewart-Gough Platforms*, “IEEE/ASME Transactions on Mechatronics”, Vol. 19, No. 2, 2014, 445–455, DOI: 10.1109/TMECH.2013.2239305.
- Kolasiewicz J., Perzyło A., Piotrowski R.: *Design of weighted PID controllers for control of the Stewart-Gough platform*, 25th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), August 23–26, 2021, Międzyzdroje, Polska, DOI: 10.1109/MMAR49549.2021.9528437.
- Adiprasetya A., Wibowo A.S.: *Implementation of PID controller and pre-filter to control non-linear ball and plate system*, International Conference on Control, Electronics, Renewable Energy and Communications (ICCEREC), September 13–15, 2016, Bandung, Indonesia, DOI: 10.1109/ICCEREC.2016.7814965.
- Liu H., Liang Y.: *Trajectory tracking sliding mode control of ball and plate system*, 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR 2010), March 6–7, 2010, Wuhan, China, DOI: 10.1109/CAR.2010.5456649.
- Pattanapong Y., Deelertpaiboon C.: *Ball and plate position control based on fuzzy logic with adaptive integral control action*, IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), August 4–7, 2013, Takamatsu, Japan, DOI: 10.1109/ICMA.2013.6618138.
- Jaskulski A.: *Autodesk Inventor 2022 PL / 2022+ / Fusion 360. Podstawy metodyki projektowania*, Helion, Gliwice 2021.
- Mrozek B., Mrozek Z.: *MATLAB i Simulink. Poradnik użytkownika*. Wydanie IV. Helion, Gliwice 2017.
- Datasheet Feetech FT5316M.
- Datasheet Tracer FHD WEB007.
- Spacek L., Bobal V., Vojtesek J.: *Digital control of Ball & Plate model using LQ controller*, 21st International Conference on Process Control (PC), 2017, 36–41, DOI: 10.1109/PC.2017.7976185.

13. Brzózka J.: *Regulatory i układy automatyki*. Wydawnictwo Mikom, Warszawa 2004.
14. Lutz M.: *Python. Wprowadzenie*. Wydanie V. Helion, Gliwice 2020.
15. Villan A. F.: *Mastering OpenCV 4 with Python*. Packt Publishing, Birmingham 2019.
16. Rever M.: *Computer Vision Projects with OpenCV and Python 3*. Packt Publishing, Birmingham 2018.
17. Szufnarowski F.: *Stewart platform with fixed rotary actuators: a low cost design*, Advances in Medical Robotics (Postępy robotyki medycznej), red. Lucyna Leniowska, Zbigniew Nawrat, Chapter 4, 1st Ed., Rzeszów 2013.
18. Datasheet Arduino UNO R3.

## The Stabilization System of a Ball on Mobile Platform

**Abstract:** In recent years, tracking systems have been significantly developed. A number of their possible applications have also increased. Their usage was no longer limited to the industrial applications and became more accessible to the everyday appliances. This article covers process of a design and synthesis of a ball stabilization system on a mobile platform. The mechanics and electronics of the platform have been described as well as a mathematical model of the platform and a process of a platform software development. Results of conducted tests of performance quality for step response, square and circle trajectories have been presented.

**Keywords:** mobile platform, designing, automatics, mechatronics, tracking control systems

### inż. Michał Banach

s176230@student.pg.edu.pl  
ORCID: 0000-0002-7501-0436

Absolwent studiów inżynierskich pierwszego stopnia na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej (kierunek Automatyka i Robotyka, specjalność Automatyka i Systemy Sterowania). Zainteresowania: automatyka, robotyka, programowanie.



### dr hab. inż. Robert Piotrowski

robert.piotrowski@pg.edu.pl  
ORCID: 0000-0002-8660-300X

Absolwent Wydziału Elektrotechniki Automatyki (kierunek Automatyka i Robotyka) (2001 r.). W 2005 r. uzyskał stopień naukowy doktora (Automatyka i Robotyka). Obecnie adiunkt w Katedrze Elektrotechniki, Systemów Sterowania i Informatyki. Zainteresowania naukowe dotyczą modelowania i zaawansowanych metod sterowania procesami przemysłowymi.

