

## Zastosowanie funkcji kształtu w sterowaniu przekształtnikami matrycowymi w warunkach asymetrii napięć zasilających

**Streszczenie.** W artykule przeanalizowano sterowanie przekształtnikami matrycowymi z zastosowaniem funkcji kształtu trójkątnego elementu skończonego. Bazując na właściwościach funkcji kształtu, zaproponowano nowy algorytm modulacji PWM dla dwumodułowych przekształtników matrycowych pozwalający na zwiększenie amplitudy napięcia wyjściowego oraz kształtowanie poprawnych i sinusoidalnych prądów wyjściowych w warunkach asymetrii napięć zasilających. Algorytm sterowania bazuje na reprezentacji napięć zasilających przekształtnika jako wektory wirujące na płaszczyźnie zespolonej.

**Abstract.** This paper analyzes the matrix converter control based on the triangular finite element shape functions. Additional, a new modulation strategy for modular matrix converter was presented. All proposed PWM modulation method allow to form correct and sinusoidal output currents under input voltage source unbalance condition. (Direct matrix converter control based on the triangular shape function of finite element under input voltage source unbalance condition).

**Słowa kluczowe:** modulacja PWM, przekształtnik matrycowy, funkcje kształtu, przekształtnik dwumodułowy

**Keywords:** PWM modulation, matrix converter, shape function, modular matrix converter

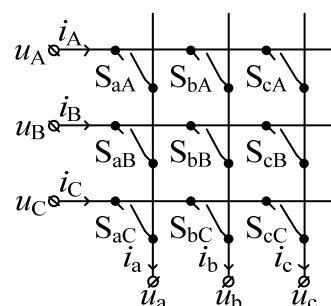
doi:10.12915/pe.2014.06.30

### Wstęp

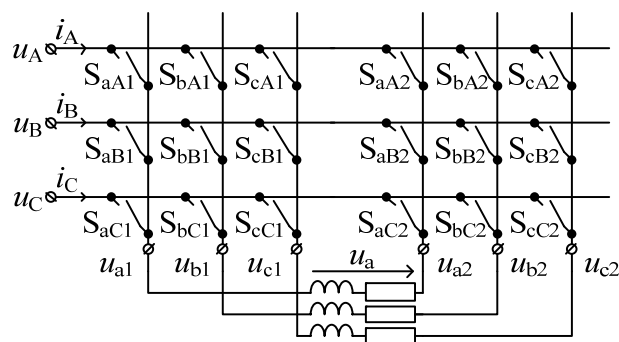
Strategie sterowania przekształtnikiem matrycowym (PM) przedstawionym na rysunku 1 można podzielić na trzy zasadnicze rodzaje [1-3]. Pierwszy rodzaj sterowania bazujący na koncepcji niskoczęstotliwościowej macierzy transformacji zawiera dwie metody sterowania: metodą Venturinię (klasyczną oraz polepszoną) oraz metodę skalarną [4-6]. Drugą grupę sterowania tworzą metody z fikcyjnym obwodem pośredniczącym DC napięcia stałego. Istotną oraz ostatnią grupę w proponowanym podziale tworzą metody bazujące na koncepcji wektora przestrzennego [1-3]. Poza opisanym podziałem należy wymienić inne metody sterowania, do których należą sterowanie ślizgowe oraz metody predykcyjne [8], [9].

Tematem artykułu jest sterowanie przekształtnikiem matrycowym w warunkach asymetrii napięć zasilających. Zagadnienie to zostało opisane m.in. w pracach naukowych [10] oraz [11] ale w niniejszej pracy proponuje się nowe rozwiązanie. W artykule przeanalizowano sterowanie przekształtnikami matrycowymi z zastosowaniem funkcji kształtu trójkątnego elementu skończonego. Bazując na właściwościach funkcji kształtu, zaproponowano nowy algorytm modulacji PWM dla dwumodułowych przekształtników matrycowych pozwalający na zwiększenie amplitudy napięcia wyjściowego oraz kształtowanie poprawnych i sinusoidalnych prądów wyjściowych w warunkach asymetrii napięć zasilających. Na potrzeby prezentacji proponowanego podejścia do wyznaczania współczynników wypełnień PWM, na początku artykułu opisano klasyczną metodę modulacji wg Venturinię.

Proponowany algorytm sterowania bazuje na reprezentacji napięć zasilających przekształtnika jako wektory wirujące na płaszczyźnie zespolonej i pozwala na uzyskanie prawidłowych napięć wyjściowych w warunkach asymetrii napięć wejściowych. W artykule zwrócić uwagę na wyniki otrzymane w badaniach symulacyjnych. Na rysunku 2 zaprezentowana jest struktura dwumodułowego przekształtnika matrycowego. W pierwszej części publikacji omówiono modulację dla pojedynczego PM i porównano ją z klasycznym rozwiązaniem. Druga część artykułu poświęcona jest sterowaniu dwumodułowym PM i zawiera oryginalny algorytm obliczenia współczynników wypełnień oraz lokowania wektora wyjściowego wewnątrz trójkąta napięć wejściowych, co jest istotą metody i wymaga bardziej szczegółowego omówienia. Proponowane algorytmy modulacji można zastosować do przekształtników o większej liczbie napięć wejściowych.



Rys. 1. Przekształtnik matrycowy.



Rys. 2. Dwumodułowy przekształtnik mostkowy.

### Synteza napięć wyjściowych w klasycznej metodzie Venturinię

Relacje napięciowe oraz prądowe dla PM z rysunku 1 są określone przez poniższe zależności

$$(1) \begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{aA}(t) & s_{aB}(t) & s_{aC}(t) \\ s_{bA}(t) & s_{bB}(t) & s_{bC}(t) \\ s_{cA}(t) & s_{cB}(t) & s_{cC}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A(t) \\ u_B(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_O = \mathbf{T}\mathbf{u}_I$$

$$(2) \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{aA}(t) & s_{bA}(t) & s_{cA}(t) \\ s_{aB}(t) & s_{bB}(t) & s_{cB}(t) \\ s_{aC}(t) & s_{bC}(t) & s_{cC}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_I = \mathbf{T}^T \mathbf{i}_O$$

gdzie:  $\mathbf{u}_O = [u_a(t) \ u_b(t) \ u_c(t)]^T$  macierz napięć fazowych na zaciskach obciążenia,  $\mathbf{u}_I = [u_A(t) \ u_B(t) \ u_C(t)]^T$  macierz

napięć fazowych źródła,  $\mathbf{i}_0 = [i_a(t) \ i_b(t) \ i_c(t)]^T$  macierz prądów wyjściowych,  $\mathbf{i}_1 = [i_A(t) \ i_B(t) \ i_C(t)]^T$  macierz prądów wejściowych,  $\mathbf{T}$  macierz transformacji,  $s_{aA}(t) - s_{cC}(t)$  funkcje stanu łączników  $S_{aA} - S_{cC}$ . Klasyczna metoda Venturiniego polega na modyfikacji macierzy transformacji  $\mathbf{T}$ . Pomijając składowe wysokoczęstotliwościowe otrzymuje się niskoczęstotliwościową macierz transformacji

$$(3) \quad \mathbf{M}(t) = \begin{bmatrix} d_{aA}(t) & d_{aB}(t) & d_{aC}(t) \\ d_{bA}(t) & d_{bB}(t) & d_{bC}(t) \\ d_{cA}(t) & d_{cB}(t) & d_{cC}(t) \end{bmatrix}$$

gdzie:  $d_{jK} = t_{jK}/T_{PWM}$  czas włączenia łącznika  $S_{jK}$ ,  $j \in \{a,b,c\}$ ,  $K \in \{A,B,C\}$ . Przybliżone relacje napięciowe i prądowe określone są wówczas zależnościami przybliżonymi

$$(4) \quad \bar{\mathbf{u}}_0 = [\mathbf{M}^+(t) + \mathbf{M}^-(t)] \mathbf{u}_1 \quad \bar{\mathbf{i}}_1 = [\mathbf{M}^+(t) + \mathbf{M}^-(t)]^T \mathbf{i}_0$$

gdzie:

$$\mathbf{M}^+(t) = \frac{\alpha_1}{3} \begin{bmatrix} 1+2qm^+(0) & 1+2qm^+(-2\pi/3) & 1+2qm^+(-4\pi/3) \\ 1+2qm^+(-4\pi/3) & 1+2qm^+(0) & 1+2qm^+(-2\pi/3) \\ 1+2qm^+(-2\pi/3) & 1+2qm^+(-4\pi/3) & 1+2qm^+(0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}^-(t) = \frac{\alpha_2}{3} \begin{bmatrix} 1+2qm^-(0) & 1+2qm^-(-2\pi/3) & 1+2qm^-(-4\pi/3) \\ 1+2qm^-(-2\pi/3) & 1+2qm^-(-4\pi/3) & 1+2qm^-(0) \\ 1+2qm^-(-4\pi/3) & 1+2qm^-(0) & 1+2qm^-(-2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$m^+ = \cos(\omega_m t + x) \quad m^- = \cos(-(\omega_m + 2\omega_1)t + x) \quad \omega_m = \omega_0 - \omega_1$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_0)} \right) \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_0)} \right) \quad q = \frac{U_{om}}{U_{lm}}$$

$q$  wzmocnienie napięciowe,  $\omega_0$  pulsacja napięcia wyjściowego,  $\omega_1$  pulsacja napięcia wejściowego,  $\varphi_0$  oraz  $\varphi_1$  przesunięcie fazowe prądu względem napięcia, odpowiednio dla wyjścia oraz wejścia,  $x \in \{0, -2\pi/3, -4\pi/3\}$ .

Zastosowanie kombinacji macierzy  $\mathbf{M}^+$  oraz  $\mathbf{M}^-$  umożliwia sterowanie przesunięciem  $\varphi_1$  w granicach  $-\varphi_0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_0$ . Aby uzyskać zerowe przesunięcie między wielkościami wejściowymi, elementy macierzy transformacji (3) wyznacza się wg uproszczonej zależności

$$(5) \quad m_{jK} = \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \frac{u_K(t) \bar{u}_j(t)}{U_K^2} \right)$$

gdzie:  $j \in \{a,b,c\}$ ,  $K \in \{A,B,C\}$ .

### Synteza napięć wyjściowych z wykorzystaniem funkcji kształtu w pojedynczym przekształtniku matrycowym

Założmy, że chwilowe napięcia wejściowe

$$(6) \quad \mathbf{u}_1(t) = [u_A(t) \ u_B(t) \ u_C(t)]$$

reprezentowane są przez trzy wirujące wektory na płaszczyźnie zespolonej i tworzą układ napięć niesymetrycznych

$$(7) \quad \mathbf{u}_{1\alpha}(t) = [u_{A\alpha}(t) \ u_{B\alpha}(t) \ u_{C\alpha}(t)]$$

$$\mathbf{u}_{1\beta}(t) = [u_{A\beta}(t) \ u_{B\beta}(t) \ u_{C\beta}(t)]$$

gdzie:

$$u_{A\alpha}(t) = U_{Am} \cos(\omega_1 t) + f_{A\alpha}(t)$$

$$u_{B\alpha}(t) = U_{Bm} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + f_{B\alpha}(t)$$

$$u_{C\alpha}(t) = U_{Cm} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + f_{C\alpha}(t)$$

$$u_{A\beta}(t) = U_{Am} \sin(\omega_1 t) + f_{A\beta}(t)$$

$$u_{B\beta}(t) = U_{Bm} \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + f_{B\beta}(t)$$

$$u_{C\beta}(t) = U_{Cm} \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + f_{C\beta}(t)$$

$U_{Am} \neq U_{Bm} \neq U_{Cm}$  oraz  $f_{A\alpha}(t) - f_{C\beta}(t)$  reprezentują wartości chwilowe przebiegów wprowadzających dodatkową niesymetrię.

Relacje między napięciami i prądami w układzie, podobnie jak w klasycznej metodzie Venturiniego (4), można zapisać jako

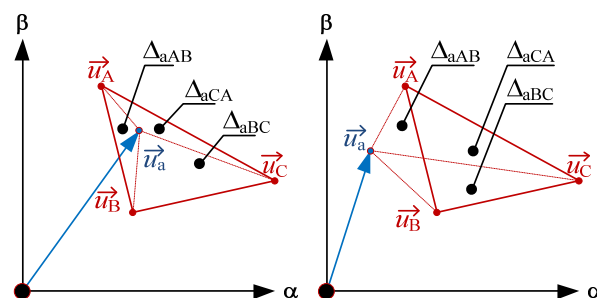
$$(8) \quad \bar{\mathbf{u}}_0 = [\mathbf{N}^+ + \mathbf{N}^-] \cdot \mathbf{u}_1 \quad \bar{\mathbf{i}}_1 = [\mathbf{N}^+ + \mathbf{N}^-]^T \cdot \mathbf{i}_0$$

$$\mathbf{N}^+ = \gamma \cdot \begin{bmatrix} n_{aA}^+ & n_{aB}^+ & n_{aC}^+ \\ n_{bA}^+ & n_{bB}^+ & n_{bC}^+ \\ n_{cA}^+ & n_{cB}^+ & n_{cC}^+ \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}^- = (1-\gamma) \cdot \begin{bmatrix} n_{aA}^- & n_{aB}^- & n_{aC}^- \\ n_{bA}^- & n_{bB}^- & n_{bC}^- \\ n_{cA}^- & n_{cB}^- & n_{cC}^- \end{bmatrix}$$

gdzie:  $\gamma$  współczynnik proporcji służący regulacji przesunięcia między prądem a napięciem wejściowym w zakresie  $-\varphi_0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_0$ . Znak „+” zastosowano do układu napięć wejściowych wirującego przeciwnie do wskazówek zegara, natomiast znak „-” identyfikuje wielkości obliczone dla układu napięć wejściowych wirujących zgodnie z wskazówkami zegara.

Zasadnicza różnica między proponowaną metodą sterowania a klasyczną metodą Venturiniego polega na zastosowaniu funkcji kształtu do obliczeń współczynników wypełnień w (4). Funkcje kształtu obliczane są bez użycia funkcji trygonometrycznych i bazują na współrzędnych wektorów wejściowych oraz wyjściowych, które mogą tworzyć dowolne układy przestrzenne: symetryczne, niesymetryczne jak również wielofazowe [12].

Rozważmy ogólny przypadek, w którym napięcie wyjściowe jest syntezowane z trzech napięć wejściowych, a połączenie końców tych wirujących wektorów (7) tworzy w trójkąt dowolny, tak jak jest to przedstawione na rysunku 3. Miejmy na uwadze, że koniec wektora zadanego (w przypadku PM jest to po prostu wektor napięcia wyjściowego danej fazy) może znajdować się poza tym trójkątem, wewnątrz trójkąta lub na jego brzegu.



Rys.3. Przykładowe lokalizacje wektora referencyjnego.

Zależność między współrzędnymi wektora wyjściowego dla fazy a, a współrzędnymi wektorów wejściowych można opisać następująco (dla skrócenia opisu pominięto znaczniki kierunku wirowania układu napięć wejściowych)

$$(9) \quad \begin{bmatrix} u_{a\alpha} \\ u_{a\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{A\alpha} & u_{B\alpha} & u_{C\alpha} \\ u_{A\beta} & u_{B\beta} & u_{C\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{aA} \\ n_{aB} \\ n_{aC} \end{bmatrix}$$

Funkcje kształtu  $n_{aA}$ ,  $n_{aB}$  oraz  $n_{aC}$  są stosunkami pól trójkątów powstałych przez połączenie końca wektora wyjściowego z końcami wektorów wejściowych

$$(10) \quad [n_{aA} \quad n_{aB} \quad n_{aC}] = \begin{bmatrix} \Delta_{aBC} & \Delta_{aCA} & \Delta_{aAB} \\ \Delta_{ABC} & \Delta_{ABC} & \Delta_{ABC} \end{bmatrix}$$

gdzie

$$\Delta_{ijk} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} u_{\alpha i} & u_{\beta i} & 1 \\ u_{\alpha j} & u_{\beta j} & 1 \\ u_{\alpha k} & u_{\beta k} & 1 \end{vmatrix}$$

Pola trójkątów można obliczyć korzystając z wzoru wyznacznikowego. Dla wszystkich wektorów wyjściowych których koniec znajduje się wewnątrz trójkąta, suma tak zdefiniowanych funkcji kształtu jest równa jedności

$$(11) \quad n_{\Sigma} = n_{aA} + n_{aB} + n_{aC} \equiv 1$$

Co ważne, suma  $n_{\Sigma}$  jest większa od jedności gdy koniec wektora wyjściowego znajduje się poza omawianym trójkątem. Właściwość tę można wykorzystać do wyznaczenia przynależności określonego końca wektora wyjściowego do dowolnie zdefiniowanego trójkątnego pola. Gdy końce wektorów wejściowych tworzą inne figury, na przykład wielokąty, w celu obliczenia funkcji kształtu (które są w istocie współczynnikami wypełnień PWM łączników danej fazy PM) można zastosować funkcje Wachspress'a [12]. Wartości funkcji kształtu zależą jedynie od wzajemnego położenia końców wirujących wektorów, dlatego też można je stosować w obliczeniach dla przypadków gdy środek układu współrzędnych znajduje się w dowolnym miejscu, w szczególności jest ruchomy.

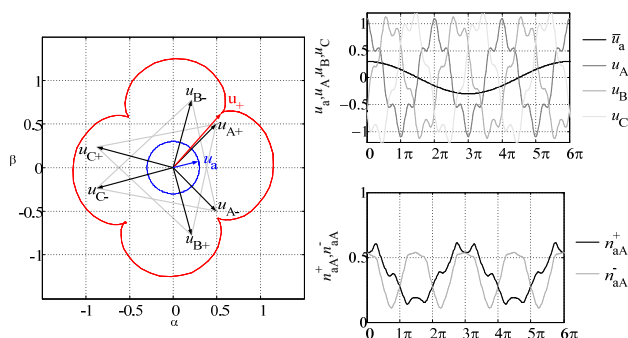
Rozważmy przykład syntezy przykładowego napięcia wyjściowego

$$(12) \quad u_a(t) = 0.3 \cos\left(\frac{\omega_1 t}{3}\right)$$

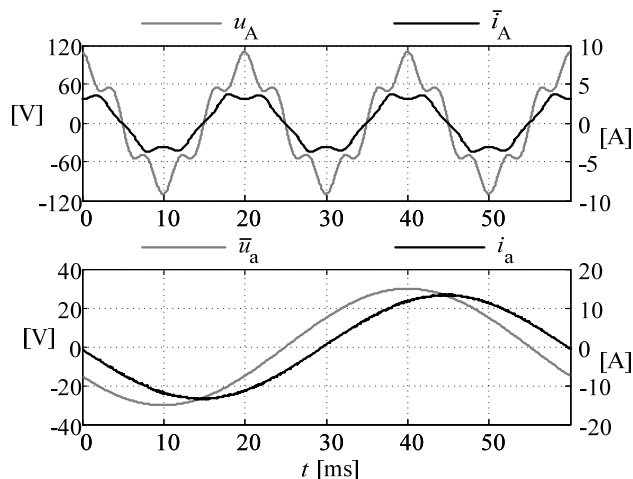
dla napięć wejściowych zdefiniowanych następująco

$$(13) \quad \begin{aligned} u_{A\alpha}(t) &= 0.9 \cos(\omega_1 t) + 0.2 \cos(5\omega_1 t) \\ u_{B\alpha}(t) &= 1.0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + 0.2 \cos\left(5\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{C\alpha}(t) &= 1.1 \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + 0.2 \cos\left(5\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{A\beta}(t) &= 0.9 \sin(\omega_1 t) + 0.2 \sin(5\omega_1 t) \\ u_{B\beta}(t) &= 1.0 \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + 0.2 \sin\left(5\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{C\beta}(t) &= 1.1 \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + 0.2 \sin\left(5\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

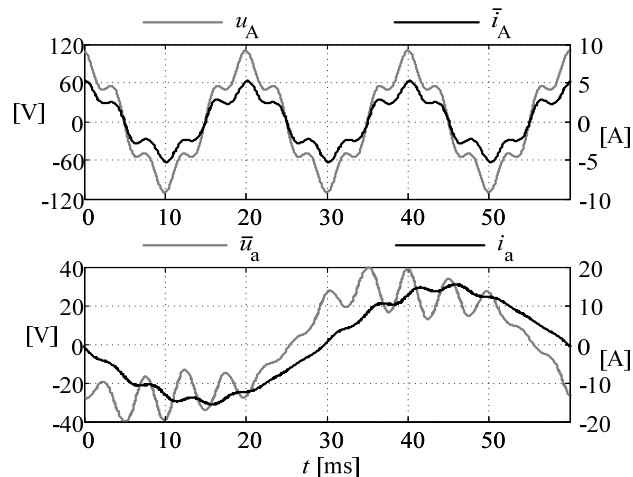
gdzie  $\omega_1 = 2\pi \cdot 50$ . Napięcia wejściowe nie są zatem symetryczne i zawierają piątą harmoniczną. Na rysunku 4 oraz 5 pokazano najważniejsze przebiegi związane z synteza napięcia wyjściowego w PM wg proponowanego podejścia. Przebieg średniego napięcia wyjściowego syntezowany jest poprawnie mimo istnienia znaczącej niesymetrii napięć wejściowych (13), co ma również wpływ na przebieg trajektorii wektora przestrzennego wyliczonego dla trzech napięć wejściowych wirujących przeciwnie do wskazówek zegara.



Rys.4. Synteza wektora wyjściowego:  $u_a$  wektor referencyjny,  $u_{A+}$ ,  $u_{B+}$ ,  $u_{C+}$  wektory wejściowe wirujące przeciwnie do wskazówek zegara,  $u_{A-}$ ,  $u_{B-}$ ,  $u_{C-}$  wektory wejściowe wirujące zgodnie ze wskazówkami zegara,  $n_{aA}^+$ ,  $n_{aA}^-$  współczynniki wypełnień,  $\bar{u}_a$  wektor przestrzenny napięć wejściowych (jednostki względne).



Rys.5. Proponowana synteza napięcia wyjściowego w PM.



Rys.6. Synteza napięcia wyjściowego w PM wg klasycznej metody (5) Venturiniego dla napięć wejściowych opisanych wzorem (13).

Rysunki 5 oraz 6 odnoszą się do przypadku sterowania, w którym przesunięcie fazowe między prądem a napięciem na wejściu układu jest zerowe. Aby otrzymać jednostkowy współczynnik na wejściu, do wyznaczenia współczynników wypełnień wg metody Venturini należy zastosować wzór (5), natomiast w przypadku proponowanego sterowania należy przyjąć  $\gamma=0.5$ . Na rysunku 5 oraz 6 m.in. przedstawiono przebiegi wyjściowe prądu w fazie a, odpowiednio dla omawianego algorytmu oraz metody klasycznej. Przebiegi uśrednionego napięcia oraz prądu wyjściowego w metodzie klasycznej, w porównaniu z metodą bazującą na funkcji kształtu, odbiegają od sinusoidalnego wzorca.

Przebiegi 5, 6 oraz pozostałe prezentowane w niniejszym artykule otrzymano dla zestawu napięć wejściowych (13) przemnożonego przez 100; częstotliwość modulacji wynosiła 5 kHz; parametry obciążenia były następujące  $R=2 \Omega$ ,  $L=10 \text{ mH}$ .

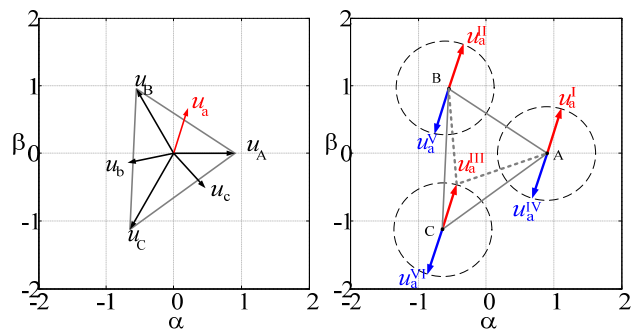
### Synteza napięć wyjściowych z wykorzystaniem funkcji kształtu w dwumodułowym przekształtniku matrycowym

Funkcje kształtu można zastosować nie tylko w przypadku układów z wektorami, które wirują względem środka układu współrzędnych. Warunkiem poprawnej pracy dwumodułowego PM przedstawionego na rysunku 2 jest to, aby zadany wektor wyjściowy napięcia mieścił się wewnątrz trójkąta utworzonego przez połączenie końców wirujących wektorów wejściowych oraz posiadał właściwy kąt oraz długość. Dodatkowe zadanie realizowane przez sterowanie polega na wyznaczeniu punktu zaczepienia, w którym następuje obrót wektora zadanego. Termin „zaczepienie” odnosi się tu zarówno do początku wektora jak i jego końca. W porównaniu z pojedynczym PM, dwumodułowe rozwiązanie oferuje więcej możliwości syntezy napięć wyjściowych ponieważ przepływ prądu obciążenia zależy od różnicy napięć na jego zaciskach

$$(14) \quad u_a(t) = u_{a2}(t) - u_{a1}(t)$$

Na potrzeby dalszej dyskusji wprowadzmy dwa istotne założenia: 1. wektor napięcia wyjściowego posiada punkt zaczepienia we wierzchołku trójkąta dowolnego, nie tylko równobocznego, 2. stosunek długość wektora wyjściowego do długości wektora wejściowego w układzie trójfazowym symetrycznym wynosi 1.5 (co w istocie wynika z wartości wysokości trójkąta napięć). O ile wyznaczenie współczynników wypełnień PWM dla łączników PM w przypadku pracy ze źródłami sinusoidalnymi symetrycznymi może bazować na prostych zależnościach trygonometrycznych, to realizacja tego zadania w warunkach asymetrii napięć wejściowych może być bardziej złożona. Wynika to z tego, że maksymalna długość zadanego wektora wyjściowego zależy od kształtu trójkąta napięć i aby synteza napięć wyjściowych przebiegła poprawnie należy tę długość odpowiednio skorygować. Ponadto, ważne jest aby każdorazowo określić właściwy wierzchołek trójkąta napięć wejściowych wymagany w celu zaczepienia i właściwego obrotu wektora wyjściowego. Należy pamiętać, że jedynie trójkąt równoboczny ma równe kąty, dzięki czemu można wprowadzić równe przedziały katowe i ustawić w każdym z nich stały punkt zaczepienia. Opisane trudności mogą być znacząco zredukowane przez zastosowanie własności sumy funkcji kształtu (11) oraz odpowiednią prezentacją wirujących zadanego napięć wyjściowych.

Na rysunku 7 przedstawiono ilustrację dla algorytmu selekcji punktu zaczepienia wektora napięcia wyjściowego.



Rys.7. Wirujący zadany wektor wyjściowy  $u_a$  na tle trójkąta napięć wejściowych (po lewej) oraz prezentacja koncepcji selekcji punktu zaczepienia tego wektora (jednostki względne).

Tab. 1. Współrzędne wektorów pomocniczych dla fazy a

wektor pom.	strona aktywna	strona pasywna	$u_{a\alpha}$	$u_{a\beta}$
$u_a^I$	PM2	PM1	$u_{a\alpha} + u_{A\alpha}$	$u_{a\beta} + u_{A\beta}$
$u_a^{II}$	PM2	PM1	$u_{a\alpha} + u_{B\alpha}$	$u_{a\beta} + u_{B\beta}$
$u_a^{III}$	PM2	PM1	$u_{a\alpha} + u_{C\alpha}$	$u_{a\beta} + u_{C\beta}$
$u_a^{IV}$	PM1	PM2	$-u_{a\alpha} + u_{A\alpha}$	$-u_{a\beta} + u_{A\beta}$
$u_a^V$	PM1	PM2	$-u_{a\alpha} + u_{B\alpha}$	$-u_{a\beta} + u_{B\beta}$
$u_a^{VI}$	PM1	PM2	$-u_{a\alpha} + u_{C\alpha}$	$-u_{a\beta} + u_{C\beta}$

W proponowanej metodzie modulacji wektor zadany prezentowany jest przez sześć wektorów pomocniczych  $u_a^I, u_a^{II}, u_a^{III}, u_a^{IV}, u_a^V, u_a^{VI}$  wirujących zgodnie z wektorem zadanym i posiadających identyczną długość. Wektory pomocnicze podzielone są na trzy pary; każda z nich wiruje wokół wierzchołka trójkąta napięć wejściowych oznaczonego przez A, B oraz C. Para wektorów pomocniczych zawiera wektor czerwony przypisany do PM nr 2 oraz niebieski przypisany do PM nr 1, zgodnie z indeksami łączników umieszczonymi na rysunku 2. W proponowanym układzie wektorów pomocniczych w danej chwili tylko jeden z nich znajduje się w polu trójkąta napięć wejściowych i suma funkcji kształtu obliczona dla jego pozycji przyjmuje wartość minimalną, z definicji równą jedności. Dla pięciu pozostałych wektorów pomocniczych suma funkcji kształtu jest większa od jedności. Jeśli wewnątrz trójkąta w danej chwili znajduje się wektor czerwony, to PM nr 2 przejmuje zadanie modulacji, jeśli natomiast w polu trójkąta napięć wejściowych znajduje się wektor niebieski, tę funkcję przejmuje PM 1 zgodnie z opisem zawartym w tabelicy 1. W danej chwili można więc wyróżnić przekształtnik aktywny oraz pasywny. Aktywny odpowiada za ruch początku lub końca wektora wokół punktu zaczepienia podtrzymywanego przez przekształtnik pasywny. Współczynniki wypełnień oraz regulacja przesunięcia między prądem a napięciem wejściowym realizowana jest analogicznie jak w przypadku pojedynczego PM. Obliczenia realizowane są dwutorowo, dla trójkąta napięć wirującego przeciwnie do wskazówek zegara oraz dla trójkąta napięć wejściowych wirującego zgodnie ze wskazówkami zegara wg (8).

Punkt zaczepienia zadanego wektora napięć wejściowych w proponowanej metodzie znajduje się w jednym z trzech wierzchołków trójkąta. Jeśli dwumodułowy PM pracuje poniżej maksymalnego wzmocnienia napięciowego (wartość 1.5) powstaje sytuacja, w której możliwe jest przesunięcie wektora zadanego wzdłuż prostej przechodzącej przez wierzchołek trójkąta napięć oraz jego koniec (lub początek). Wpływ takiego przemieszczenia nie został ujęty w niniejszej dyskusji.

### Badania symulacyjne dwumodułowego PM w warunkach asymetrii napięć wejściowych

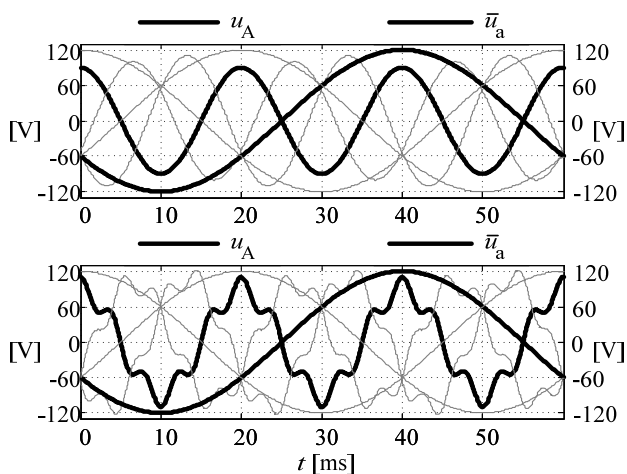
Przeprowadzono badania symulacyjne w programie PSIM zmierzające do oceny poprawności działania algorytmów bazujących na koncepcji selekcji punktu zaczepienia. W symulacji uwzględniono dwa zestawy napięć wejściowych. Współrzędne napięć wejściowych pierwszego zestawu opisane były następująco

$$\begin{aligned}
 u_{A\alpha}(t) &= 90 \cos(\omega_1 t) \\
 u_{B\alpha}(t) &= 100 \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{C\alpha}(t) &= 110 \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{A\beta}(t) &= 90 \sin(\omega_1 t) \\
 u_{B\beta}(t) &= 100 \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{C\beta}(t) &= 110 \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

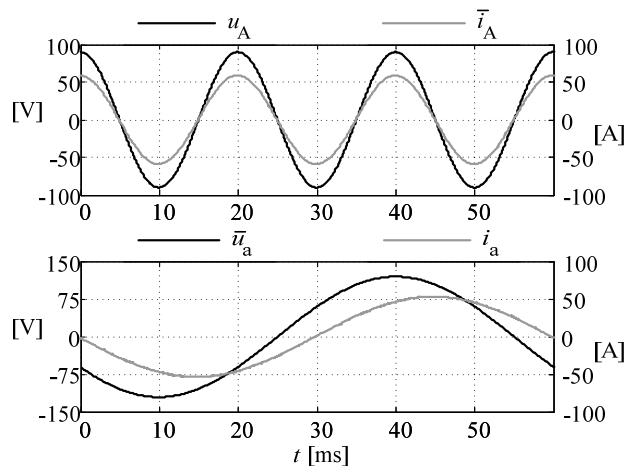
zaś wartości współrzędnych wektorów napięć drugiego zestawu były określone przez poniższy zestaw równań

$$\begin{aligned}
 u_{A\alpha}(t) &= 90 \cos(\omega_1 t) + 20 \cos(5\omega_1 t) \\
 u_{B\alpha}(t) &= 100 \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + 20 \cos\left(5\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{C\alpha}(t) &= 110 \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + 20 \cos\left(5\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{A\beta}(t) &= 90 \sin(\omega_1 t) + 20 \sin(5\omega_1 t) \\
 u_{B\beta}(t) &= 100 \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) + 20 \sin\left(5\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 u_{C\beta}(t) &= 110 \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) + 20 \sin\left(5\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

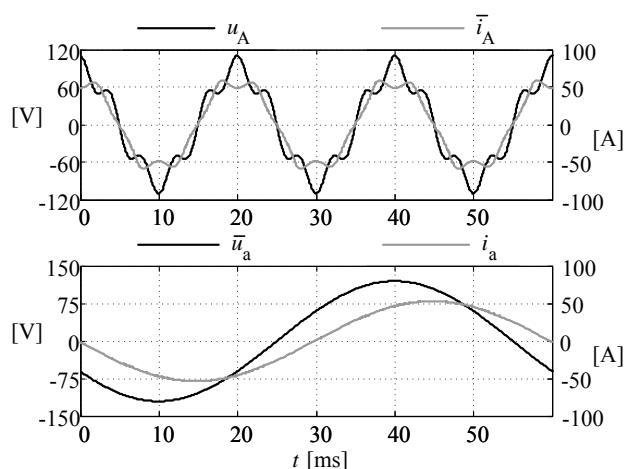
Częstotliwość podstawowa przebiegów wejściowych wynosiła 50 Hz. Na rysunku 8 przedstawiono przebiegi napięć wejściowych odpowiednio dla zestawu pierwszego (wyłączenie asymetria amplitud) u góry oraz drugiego (asymetria amplitud plus piąta harmoniczna) zestawu.



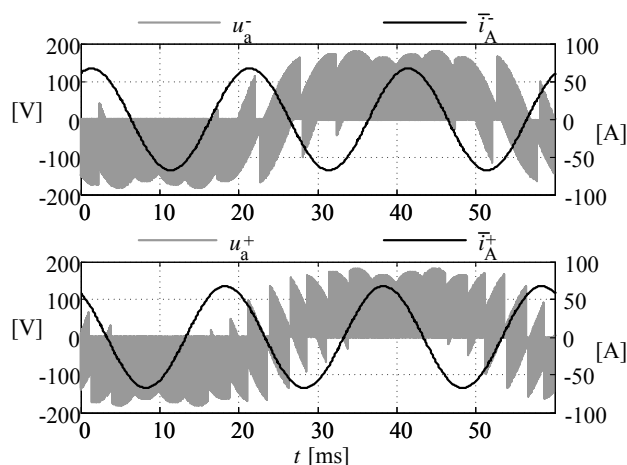
Rys.8. Przebiegi niesymetrycznych napięć wejściowych przyjęte w symulacji na tle średniego napięcia wyjściowego syntezowanego wg proponowanej metody.



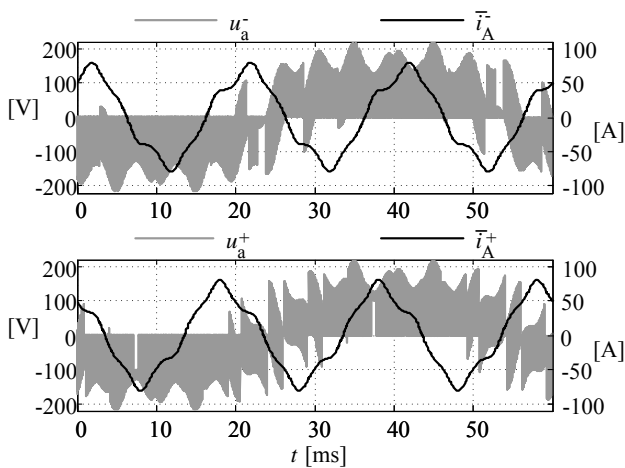
Rys.9. Przebiegi uśrednionego prądu wejściowego oraz średniego napięcia na wyjściu dwumodułowego PM dla sterowania z zerowym kątem przesunięcia na wejściu układu dla zestawu napięć wejściowych opisanego przez (15).



Rys.10. Przebiegi uśrednionego prądu wejściowego oraz średniego napięcia na wyjściu dwumodułowego PM dla sterowania z zerowym kątem przesunięcia na wejściu układu dla zestawu napięć wejściowych opisanego przez (16).



Rys.11. Przebiegi napięć na obciążeniu w fazie a oraz uśrednionych prądów wejściowych dla układu napięć wejściowych wirujących przeciwnie i zgodnie ze wskazówkami zegara; przebiegi otrzymano na pierwszym zestawie napięć wejściowych (15).



Rys.12. Przebiegi napięć na obciążeniu w fazie a oraz uśrednionych prądów wejściowych dla układu napięć wejściowych wirujących przeciwnie i zgodnie ze wskazówkami zegara; przebiegi otrzymano na pierwszego zestawu napięć wejściowych (16).

Z analizy przebiegów z rysunków 9 i 10 wynika, że napięcia wyjściowe w fazie a syntezowane jest poprawnie a prąd płynący przez obciążenie o charakterze rezystancyjno-indukcyjnym jest sinusoidalny i w jego przebiegu nie widać zmian wywołanych znaczną asymetrią napięć wejściowych. Zniekształcenie napięć wejściowych powoduje, że uśredniony prąd wejściowy również zawiera wyższe harmoniczne, co potwierdza zasadę równości mocy chwilowych między wejściem a wyjściem układu.

Możliwa jest również regulacja kąta przesunięcia między prądem a napięciem wejściowym, zarówno dla pierwszego zestawu napięć wejściowych jak i drugiego, w którym napięcia wejściowe oprócz asymetrii amplitud zawierają piątą harmoniczną. Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono przebiegi napięć na obciążeniu w fazie a oraz uśrednionych prądów wejściowych dla układu napięć wejściowych wirujących przeciwnie i zgodnie ze wskazówkami zegara. Przedział regulacji przesunięcia fazowego na wejściu układu jest taki sam jak w klasycznej metodzie Venturiego.

### Podsumowanie

W artykule została zaprezentowana koncepcja zastosowania funkcji kształtu elementu trójkątnego w sterowaniu przekształtnikiem matrycowym pojedynczym oraz dwumodułowym w warunkach asymetrii napięć wejściowych. Istotą metody jest zastosowanie nowej formuły do wyznaczania współczynników wypełnień, która bazuje na funkcjach kształtu. Wartości funkcji kształtu obliczane są jedynie na podstawie współrzędnych napięć wejściowych oraz wyjściowych. Badanie sumy funkcji kształtu pozwala na identyfikację położenia wektora zadanego i jego syntezy w niesymetrycznych układach reprezentowanych przez przestrzenne wektory wirujące. Prostota i własności funkcji kształtu pozwalają na

niekłopotliwą algorytmizację nietypowych modulacji PWM dla przekształtników matrycowych takich jak konstrukcje dwumodułowe. Wyniki badań analitycznych i symulacyjnych związanych z wykorzystaniem funkcji kształtu oraz wirujących układów przestrzennych wydają się być obiecujące i wymagają jeszcze badań eksperymentalnych. Na podstawie badań przeprowadzonych przez autora publikacji można stwierdzić, że przedstawione podejście do modulacji PWM może być również zastosowane w wieloterminowych układach matrycowych i takich, dla których jest możliwe graficzne przedstawienie napięć składowych za pomocą wektorów, zarówno w przestrzeni 2D jak i 3D.

### LITERATURA

- [1] Rodriguez J., Rivera M., Kolar J., Wheeler W., A review of Control and Modulation Methods for Matrix Converters, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 59 (January 2012), n.1, 59-68
- [2] Rząsa J., Supronowicz G., Porównanie metod szerokości impulsów stosowanych w sterowaniu przekształtnikiem matrycowym, *Przegląd Elektrotechniczny*, (2003), nr 6
- [3] Szcześniak P., Analiza i badania matrycowo reaktancyjnych przezienników częstotliwości, Rozprawa Doktorska, grudzień (2009)
- [4] Venturini M., A new sine wave in sine wave out, conversion technique which eliminates reactive elements, *Proc. Powercon*, 7, (1980), E3/1-E3/15
- [5] Alesina A., Venturini M., Intrinsic amplitude limits and optimum design of 9-switches direct PWM AC-AC converters, *Proc. IEEE Power Electronics Specialists, PESC'88* (1988), Kyoto, Japan, 1284-1291
- [6] Alesina A., Venturini M., Analysis and design of optimum-amplitude nine-switch direct AC-AC converters, *IEEE Transaction on Power Electronics*, 4 (1989), n.1, 101-112,
- [7] Roy G., April G., Direct frequency changer operation under a new scalar control algorithm, *IEEE Transaction on Power Electronics*, 6, (1991), n.1, 100-107
- [8] Pinto F.S., Silva F.J. Sliding mode control of space vector modulated matrix converter with sinusoidal input/output waveforms and near unity input power factor, *EPE'99, Lausanne*, (1999), 1-9
- [9] Rojas C., Rivera M., Rodriguez J., Wilson A., Espinoza J., Wheeler P., Predictive Control of a Direct Matrix Converter Operating under an Unbalanced AC source, *ISIE2010*, (2010), 3159-3164
- [10] Zhang L., Watthanasar C., Shepard W., Control of AC-AC matrix converter for unbalanced and/or distorted supply voltage, *IEEE Power Electr. Spec. Conf.* (2001), 1108-1113
- [11] Blaabjerg F., Casadei D., Klumpner C., Matteini M., Comparison of two current modulation strategies for matrix converter under unbalanced input voltage conditions, *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 49 (2002), n.2, 289-296,
- [12] Szczepankowski P., Nowa metoda bezpośredniej syntezy napięć w przekształtnikach matrycowych z zastosowaniem funkcji kształtu, *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, ISSN 0033-2097, art. przyjęty do druku (2013)

**Autorzy:** dr inż. Paweł Szczepankowski, Politechnika Gdańska, Katedra Energoelektroniki i Maszyn Elektrycznych, ul. Sobieskiego 7, 80-216 Gdańsk, E-mail: pawszcze@pg.gda.pl;