

## Adam MUC<sup>1</sup>, Waclaw MATULEWICZ<sup>1</sup>, Mariusz RETKOWSKI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> POLITECHNIKA GDAŃSKA, KATEDRA ENERGOELEKTRONIKI I MASZYN ELEKTRYCZNYCH

<sup>2</sup> AKADEMIA MEDYCZNA W GDAŃSKU, INSTYTUT RADIOLOGII I MEDYCZYNY NUKLEARNEJ, ZAKŁAD RADIOLOGII

# Wyznaczanie względnej i bezwzględnej wartości zmian rezystancji zastępczego krwiobiegu nerki

Mgr inż. Adam MUC

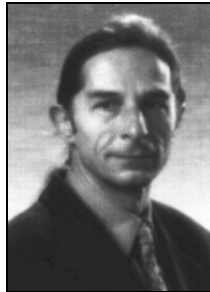
Urodzony w 1979 roku w Bartoszycach. W 2003 roku ukończył studia wyższe na Wydziale Elektroniki Telekomunikacji i Informatyki Politechniki Gdańskiej. Od 2003 roku jest doktorantem w Katedrze Energoelektroniki i Maszyn Elektrycznych Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Przygotowuje rozprawę doktorską pt. „Identyfikacja i analiza parametrów obwodu elektrycznego zasilanego pulsacyjnie odwzorowującego krwiobieg nerki”.



e-mail: a.muc@ely.pg.gda.pl

Dr hab. inż. Waclaw MATULEWICZ

Urodzony w 1950 roku w Sopocie. Studia wyższe ukończył w 1974 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Gdańskiej. Stopień doktora nauk technicznych na tym samym Wydziale otrzymał w 1979 r., a doktora habilitowanego w 1992 roku. Zajmuje się eksploatacją, modelowaniem i badaniami maszyn elektrycznych i transformatorów, a także badaniami cech krwiobiegu człowieka przez zastosowanie modelowania obwodami elektrycznymi. Od 1977 roku pracuje w Politechnice Gdańskiej.



e-mail: wamat@ely.pg.gda.pl

Lek. med. Mariusz RETKOWSKI

W roku 2002 ukończył studia wyższe na Wydziale Lekarskim Akademii Medycznej w Gdańsku. Od 2003 roku pracownik naukowo-dydaktyczny w Zakładzie Radiologii Akademii Medycznej w Gdańsku. Specjalizuje się w zakresie Radiologii i Diagnostyki Obrazowej.



e-mail: mret@amg.gda.pl

### Streszczenie

Zaproponowano sposób wyznaczania bezwzględnych i względnych zmian rezystancji w modelu elektrycznym krwiobiegu nerki. W oparciu o znane analogie między zjawiskami przepływu krwi w naczyniach i organach, a przepływem prądu w obwodach elektrycznych, zastosowano opisaną metodę do wyznaczenia zmian oporu naczyniowego nerki dla rzeczywistych danych medycznych. Przeprowadzono doświadczenie medyczne in vivo, polegające na zarejestrowaniu ciśnienia tętniczego i prędkości krwi w tętnicy nerki przeszczepionej, przed i po wysiłku fizycznym. Bezwzględne i względne zmiany oporu naczyniowego porównano ze zmianami współczynnika RI (indeks oporowy).

**Słowa kluczowe:** nerka, przepływ krwi, indeks oporu.

## Computation of the relative and ruthless value of the resistance changes of the electric equivalent circuit of the kidney blood circulation

### Abstract

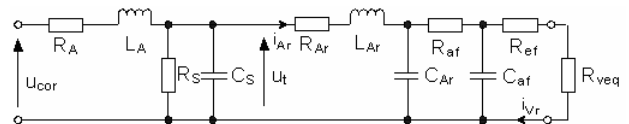
The trend analysis of changes in parameters of the electric analogue of the kidney blood circulation will facilitate after transplantation the recognition of the clinical state of the kidney and the easier recognition of potential pathologies will make possible. In research was compared: the resistance index (RI), average value of blood flow in renal artery and the vascular resistance of kidney before and after effort. An equivalent electric circuit of kidney blood vessels was created for analysis of blood flow in the renal artery. An arterial system pressure and a waveform of the blood velocity and RI were recorded in the renal artery with using the ultrasound scanner of Doppler at woman with transplant's kidney. On the base of the calculated amplitude spectrum the parameters of the equivalent electric circuit of the kidney blood circulation were appointed. In conducted research, value RI increased about 8% after effort. After effort the average value of blood flow dropped about 28%, however vascular resistance increase about 54%. The evaluation of state of transplanted kidney on the base the change of vascular resistance is more accurate than appointing RI. The method seems be useful for hemodynamic evaluation and after clinical tests for diagnostic of the transplanted kidney.

**Keywords:** kidney, blood flow, resistance index.

## 1. Wstęp

Zasady modelowania obwodem elektrycznym wybranych zjawisk fizycznych towarzyszących przepływowi krwi w naczyniach i narządach zostały opisane w [1÷3]. Posługiwanie się analogiami elektrycznymi i hydraulicznymi do modelowania przepływów krwi umożliwia opracowanie spójnego modelu opisującego zjawiska fizyczne towarzyszące przepływowi krwi w naczyniach lub wybranych narządach. W wielu pracach wykorzystuje się zmodyfikowane modele powietrzni (typ rozpylacza) do modelowania zależności między ciśnieniem i przepływem krwi w tętnicach, np. [4]. Znane są również próby tworzenia bardziej skomplikowanych modeli układów krwionośnych. W pracy [5] zamodelowano wybrane odcinki układu krwionośnego.

W pracach [1, 2] scharakteryzowano przepływ krwi przez nerkę po transplantacji oraz zaproponowano model elektryczny uwzględniający wybrane aspekty tego przepływu. Analog elektryczny krwiobiegu nerki przedstawiony na rysunku 1 został zaczerpnięty z [4].



Rys. 1. Zastępczy schemat elektryczny krwiobiegu nerki:  $R_A, L_A$  – rezystancja i indukcyjność tętnicy głównej,  $R_S, C_S$  – rezystancja i pojemność krwiobiegu jamy brzusznej,  $R_{Ar}, L_{Ar}, C_{Ar}$  – rezystancja, indukcyjność i pojemność tętnicy nerkowej,  $R_{Af}$  i  $R_{ef}$  – rezystancja tętniczek dośrodkowych i odśrodkowych,  $C_{Af}$  – pojemność nerki,  $R_{veq}$  – rezystancja żyły nerkowej,  $u_{cor}$  – napięcie odpowiadające ciśnieniu występującemu w aortalnej,  $i_{Ar}, i_{Vr}$  – prądy odpowiadające odpowiednio przepływowi krwi w tętnicy i żyły nerkowej,  $u_t$  – napięcie odpowiadające ciśnieniu tętniczemu

Fig. 1. The equivalent electric circuit of the kidney blood circulation:  $R_A, L_A$  – resistance and inductance of the aorta,  $R_S, C_S$  – resistance and capacity of the blood circulation of the abdominal cavity,  $R_{Ar}, L_{Ar}, C_{Ar}$  – resistance, inductance of the renal artery,  $R_{Af}$  i  $R_{ef}$  – resistance of afferent and efferent arteries,  $C_{Af}$  – capacity of the kidney,  $R_{veq}$  – resistance of the renal vein,  $u_{cor}$  – voltage answering to the pressure appearing in the aorta,  $i_{Ar}, i_{Vr}$  – currents answering to the blood flow in the artery and renal vein,  $u_t$  – voltage answering to the arterial blood pressure

Metodę identyfikacji parametrów modelu elektrycznego krwiobiegu nerki w oparciu o rejestrację prędkości krwi w tętnicy i żyły nerkowej przedstawiono w [3]. Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że w praktyce nie udaje się poprawnie zarejestrować prędkości krwi w żyły nerkowej z wykorzystaniem ultrasonografii dopplerowskiej, natomiast rejestracja prędkości krwi w tętnicy nerkowej jest badaniem powszechnie wykorzystywanym w ocenie miąższu nerki.

Posługując się prawem Ohma opisano przepływ krwi przez nerkę wykorzystując średnią wartość ciśnienia i przepływu krwi [7]. Na podstawie powyższego można wnioskować, że opór naczy-

niowy stanowi najważniejszy element, który należy uwzględnić modelując przepływ krwi przez nerkę. Opracowanie prostego i szybkiego sposobu wyznaczania oporu naczyniowego nerki w oparciu o pomiar podstawowych parametrów fizjologicznych, do których zaliczyć można rejestrację ciśnienia tętniczego i prędkości krwi za pomocą ultrasonografii dopplerowskiej może stać się ważnym elementem wskazującym określony stan patologiczny badanej nerki.

## 2. Uwarunkowanie medyczne wyznaczania zmian oporu naczyniowego w nerce

Układ krwionośny człowieka jest układem zamkniętym [7, 8]. Modelując przepływ krwi przez nerkę lub inny narząd należy uwzględnić dystrybucję krwi do pozostałych odcinków układu krwionośnego, dlatego w modelu elektrycznym przepływu krwi przez nerkę wprowadzono rezystancję  $R_S$  i pojemność  $C_S$ .

Praca serca jest źródłem ciśnienia krwi w układzie krwionośnym. Serce z aortą można potraktować jako rzeczywiste źródło napięciowe, w którym rezystancją strat ( $R_A$ ) jest opór naczyniowy aorty.

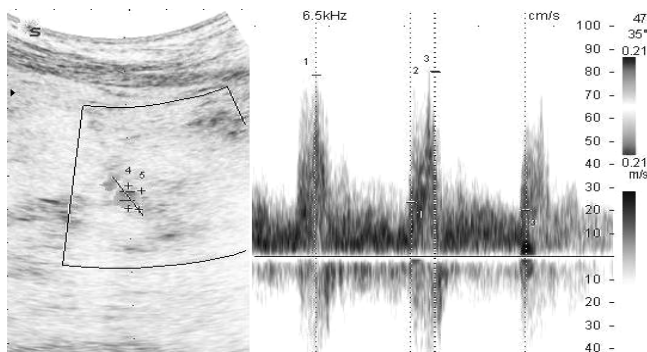
Zapewnienie poprawnej pracy układu krążenia uwarunkowane jest równoległym podziałem krwi do organów, koncepcję tą zaproponował Greek [8]. Równoległa dystrybucja krwi w naczyniach i narządach powoduje, że średnia wartość ciśnienia jest podobna. W anatomii [8] przyjmuje się proporcjonalność średnich ciśnień aorty i tętnic. Właściwość tę w układzie krwionośnym wykorzystano do uproszczenia pomiaru ciśnienia, ponieważ mierząc ciśnienie w tętnicy ramiennej można w łatwy sposób przeliczyć je na ciśnienie panujące w aorcie i w dużych tętnicach [8].

Rozpatrując jedynie średnie wartości ciśnienia i przepływu krwi, można dokonać w modelu elektrycznym krwioobiegu nerki (rys. 1) uproszczeń. Po uproszczeniu, w przedstawionym obwodzie pozostają rezystancje, które są analogiem oporów hydraulicznych. Wartości prądu, zgodnie z przyjętymi analogiami, odpowiada średni przepływ, natomiast wartości napięcia odpowiada średnie ciśnienie.

## 3. Analiza danych wejściowych

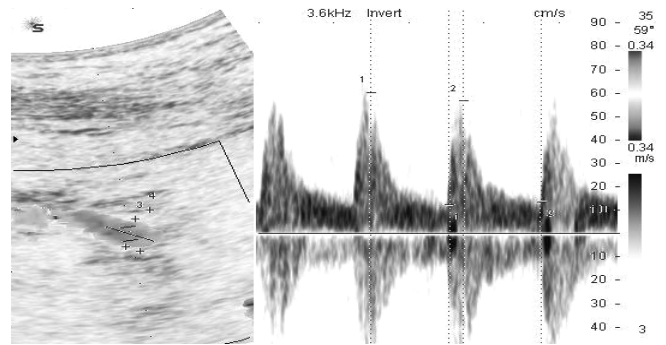
Przeprowadzono badanie medyczne, polegające na zarejestrowaniu spektrum dopplerowskiego (obrazującego zmiany prędkości krwi w tętnicy nerkowej w czasie) i ciśnienia tętniczego. Dodatkowo mierzono: średnicę i długość tętnicy nerkowej oraz wyznaczono indeks oporu RI. Badanie zostało powtórzone dwukrotnie, w stanie spoczynku i wysiłku fizycznego. Wyniki zarejestrowanych prędkości krwi przedstawiono na rysunkach 2 i 3.

Ciśnienie było mierzone z wykorzystaniem ciśnieniomierza rtęciowego według ogólnie przyjętych zasad. Długość i średnica tętnicy nerkowej były mierzone w prezentacji B ultrasonografu, przy największym możliwym powiększeniu obrazu.



Rys. 2. Spektrum dopplerowskie zarejestrowane w tętnicy nerkowej w stanie spoczynku

Fig. 2. Doppler's spectrum registered in renal artery before effort



Rys. 3. Spektrum dopplerowskie zarejestrowane w tętnicy nerkowej po wysiłku fizycznym

Fig. 3. Doppler's spectrum registered in renal artery after effort

Długość tętnicy została wyznaczona jednorazowo - podczas pierwszego pomiaru, założono, że tętnice nie ulegają rozciąganiu [9]. Średnice tętnicy nerkowej zarejestrowano dwa razy, w stanie spoczynku i po wysiłku fizycznym. Uzasadnienie dwukrotnego pomiaru średnic tętnicy nerkowej związane jest z regulacją przez nerki średniego ciśnienia tętniczego i przepływu krwi w celu utrzymania na stałym poziomie filtracji kłębuszkowej. Szczegóły dotyczące fizjologii nerek zostały opisane w pracy [8]. Autoregulacja nerek, w szerokim przedziale ciśnienia tętniczego (od 90 do 190 mmHg), utrzymuje niezmienny przepływ krwi. Autoregulacja ta, ma miejsce także w odnerwionej nerce przeszczepionej. Mechanizm autoregulacji zachodzi za pośrednictwem zmian oporu w tętnicach i tętniczkach nerki, a polega na zmianie promienia tych naczyń. Średnica naczynia zmienia się zależnie od różnicy ciśnienia wywieranego na ścianę naczynia od wewnątrz i od zewnątrz, zgodnie z prawem Laplace'a. Pod wpływem wzrostu ciśnienia tętniczego uruchamiają się mechanizmy autoregulacyjne nerki. Następuje zwiększenie oporu naczyniowego nerki i obniżenie przepływu krwi. Zgodnie z prawem Laplace'a, zmniejszenie przepływu krwi przez tętnicę nerkową skutkuje obniżeniem ciśnienia, konsekwencją jest zmniejszenie średnicy tego naczynia. Powyższe zjawisko wystąpiło również podczas doświadczenia, o czym świadczy większa średnica tętnicy nerkowej podczas spoczynku niż po wysiłku fizycznym. Pomierzone średnice tętnic oraz pozostałe zebrane wyniki badania przedstawiono w tabeli 1.

Tab. 1. Zarejestrowane ciśnienia tętnicze, średnice i długości tętnicy oraz indeks oporu RI

Tab. 1. Registered arterial system pressure, diameters and length of artery or resistance index RI

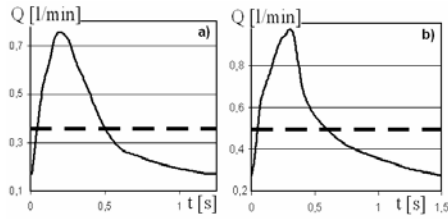
Stan	Ciepłota tętnicze [mmHg]	Średnica tętnicy [mm]	Długość tętnicy [mm]	Indeks oporu RI
Spoczynek	135/100	5,63 ± 0,21	20 ± 0,6	0,725 ± 0,025
Wysiłek	165/105	5,44 ± 0,16	20 ± 0,6	0,78 ± 0,02

Wyznaczanie indeksu oporu naczyniowego jest standardową opcją w ultrasonografii dopplerowskiej. Wyznacza się go na podstawie maksymalnej i minimalnej wartości prędkości krwi:

$$RI = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max}}, \quad (1)$$

gdzie:  $V_{max}$ ,  $V_{min}$  – maksymalna i minimalna wartość prędkości krwi w tętnicy nerkowej.

Szczegóły diagnostyki przepływu krwi w tętnicy nerkowej przedstawiono w pracy [9]. Średnia wartość ciśnienia została obliczona zgodnie z zasadą medyczną [7]. Przepływ krwi przez tętnicę nerkową obliczono jako iloczyn prędkości i powierzchni przekroju naczynia, przez które przepływa krew. Na rysunku 4 przedstawiono przeliczone przepływy krwi z oznaczoną wartością średnią przepływu.



Rys. 4. Przebieg przepływu krwi w stanie: a) wysiłku fizycznego i b) spoczynku  
Fig. 4. Waveforms of the blood flow: a) after effort and b) before effort

Do odtwarzania obwiedni przebiegów prędkości krwi zarejestrowanych w ultrasonografii dopplerowskiej zostało opracowane specjalne oprogramowanie. Umożliwia ono odrysowywanie obwiedni jednego lub kilku przebiegów z tego samego rysunku i dokonanie analizy statystycznej otrzymanych danych. Analizowane dane podlegają selekcji zgodnej z medycznymi wymaganiami o wartości odchylenia standardowego. Średni przepływ krwi w tętnicy nerkowej obliczono całkując obwiednię przebiegu przepływu krwi i dzieląc wynik przez okres przebiegu.

Opór naczyniowy tętnicy nerkowej obliczono wykorzystując prawo Hagena-Poiseuille'a. Ponieważ promień naczynia we wzrozie opisującym prawo Hagena-Poiseuille'a występuje w czwartej potęgze, zatem każda zmiana promienia powoduje zmiany oporu, które istotnie zmieniają przepływ krwi, dlatego opór naczyniowy odgrywa najważniejszą rolę w regulacji przepływów krwi.

Obliczone wartości średniego ciśnienia i przepływu oraz opór naczyniowy tętnicy nerkowej w stanie spoczynku i wysiłku fizycznego zostały przedstawione w tabeli 2 w jednostkach zwyczajowo stosowanych w medycynie.

Tab. 2. Średnie wartości ciśnienia i przepływu oraz opór naczyniowy tętnicy nerkowej ( $R_n$ )

Tab. 2. Average values of blood pressure and flow and the vascular resistance of renal artery ( $R_n$ )

Stan	$P_{\text{śred}}$ [mmHg]	$Q_{\text{śred}}$ [l/min]	$R_n$ [mm Hg/l/min]
Spoczynek	111,66(6)	0,491	0,1557
Wysiłek	125	0,356	0,1786

#### 4. Obliczenia bezwzględnych i względnych zmian oporów naczyniowych

Zgodnie z przyjętymi analogiami [1÷3] obliczone powyżej wielkości fizjologiczne przepływu zostały przeliczone do wielkości elektrycznych. Wyznaczone opory naczyniowe  $R_n$  (tabela 2), odpowiadają liczbowo po sprowadzeniu do jednostek układu SI rezystancji  $R_{Ar}$  (tabela 3) w elektrycznym modelu przepływu krwi przez nerkę.

Różnica między wartością napięcia  $U_{\text{cor}}$  a spadkiem napięcia na rezystancji  $R_A$  odpowiada spadkowi napięcia na sumie rezystancji:  $R_{\text{sum}} = R_{Ar} + R_{ef} + R_{ef} + R_{veq}$ . Rezystancję sumaryczną  $R_{\text{sum}}$  można obliczyć bezpośrednio jako stosunek wartości napięcia i prądu, które zgodnie z analogiami, wyznacza się na podstawie ciśnienia systemowego i przepływu krwi.

Tab. 3. Przeliczone wartości napięcia i prądu oraz obliczone rezystancje  
Tab. 3. Counted values of voltage and current and calculated resistances

Stan	$V_{\text{śred}}$ [kV]	$I_{\text{śred}}$ [μA]	$R_{\text{sum}}$ [GΩ]	$R_{Ar}$ [MΩ]
Spoczynek	14,88(8)	8,185	1,819	2,595
Wysiłek	16,66(6)	5,933	2,809	2,977

Wyznaczenie tylko wartości rezystancji, odpowiadających poszczególnym oporom naczyniowym, może w zastosowaniu medycznym być trudnym w interpretacji wskaźnikiem zmian zachodzących w mięszu nerki. W przypadku możliwości dokonania dwóch badań korzystniejszą jest analizować bezwzględne i względne zmiany oporów naczyniowych, które pozwalają określić charakter zmian i procentową ich wartość. W tabeli 4 zestawiono wartości

względnych zmian wybranych wielkości w odniesieniu do stanu spoczynkowego badanej osoby.

Tab. 4. Względne i bezwzględne zmiany średniego napięcia, prądu, rezystancji oraz RI

Tab. 4. Relative and ruthless changes of average voltage, current, resistance and RI

Zmiana	$V_{\text{śred}}$	$I_{\text{śred}}$	$R_{\text{sum}}$	$R_{Ar}$	RI
Bezwzględna	1,77 [kV]	-2,3 [μA]	0,99 [GΩ]	0,38 [MΩ]	0,05
Względna	12 [%]	-28 [%]	54 [%]	15 [%]	8 [%]

Obliczone powyżej względne i bezwzględne zmiany rezystancji wskazują na duży wpływ średnich zmian przepływu na opór naczyniowy nerki. Reakcja nerki na wysiłek fizyczny jest znana w literaturze medycznej [7]. W medycynie zwykle do oceny stanu hemodynamicznego nerki wykorzystuje się indeks oporu naczyniowego RI. W przeprowadzonym doświadczeniu bezwzględne i względne zmiany tego indeksu zostały przedstawione w tabeli 4.

#### 5. Wnioski

Wyznaczenie powyżej przedstawionych wielkości związanych z przepływem krwi a potem sprowadzenie ich do wielkości elektrycznych umożliwiło zastosowanie metod znanych w elektrotechnice do analizy obwodów elektrycznych. Teoria obwodów elektrycznych umożliwia dokonywanie przekształceń pozwalających na uproszczenia w analizowanym schemacie elektrycznym. Przy przyjęciu właściwych uproszczeń można rozpatrywać wybraną część obwodu, najistotniejszą z punktu relacji między prądami, napięciami oraz elementami schematu zastępczego.

Analiza bezwzględnych i względnych zmian rezystancji oraz porównanie ich z medycznym sposobem oceny stanu hemodynamicznego nerki wskazały na większą procentowo zmianę rezystancji, odpowiadającą odpowiednim oporom naczyniowych, niż zmiany indeksu oporowego.

Wprowadzanie nowych wskaźników oceny może dostarczać dokładniejszych i pewniejszych informacji o hemodynamice przeszczepionej nerki, co przyczyni się do szybszego rozpoznawania potencjalnych powikłań po przeszczepie.

#### 6. Literatura

- [1] W. Matulewicz, A. Muc: Identyfikacja parametrów szczególnych obwodów elektrycznych na przykładzie przepływu krwi w nerce, Zesz. Nauk. Wyd. EiA P.Gdań. nr. 21 Gdańsk 2005, ISSN 1425-5766
- [2] W. Matulewicz, P. Pietruszewski: Symulacja obwodów elektrycznych zasilanych pulsacyjnie w badaniach patologii nerek, Zesz. Nauk. Wyd. EiA P.Gdań. nr.19 Gdańsk 2003
- [3] W. Matulewicz, A. Muc, M. Retkowski: Zastosowanie zastępczego schematu elektrycznego do analizy zmian przepływu krwi w nerce, Przegląd Elektrotechniczny, nr. 06/2006
- [4] A. Muc, M. Retkowski: Jakość identyfikacji parametrów obwodu elektrycznego z wykorzystaniem analizy częstotliwościowej prądów, Zesz. Nauk. Wyd. EiA P.Gdań. nr. 22 Gdańsk 2006, ISSN 1425-5766
- [5] B. Diourte, J. P. Siche, V. Comparat, J. P. Baguet, J. M. Mallion: Study of arterial blood pressure by a Windkessel-type model: influence of arterial functional properties, Computer Methods and Programs in Biomedicine, 60 (1999) 11-22
- [6] Chao-Wang Chen, Yio-Wha R. Shau, Chien-Ping Wu: Analog transmission line model for simulation of systemic circulation, IEEE Transactions on biomedical engineering, Vol. 44, No1, January 1997
- [7] J. Bullock, J. Boyle: Fizjologia wydanie II polskie, Wyd. Medyczne Urban & Partner, Wrocław 2004
- [8] H.D. Greek, In: O. Galsser (Ed.), Circulatory System: Physical Principles In Medical Physics, Vol. 11, Year Book Medical Publishers, Chicago, 1950
- [9] G. Małek: Ultrasonografia Dopplerowska. Zastosowania kliniczne, Tom 1 i 2, Wyd. Medipage, Warszawa 2003